MEMORIE

DELLA

REGIA ACCADEMIA

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

DI MODENA

TOMO III.

MEMORIE

DELLA

REGIA ACCADEMIA

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

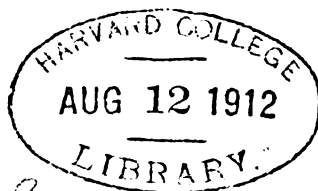
di Modena

TOMO III.

CON TRE TAVOLE

MODENA

DALLA TIPOGRAFIA DEGLI EREDI SOLIANI

1861

CONTINUAZIONE

DELLE MEMORIE STORICHE

STATUTO

DELLA

REALE ACCADEMIA

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

DI MODENA

dall' anno 1841 *al* 1860

I.

L' Accademia Reale di Scienze, Lettere ed Arti, sotto l' autorità del Ministro di Pubblica Istruzione, che ne è riconosciuto *Presidente perpetuo;* avuto riguardo al triplice scopo a cui rivolge i proprj studj, si divide in tre corrispondenti Sezioni, delle quali ciascuna ha il proprio *Direttore* eletto per un triennio in generale adunanza, e che può essere indefinitamente confermato di triennio in triennio. Ciascun Direttore ha poi la facoltà di nominare fra gli Accademici il *Segretario* della sua Sezione, dal quale potrà anche farsi rappresentare in caso d' impedimento.

Questo Statuto ottenne la Sovrana approvazione che fu comunicata alla R. Accademia da S. E. il Sig. Ministro di Pubblica Istruzione con Dispaccio del 1 Marzo 1841, segnato N. 720, Sez. 4ª e venne abrogato nell' adunanza generale del 18 Marzo 1860 nella quale fu approvato il nuovo Statuto che verrà inserito in questi Cenni storici a suo luogo secondo l' ordine cronologico.

II.

Al Presidente, coadjuvato da un *Vice-Presidente* da lui trascelto di tre in tre anni fra gli Accademici, spetta mantenere in osservanza le discipline accademiche, interpretare, decidere e provvedere ne' casi dubbj o non contemplati, ove l' urgenza lo esigesse, previa però l' opportuna discussione, come in appresso verrà indicato; ordinare e disporre, ove gli sembri conveniente, straordinarie radunanze, tanto generali quanto particolari, di ciascuna Sezione; eleggere un *Vice-Segretario Generale* ed *Amministratore*, un *Bibliotecario* ed *Archivista*, ed un *Tesoriere*. In qualsivoglia radunanza, come in ogni speciale Delegazione, potrà il Presidente farsi rappresentare dal Vice-Presidente in tutta l' ampiezza della sua autorità. Al Presidente inoltre, e ad esso solo, è attribuita la facoltà di nominare, ad ogni biennio, un Socio *corrispondente*.

III.

Si elegge pure in generale adunanza il *Segretario Generale* dell' Accademia, il cui ufficio è perpetuo, e singolarmente si riferisce alla compilazione e cura degli atti, all'opportuno caricamento o scaricamento dei registri, alla corrispondenza scientifica e letteraria o amministrativa, ed all' ordinata esposizione, da leggersi all' apertura dell' anno accademico, dei lavori delle tre Sezioni nell' anno precedente, come anche all' incarico di comunicare all' Accademia le nuove disposizioni e proposte che emanano dal Presidente, e d'invigilare con accuratezza all' ordine ed alla conservazione di tutto ciò che è di ragione della medesima.

Il *Vice-Segretario Generale* ed *Amministratore* coadjuva il Segretario Generale nelle sue incombenze, ed è principalmente incaricato degli affari amministrativi dell'Accademia, con dipendenza dal Presidente o dal Vice-Presidente e dal

Segretario Generale: disimpegna inoltre le funzioni del Segretario Generale in caso di suo impedimento.

Il *Bibliotecario* ed *Archivista*, in qualità di Coadjutore del Segretario Generale, custodisce e tiene in ordine i libri e le carte di ragione dell' Accademia, e si presta alle richieste degli Accademici per l'uso di quelli a norma di quanto verrà prescritto dal Presidente o dal Vice-Presidente.

Il *Tesoriere* è incaricato di raccogliere e di custodire il denaro dell' Accademia, e dispensarlo secondo le disposizioni date dal Presidente o dal Vice-Presidente, a fronte di mandati sottoscritti da uno di essi e dal Segretario Generale.

IV.

Vi ha una *Direzione Centrale* dell'Accademia, composta del Presidente o del Vice-Presidente, del Segretario Generale o del Vice-Segretario Generale e dei tre Direttori delle Sezioni. Spetta ad essa la generale vigilanza sopra quanto concerne il regolare andamento delle operazioni accademiche, la discussione intorno ai provvedimenti da prendersi anche nei casi dubbj o non contemplati, l'esame e la formale proposta degli oggetti per le generali adunanze, tra i quali anche le elezioni di nuovi Socj. In qualsivoglia adunanza della Direzione Centrale potranno, per l'opportuna intelligenza delle discusse materie o dei presi provvedimenti, sempre intervenire il Vice - Presidente ed il Vice - Segretario Generale, quand'anche si trovassero presenti il Presidente ed il Segretario Generale. Alla medesima è inoltre affidata la *Censura* delle produzioni dei Socj da leggersi in pubblica adunanza o da stamparsi; ma per tale ufficio le si aggiungono tre individui eletti di triennio in triennio dai voti dell'Accademia, e deputati rispettivamente per ciascuna Sezione. Nei casi straordinarj e specialmente per giudicare delle memorie da essere pubblicate negli atti dell' Accademia, essa Direzione Centrale privatamente può associarsi in qualità di Censori tre altri individui, ma per questa sola contingenza.

V.

Il Corpo Accademico si compone di *Socj* o *Membri Attuali, Corrispondenti* ed *Emeriti.*

I Socj attuali debbono essere sudditi di S. A. R. e domiciliati negli Estensi Dominj. Il loro numero non potrà eccedere i trentasei individui, fra i quali però siano almeno trenta domiciliati in Modena. Di essi è obbligo l' intervenire alle private adunanze delle Sezioni e di leggervi qualche loro scientifica o letteraria produzione una volta almeno ogni triennio. Gli altri Socj attuali poi dimoranti fuori di Modena dovranno almeno ogni triennio presentare all'Accademia qualche lavoro. Mancando gli uni e gli altri a tale loro debito senza ragionevole motivo, giustificato presso la Direzione Centrale, il Socio attuale passerà nella Classe degli emeriti.

VI.

I Socj corrispondenti, dei quali il numero non è prefinito, possono appartenere così alle provincie degli Estensi Dominj come ad estero Stato. Sono proposti in adunanza generale dalla Direzione Centrale dell' Accademia e vengono nominati a pluralità di voti. La qualità in essi richiesta consiste in un riconosciuto merito scientifico o letterario od artistico, o nella singolare circostanza di avere presentato all'Accademia memorie ed opere, che abbiano ottenuto i suffragi della medesima.

VII.

I Socj emeriti sono quelli, che cessano di appartenere alla Classe degli attuali pel titolo accennato nel numero V. Sono perciò esonerati da qualunque obbligo accademico, nè debbono più essere nominati a Cariche o ammessi a delibe-

zioni, potendo unicamente intervenire alle private adunanze. Tuttavia mediante la lettura o presentazione di una memoria o dissertazione sarà il socio emerito rimesso nella Classe degli attuali, salvo però le condizioni del citato numero V. Fanno eccezione alle disposizioni del presente numero quei Socj, i quali abbiano dato all' Accademia dieci produzioni, dovendo essi per onorevole distinzione mantenersi nella Classe degli Attuali in qualità di *Permanenti*, quand' anche il loro domicilio fosse passato in estero stato, e non intendersi computati nei trentasei del sovraccitato numero V.

VIII.

Per le elezioni e le deliberazioni qualunque siano, che spettano alla sola Classe dei Socj attuali, si procede sempre a voti secreti, e la plurità relativa di questi decide, richiedendosi però il numero legale dei votanti, compresi i Membri della Direzione Centrale, non minore di diciotto nella prima radunanza; in cui, non venendo soddisfatto a questa condizione, ne sarà dato cenno nell'invito ai Socj attuali per una seconda radunanza, che susseguentemente si dovrà tenere per lo stesso oggetto, nella quale diventerà legale qualsivoglia altro numero, però non minore di sei. Il Presidente avrà sempre la facoltà di due voti, salvo il caso che questa prerogativa potesse indurre parità di risultato nello scrutinio. Qualunque carica accademica, oltre quella di Presidente già stabilita al numero I., nella quale è sempre implicita l' ascrizione alla Classe de' Socj attuali, e così qualunque speciale Delegazione dovrà sempre cadere fra i Membri attuali domiciliati in Modena, e per converso ogni Socio, finchè trovasi investito di una carica accademica, s' intenderà far parte della Classe degli attuali, benchè non venissero da lui adempiuti gli obblighi impostigli dal numero V. Nessun Accademico potrà sostenere nello stesso tempo due delle seguenti cariche; cioè quelle di Presidente, di Vice-Presidente, di Segretario Generale e di Direttore di Sezione.

IX.

L' anno accademico s' intende incominciato nel mese di Novembre e terminato col Luglio. Nel primo mese non ha luogo che l'annua generale adunanza per la relazione sopra i lavori dell' anno precedente, e pel resoconto dell' amministrazione, come anche per qualunque deliberazione di massima o di provvedimento che possa occorrere. Le adunanze private di ciascuna Sezione, cui potranno intervenire i Socj tutti, si terranno ad invito del rispettivo Direttore, in guisa che una di esse abbia luogo almeno ogni venti giorni.

X.

Si potrà tenere ancora qualche adunanza pubblica, della quale l' argomento, la disposizione e il giorno verranno fissati dal Presidente con annunzio ed invito da farsi due mesi prima ai Socj attuali ed ai corrispondenti negli Estensi Dominj, affinchè vi concorrano con loro proprie produzioni. I componimenti da leggersi dovranno essere sottoposti col mezzo del Segretario Generale alla Direzione Centrale per l' approvazione; e gli Autori saranno tenuti d'uniformarsi a quanto venga loro prescritto in proposito, sotto pena, ove trasgrediscano, di essere immediatamente cancellati dal Ruolo degli Accademici.

ELENCO ALFABETICO
DE' SOCJ ATTUALI
NOMINATI
dall' anno 1847 *al* 1860

Biagi Prof. D. Michele
Boni Giuseppe
Borghi Carlo
Bruni Prof. Dott. Luigi

Campori March. Giuseppe
Camuri Prof. Ing. Antonio
Celi Prof. Dott. Ettore
Cugini S. E. Mons. Francesco Emilio

Ferrari Moreni Conte Gio. Francesco
Ferrari D. Teodoro

Gaddi Prof. Dott. Paolo
Gandolfi Prof. Dott. Giovanni
Giacobazzi Conte Luigi

Malatesta Prof. Adeodato
Marianini Prof. Ing. Pietro

Puglia Prof. Dott. Alessandro

Razzaboni Prof. Ing. Cesare
Ricci Prof. D. Domenico

Spallanzani D. Luigi

Vaccà Prof. Dott. Luigi

CONTINUAZIONE DE' CENNI STORICI

INTORNO

ALLA R. ACCADEMIA DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

Facciamo seguito alla continuazione dei Cenni Storici della R. Accademia dall' epoca del 1843 nella quale furono tralasciati nella terza parte del primo volume di queste memorie; nè possiamo riprender quella che al solo anno 1858, e con un vuoto di presso a quattordici anni, ne' quali o non vi ebbero regolari adunanze delle Sezioni, o se pur vi ebbero non ne furono raccolti e conservati gli atti con quella precisione ed autenticità che sarebbe richiesta per poterli con sicurezza affidare alla storia.

Relazioni dell' Anno Accademico 1857-1858

Adunanza della Sezione di Lettere

15 *Aprile* 1858.

Convenuta in privata adunanza la Sezione di Lettere, aprì la seduta il Segretario della Sezione medesima sig. Veratti prof. Bartolomeo, quale membro di apposita Commissione nominata tempo fa dalla R. Accademia all' oggetto di pronunziar giudizio intorno ad un *Saggio di note sopra il Convito di Dante*, offerto all' Accademia stessa dal suo autore sig. Guerra dott. Pietro Archivista nel segreto Archivio estense. Riferiva pertanto il lodato sig. Segretario come la Commissione summentovata proponesse all' intero Corpo Accademico di dirigere al sig. Guerra i ben dovuti encomii e ringraziamenti.

Il medesimo sig. Segretario, come appartenente ad altra Commissione nominata dall' Eccellenza del sig. Ministro dell' Interno, nella sua qualità di Presidente perpetuo della R. Accademia, per giudicare un lavoro inedito del sig. cavaliere Giovanni da Silveira Portoghese, sopra l' Ortografia Italiana, lesse il rapporto della Commissione medesima, nel quale tutti gli Accademici presenti udirono con piacere encomiarsi un lavoro di molto pregio in se stesso, e di non poca utilità per gli studiosi di questo ramo interessantissimo della nostra letteratura, se l' autore del medesimo venisse nel divisamento di pubblicarlo per le stampe.

Adunanza della Sezione di Scienze
29 *Aprile* 1858.

Il Direttore della Sezione Cav. prof. Giuseppe Bianchi, premesse alcune parole di ringraziamento al Corpo Accademico che volle onorarlo di tale ufficio, trattiene l'altrui attenzione con orale discorso, mancatigli tempo e salute di farlo in iscritto, sopra le grandi macchie non ha guari apparse nel disco del sole. Presane l'occasione e l'argomento da una simile verbale communicazione fatta alla R. Accademia di Torino dal suo Presidente il celebre Geometra ed Astronomo sig. Barone Plana, e riportata dai pubblici fogli, il nostro socio Direttore ha potuto estendere ed eziandio in alcuna parte modificare colle proprie quotidiane osservazioni del disco solare la breve relazione del suo illustre Collega Torinese, avvertendo primamente, che la visibile superficie del Sole non offerse macchie di sorta nè grandi, nè piccole, parecchi mesi di seguito nell'anno 1856, ma che nel susseguente, avvegnacchè nè molto ampie, nè molto frequenti, alcune tuttavia ne presentò, quasi disponendosi la Fotosfera del Sole, giusta la bella, e così ben fondata ipotesi dell'Arago, a quelle squarciature amplissime, che recentemente ha offerte. Rispetto poi alla grande e triplice macchia veduta dal Barone Plana presso il lembo orientale del Sole, e da lui valutata in estensione superficiale più vasta dell'Europa, il nostro A. conservandone e ponendone sott'occhio tutti i disegni delle solari apparenze da lui delineati sopra il vero, fa riflettere la detta macchia non poter essere, se non quella, che spuntava nell'emisfero a noi rivolto in sul cominciare dello scorso gennajo, e verso la metà dello stesso mese ne usciva. Ora questa macchia rapidamente formatasi quasi a mezzo del disco solare, e dilatatasi enormemente il 15 del precorso dicembre, avea presentato entro una comune penombra, che avvolgealo, tale un gruppo di nuclei oscuri da occuparne in complesso di superficie sei o sette volte quella di un massimo circolo terrestre, che sarebbe in diametro ed angolarmente alla distanza del sole da noi di circa due minuti. Come però una sì ampia voragine o squarciatura della fotosfera solare e dell'interno involucro aeriforme sino al solido ed opaco nucleo centrale erasi in breve tempo formata, accresciuta e variata di figura, così rapidamente pure scemò di grandezza, e dopo mezza rotazione del sole non riapparve al lembo orientale, se non qual punto appena percettibile, e questo pure dileguatosi in breve, e totalmente. Di tal guisa l'intero corso di una delle più grandi macchie dalla sua origine alla distruzione, è stato dall'osservazione seguito. Però dalle misure esatte della posizione di quella sopra il disco solare mal saprebbe dedursi ne'suoi elementi la precisa rotazione, come proponevasi di ottenere il sig. Barone Plana, e ciò atteso il probabile ed assai forte movimento proprio della macchia stessa. Infine toccato di alcune altre questioni promosse fra gli Astronomi, e tuttora non risolute intorno alle macchie del sole, il nostro Accademico Direttore venuto a quella di una rispondenza fra le apparizioni di tali macchie e le temperature terrestri, fa riflettere che lo straordinario e sì prolungato freddo, sperimentatosi lo scorso inverno ne' temperati nostri climi ebbe per immediata e più verosimile cagione fra noi, e per tutta l'ampia valle e pianura del Po, la totale ed affatto insolita deficienza delle nebbie sciroccali e basse durante l'autunno precedente, e dopo le nevicate invernali che seguirono.

Il sig. prof. Bartolomeo Veratti lesse una sua Memoria intorno al Vaglio di Eratostene, nella quale tende a provare, contro l' opinione di Samuele Horsley, che non avvi ragione di tenere per adulterata la descrizione, che del metodo di Eratostene ci tramandarono Nicomaco e Boezio.

Il sig. prof. Paolo Gaddi Censore della Sezione di Scienze, lesse una sua nota avente per titolo *Uso del microscopio diretto a svelare la presenza del cotone nei filati, tessuti e feltri.* In essa stabilisce i caratteri microscopici distintivi delle materie vestiarie, confrontandoli con quelli spettanti al cotone; premettendo opportunamente che le forme primitive delle materie suddette non restano alterate nei diversi processi della tintura, pettinatura, scardassatura ecc.

Il sig. prof. Alessandro Puglia Vice-segretario generale dell' Accademia, quale membro e relatore della Commissione incaricata di dar voto su d' un nuovo *Speculum* presentato dall' eccmo sig. dott. Bartolomeo Battilani, lesse la sua relazione nella quale asserisce essere quello strumento di forma affatto nuova, e non la semplice modificazione di altri già conosciuti nello stesso genere; e che inoltre la Commissione incaricata, avendo assistito al maneggio pratico del medesimo, ha dovuto persuadersi esser desso preferibile agli altri già noti per la facilità, comodità e prontezza colla quale può esser applicato nei diversi casi.

Adunanza della Sezione d' Arti

6 *Maggio* 1858.

Fu aperta colla lettura d' un rapporto del Socio attuale sig. prof. Cesare Razzaboni, membro d' una speciale Commissione incaricata ad esaminare un nuovo metodo per porre in retta linea gli assi degli alberi di qualsiasi grossezza; in esso rapporto notificava che la Commissione stessa non può esternar giudizio finchè l' autore sig. Angelo Valli non presenti qualche modello a schiarimento del metodo da lui trovato.

Il sig. prof. Alessandro Puglia lesse una Memoria del signor Giusto Giusti sul modo di collocare i gelsi tra i filari degli olmi nei piantamenti ordinari, e sulla maniera di propagare le viti. Intorno alla quale l' Accademia ha trovato opportuno di aderire al divisamento dell' autore il quale si propone di assoggettare il suo metodo al giudizio di competenti agronomi per rilevarne i risultati.

Il sig. prof. Bartolomeo Veratti diede lettura d' una Memoria del sig. prof. Andrea Cavazzoni Pederzini in risposta al seguente quesito: « Dovendo valutare i prodotti del suolo per istabilire quale sia la ricchezza dello Stato Estense in ciascun anno, si dovrà stare ai prezzi dell' epoca d' ogni raccolto, ovvero al prezzo medio che i medesimi generi hanno avuto nell' anno? » L' Accademia ha ascoltato con interessamento la chiara ed ordinata esposizione delle ragioni per le quali l' autore è stato condotto a conchiudere, che si debba attribuire a rendita del suolo la quantità d' ogni prodotto moltiplicata pel prezzo che ha avuto nel tempo e nel luogo della produzione; assegnando poi a guadagno o a perdita de' Commercianti la differenza che si verifichi col prezzo medio annuo delle rendite riferibilmente a tutti i prodotti dello Stato.

Adunanza della Sezione di Scienze
20 *Maggio* 1858.

Questa Sezione tenne privata Adunanza, la quale ebbe cominciamento da una Nota letta dal suo Autore sig. prof. Pietro Marianini, *sopra la maniera di stabilire i principj del metodo infinitesimale*. In essa l'Autore riguardando gli infinitesimi, come quantità puramente ipotetiche, ha esposti i detti principj senza adottare definizioni ripugnanti, e in modo che chiaro apparisca qual conto debba farsi del detto metodo.

Il Direttore della Sezione sig. cav. Giuseppe prof. Bianchi lesse, a nome del Socio sig. prof. Antonio Araldi, una Nota *sull' operazione dell' eliminazione di una variabile, od incognita da due date equazioni di simultanea sussistenza*, nella quale, dopo di aver richiamato quanto ne scrisse in una precedente sua Memoria sullo stesso argomento (ove, indicate le cause che conducono ad un'equazione finale di grado troppo elevato, esponeva un processo espresso da una formola generale, mediante il quale si giunge ad un' equazione finale scevra di fattori alteranti, quando le equazioni date siano dello stesso grado rispetto alla quantità eliminata, che se fossero di gradi differenti, mostrava quali fattori vi si sarebbero introdotti, onde poterne poscia liberare la risultante) a complemento del suo lavoro produceva una modificazione del processo proposto che conduce direttamente alla vera equazione finale completa, e libera da radici estranee alle equazioni date.

Il Socio sig. prof. Paolo Gaddi lesse una sua Nota, *intorno a quattro casi di Teratologia*. In essa chiamava l'attenzione dei cultori delle Scienze naturali sul fatto da lui più volte osservato, esservi cioè certi periodi di tempo ne' quali i mostri vengono con frequenza alla luce; trascorsi i quali periodi ne passano altri ben molti senza che si rinnovi l' indicato disordine. Accenna poscia i punti principali sui quali dovrebbero cadere le osservazioni, a fine di svelare la causa di questo fenomeno interessante non solo dal lato fisico, ma altresì dal lato morale e più poi dal lato religioso.

Il prelodato sig. cav. Direttore partecipò per ultimo due singolari fenomeni da lui osservati, cioè un magnifico *Alone* formatosi e conservatosi attorno al sole dalle ore 11 alle 12 nel mattino del giorno 19 corrente, e l' occultamento fatto dalla luna, la sera dello stesso giorno, della stella di prima grandezza, denominata *Regolo*, e che brilla nel cuore del Leone. Osservato e descritto il primo d'essi fenomeni dalla sua campestre dimora in Campogalliano, egli recavasi ad osservare il secondo con ogni accuratezza in questa R. Specola. Come però gli riuscì di eseguire le sue osservazioni in riguardo all' immersione o apparente ingresso della stella nella luna; in riguardo all' emersione, o all' egresso, benchè la serenità dell' atmosfera gli fosse non meno propizia, l' istante della riapparizione della stella gli falliva; e ciò a motivo che nella realtà esso antivenne di 10 minuti per Modena, l' annunzio dato dalle effemeridi di Berlino, e di ben 25 minuti, parimenti per noi, quello delle effemeridi di Milano. Cogliendo poi occasione dalla comunicazione fatta, egli ha lamentato che le simili occultazioni delle Plejadi per la luna, avvenute già, e da rinnovarsi altre volte ancora nel corrente anno per la maggior parte sotto i nostri meridiani, ci furono, e ci saranno tolte

alla possibilità di osservarle, neppure coi migliori cannocchiali, dalle circostanze o del novilunio troppo vicino, o dal non essere allora la luna sopra il nostro orizzonte, perchè o ancora da nascere, o tramontata dianzi, o per altre contrarietà somiglianti. E così pure non ci sarà conceduto di contemplare l' occultazione lunare di Saturno, annunziata dalle effemeridi pel giorno 23 del venturo novembre alle ore 10 e mezzo della mattina, attesa l' invisibilità del pianeta di debolissimo lume nel pieno giorno.

Adunanza della Sezione di Lettere

26 *Maggio* 1858.

Il Socio attuale e Tesoriere della R. Accademia sig. Carlo Borghi lesse una sua memoria sopra *la patria di Carlo Goldoni*, che forma parte di più ampio lavoro da lui intrapreso sulla vita del ristauratore del Teatro Italiano. In questa memoria il nostro socio, riconoscendo i diritti del Goldoni alla cittadinanza Veneta pei titoli di nascita e domicilio, comprova, colla scorta di autentici documenti come egli fu Modenese per l' origine sua, per la cittadinanza conservata in Modena da' suoi maggiori e da lui medesimo, avendo chiesta ed ottenuta, in qualità di suddito Estense, la licenza di assentarsi dallo Stato; per avere qui conservato il patrimonio dei suoi antenati, senza acquistare proprietà stabili nel Dominio Veneto; per essere stato qualificato come cittadino Modenese ne' pubblici strumenti; e per essersi dichiarato tale più volte egli medesimo.

Il Socio attuale ed Archivisita della R. Accademia sig. conte Giovanni Francesco Ferrari Moreni lesse una sua nota intorno alla vita e alle opere del dott. Antonio Moreali figlio del famoso dott. Giambattista Moreali. Ed accennate le poche notizie potute raccogliere intorno la sua vita, e gli ufficj che sostenne di medico di Collegio, di professore di storia naturale e prefetto del Museo della Università di Modena, diede contezza di alcuni opuscoli da lui pubblicati colle stampe, e di altri scritti inediti. Il nostro socio, trovandosi possessore dell' elogio autografo recitato dal prof. Moreali in lode del cav. Antonio Vallisnieri seniore per l' inaugurazione degli studi dell' Università Modenese nel 25 novembre 1791, ha dato fine alla sua nota riportando l' esordio di quell' elogio, e manifestando il voto che di tanti elogi d' uomini illustri recitati come questo dal Moreali, nell' annua ricorrenza del solenne riaprimento delle scuole Universitarie, sia continuata la pubblicazione che nel 1820 fu intrapresa sotto il titolo di *Fasti letterarj della Città di Modena e Reggio*.

Le relazioni suddette sono state esattamente qui riprodotte dai numeri 1695 - 1698 - 1701 del *Messaggere di Modena*.

Relazioni dell'Anno Accademico 1858-1859

Adunanza della Sezione di Scienze

10 Gennajo 1859.

Fu aperta l'adunanza dal Direttore della Sezione Cav. prof. Giuseppe Bianchi colla lettura d'una sua relazione intorno alla bella e grande Cometa del Donati. Esposto quanto di meglio potè raccogliere dai giornali ed atti accademici, non che quanto venne osservato in questa R. Specola circa la forma, splendore e cangiamenti di questo corpo celeste, per dedurne la verosimile costituzione fisica, il riferente vi aggiunse alcune proprie considerazioni toccanti specialmente l'analogia dei caratteri, e le apparenze fisiche fra questa e la memorabil Cometa del 1811; a tale confronto porgendogli ampio soggetto ciò che di quest'ultima ragionarono Guglielmo Herschel, Olbers, e con altri sommi il vivente Biot. Dalle forze, onde in vicinanza del perielio svolgesi la materia del nucleo cometico, ed hanno progressiva origine e formazione gl'involucri del nucleo stesso e le lunghissime code, per avviso del relatore medesimo, potrebbe forse spiegarsi, e non inverosimilmente, l'unico fenomeno sin qui osservato dello spezzamento della Cometa di Biela in due, le quali proseguono a scostarsi l'una dall'altra, e a percorrere ciascuna la propria orbita. Cita poi egli l'osservazione fatta dal celebre Piazzi di un curioso e rapido movimento di sostanza luminosa che presentò la grande Cometa del 1811, il qual fenomeno, benchè non riprodotto nella Cometa del Donati, appoggerebbe tuttavia l'ingegnosa ipotesi dell'Olbers, che nella costituzione appunto, e nei cangiamenti fisici delle Comete, abbia gran parte e cagione l'elettricità, pensamento a cui fu pur condotto da quel fenomeno l'Astronomo di Palermo. Infine il riferente offrì un prospetto di dodici orbite paraboliche, e di otto elitiche ottenute per la Cometa recente da' più abili calcolatori su la base delle migliori osservazioni, per le quali il ritorno più vicino della Cometa Donati, non può avvenire probabilmente se non se da qui a quindici o venti secoli.

In pari tempo il nominato Direttore ha presentato agl'intervenuti il disegno in litografia della sfarzosa Cometa, non che una collezione di mappe fotografiche della luna offerta in omaggio all'A. R. dell'Augusto Sovrano dal nostro Socio Corrispondente al Collegio Romano P. Angelo Secchi.

Il Socio prof. Geminiano Grimelli lesse in seguito una sua memoria sopra gli oggetti e mezzi indumentarii e vestiarii dell'umana macchina vivente, il loro uso, ed abuso insano, rivolgendo specialmente simili considerazioni all'abuso dei tessuti di lana, come fanella e maglie applicate sulla cute del petto con facile riscaldamento morboso dei visceri toracici fino anche alla loro infiammazione lenta e tisica.

Egli si è quindi fatto a dimostrare il sistema vestiario dell'umana macchina vivente tanto più vantaggioso, quanto meglio acconcio a sostenere la salute nelle sue norme, e coi suoi contrassegni di *testa fredda, petto fresco, ventre caldo,*

braccia e gambe calde e riscaldate, madide e sudorose. Formola di salute attinentesi pure ai procedimenti respiratorii, sanguificativi di ossigenazione e calorificazione animale umana, che si avviano dal polmone lungo tutta la massa sanguigna, bensì con presso che pari intensità calorifica per ogni parte, ma con termico accumulamento maggiore al capo, al petto, al ventre, minore agli arti così toracici come addominali.

Passate quindi in rassegna le diverse foggie di vestire riguardate nelle loro origini e specie, nei loro caratteri ed attributi in rapporto coi diversi luoghi, e colle varie stagioni, il nostro Socio si è fatto a dimostrare che nelle nostre regioni temperate sotto ai tessuti di lana la cute suole addivenire riscaldata, untuosa e fino all' arsicio sordido, con manchevole traspiro sieroso, specialmente attorno al torace e sul petto, ove più fervendo, per applicate lane, il calore animale, ivi più la cute risulta untuosa, con escrementizio sucidume in contrapposizione al traspiro sieroso più sano. In pari tempo i tessuti di lana occasionano e promuovono sull' organo cutaneo un eccitamento irritativo con eretismo vascolare ed orgasmo nervoso tendente a diffondersi in via simpatica agli interni visceri con loro corrispondente funzione più o meno eccitata, o irritata fisiologicamente, e patologicamente. Per il che nelle medesime nostre regioni temperate l' uso d' infarcire il petto di lane coibenti il calore animale importa frequenti malanni flogistici ai visceri toracici, il che, disse il nostro Socio, d'avere in molti casi sperimentato e sopra individui da lui curati od anche sopra se medesimo. Sull' appoggio dei quali fatti e a fronte dei vantaggi che riportarono coloro tutti cui piacque adottare il nuovo sistema indumentario proposto dal Socio, se n' è egli dichiarato banditore, asseverandolo corrispondente alla sopra enunciata formola di salute. Trattandosi poi di infermi decombenti in letto per malanni flogistici al petto, inculca di graduare le coltri di lana dal petto ai piedi in ragione del morboso senso termico flogistico, e del suo alleviamento al petto stesso. Comunque però occorra di sollevare un individuo dalle abusate lane, avverte, che trattandosi di abitudini inveterate specialmente in individui deboli, giova diminuirle gradatamente, e in pari tempo sopraccaricare le braccia con grosse maniche dalle spalle alle mani, raddoppiandole eziandio dai gomiti alle mani stesse.

Poscia il Socio e Segretario della Sezione prof. Giuseppe Generali lesse la prima parte di una memoria intorno ad un caso di Teratologia. Dimostrata l' utilità di questo ramo di studio, viene alla descrizione della mostruosità che ha data luogo alla sua memoria e che presentasi in una giovane di 17 anni da lui curata in questa Clinica Chirurgica. Detta mostruosità consiste in un innesto sull'osso mascellare inferiore, d'altronde ben conformato, di un imperfetto altro osso mascellare sul quale sono impiantati cinque denti bene sviluppati, circondati da gingive, il tutto contenuto in una cavità orale accessoria, provvista di membrana mucosa, e di una cavità orale contornata da labbro: nella qual cavità orale accessoria è segregato un umor salivale, e non vi ha comunicazione colla cavità orale naturale. Fan seguito alla descrizione della mostruosità alcune annotazioni sulla derivazione della parola *mostro* e sull' opinione che i *mostri* si abbiano a considerare come scherzi di natura. Assegna a questa mostruosità il posto che deve avere nelle classazioni teratologiche. Dimostra come tale mostruosità sia rarissima a tale che, almeno per quanto è a sua cognizione, e sull' autorità del Geoffroy Saint Hilaire, non si conoscono esempii nella specie umana.

Passa in rivista le opinioni diverse sull' origine delle mostruosità in genere e si attiene a quella delle cause accidentali, studiandosi poi di far comprendere il modo di formazione della mostruosità descritta. Terminò la lettura promettendo in altra tornata la seconda parte del suo lavoro riguardante le applicazioni terapeutiche che se ne possono fare.

Adunanza della Sezione di Lettere

20 *Gennajo* 1859.

Il Socio attuale e Tesoriere della R. Accademia sig. Carlo Borghi ha letto una sua memoria, che si connette con quella da lui precedentemente esposta nell'adunanza del 26 maggio 1858 ad illustrazione della vita di Carlo Goldoni. In questa seconda memoria ha discorso intorno all' educazione del riformatore del Teatro Italiano, prevalendosi di notizie che ha potuto raccogliere da documenti autentici. E come nella prima memoria gli venne fatto di confermare con nuovi ed autentici documenti il diritto di Modena di annoverare fra i suoi figli quel celebre uomo, così in questa ha potuto registrare particolarità e notizie di patrio decoro, indicando altresì con tutta certezza le case ove il poeta abitò quando fece soggiorno in Modena o presso la sua Zia Virginia Goldoni Zavarisi, o nell' antica casa paterna ed avita; la quale ultima, ora distrutta, si trova compresa nel perimetro del nuovo Teatro Comunale di Modena.

Il Socio attuale ed Archivista della R. Accademia sig. Conte Gio. Francesco Ferrari Moreni, facendo seguito a precedente suo rapporto, letto nella generale adunanza della R. Accademia del 17 dicembre 1858, ha dato ragguaglio di diversi Manoscritti esistenti nell'Archivio Accademico annunziando che si occupa indefessamente nel riordinare molte altre carte trovate nell'Archivio medesimo, delle quali si riserba di presentare in altra adunanza un Elenco generale. E non vuolsi ommettere che fra le cose menzionate v' ebbe un Elogio latino in lode del Marchese Luigi Rangoni, recitato in Modena nella Chiesa di S. Bartolomeo, per l' inaugurazione degli Studii il 4 dicembre 1845 dal Padre Gaetano Baldelli, ora Canonico. Questa orazione applaudita assaissimo quando fu recitata, è venuta di recente per cura del nostro Socio ed Archivista, che l' ottenne dal suo Autore, ad arricchire l'Archivio Accademico, ove si conservano molte altre memorie di quel nobilissimo Cavaliere che per tanti anni fu benemerito Presidente e Protettore amplissimo della R. Accademia.

Da ultimo il Segretario della Sezione Cavaliere prof. Bartolomeo Veratti ha dato comunicazione di un lavoro del nostro Socio Corrispondente P. Bartolomeo Sorio D. O. di Verona ad illustrazione di tre laudi del B. Jacopone da Todi, che mancano nella edizione citata dalla Crusca, e che per confronti da lui istituiti delle più antiche stampe con diversi pregevoli manoscritti sono state ridotte da lui a genuina lezione. Questo lavoro del nostro Socio Corrispondente sarà pubblicato quì in Modena negli *Opuscoli Religiosi, Letterarii e Morali,* ne' quali sono già stati inseriti altri simili Cantici emendati ed illustrati, e in avvenire sarà proseguita la publicazione di quell' antico poeta riducendone il testo a sana lezione, coll' ajuto de' Codici e della Critica.

Adunanza della Sezione d' Arti

29 *Gennajo* 1859.

Il Direttore della Sezione sig. professore Cesare Costa trattenne gli Accademici col ragguagliarli intorno ad uno scavo fatto in Modena nel 1856 parte nell' area della casa di proprietà *Cornia,* e parte nell' area della nuova contrada *Lucchina* ove sbocca in quella denominata *Gallucci.* Descrisse la costituzione e giacitura planimetrica ed altimetrica degli oggetti che in esso scavo si rinvennero, cioè di un pavimento lastricato in marmo di Verona appartenente all' antica Modena Romana, di tre piedistalli con iscrizioni imperiali, e d' altri monumenti ed avanzi antichi tanto di marmo che di mattoni; de' quali oggetti e loro giacitura presentò altresì un apposito disegno geometrico di pianta cogli spaccati. Accennò poscia al modo onde gli venne fatto d' investigare la presenza di tali oggetti d' antichità, e come il felice riuscimento di detti scavi si debba alle provvide disposizioni emanate in proposito dall' Eccelso Ministero dell' Interno e dall' Illustrissima Comunità di Modena; al quale appoggio delle superiori Autorità dobbiamo, egli diceva, altresì gli altri più copiosi scavi che furono eseguiti nel 1844 e 45, i quali vennero pubblicati mercè le cure d' una benemerita Società di cittadini, e ne compose erudita descrizione l' Eccellenza del Generale e Maggiordomo Maggiore di S. A. R. Conte Luigi Forni. L' illustre Direttore depositò agli atti dell' Accademia il suddetto disegno e la succinta descrizione, nel desiderio che potessero servire di norma per la continuazione degli scavi fin qui regolarmente eseguiti; pe' quali si potrebbe finalmente raggiungere lo scopo di formare una pianta di quest' antica ed opulenta città che fu celebratissima Colonia Romana. Ed a fine di riuscire con maggior facilità nel bramato intento proponeva di invitare i signori Ingegneri esercenti perchè, qualora nel praticare scavi avessero a rinvenire qualche avanzo di antichità, qualunque esso sia, tengano conto esatto della sua forma, qualità e giacitura, e insieme ne facciano rapporto a questa R. Accademia, la quale li accoglierebbe con favore, e conserverebbe ne' proprj atti i praticati rilievi a lume e guida di chi in avvenire si vorrà occupare di lavori di questo genere.

Poscia il prof. sig. Paolo Gaddi lesse una sua memoria sull' arte della Litografia in Modena. Premesso come l' invenzione di quest' arte si debba al Bavarese Luigi Senefelder che la scoprì nei primi anni del corrente secolo, ma la palesò solo nel 1819; si fece a dimostrare coll' appoggio dei fatti e di autentici documenti che il Modenese Giuseppe Gaddi, suo fratello, fu il primo in Italia che fino dal 1814 cominciasse ad istituire esperimenti dietro i quali giunse ad impossessarsi dell' arte nuova e ad esercitarla. Espose come egli variasse i metodi litografici, usando ora l' inchiostro direttamente sulla pietra, ora l' applicazione indiretta di quello col mezzo del *trasporto,* quando l' incisione, quando ancora la stampa con colori ad olio; e come giungesse ad ottenere siffatti risultamenti mercè incessanti e variate prove non solo per rinvenire gl' ingredienti acconcii alle diverse preparazioni, ma per costruire eziandio i torchi ed altri istrumenti necessarii alla stampa litografica; che egli poi applicò agli scritti e disegni d' ogni genere, alla musica, alle mappe geografiche, alle carte da giuoco, e perfino a rendere più vaghi i lavori di trucciolo. Espose i favori e i privilegi a lui accordati dall' Ec-

celso Governo, l' onorificenza del diploma di Socio della patria R. Accademia nella Sezione d' Arti, e come nel 1828 fosse invitato a Roma per assumervi la direzione di un istituto litografico presso l' Ospizio Apostolico di S. Michele. Completò la storia della litografia in Modena indicando come nel 1840, ritirandosi dall' esercizio di quest' arte il Gaddi, gli subentrò il sig. Pio Gustavo Goldoni, la cui mercè e cooperazione del valente pittore sig. Carlo figlio di lui, si mantiene sempre in onore in questa Capitale l' arte della Litografia.

Adunanza della Sezione di Scienze

10 *Febbrajo* 1859.

Questa sezione tenne la consueta adunanza, la quale fu aperta colla lettura fatta dal Socio attuale prof. Pietro Doderlein di una sua Memoria *sull' origine e i progressi delle Scienze naturali, contemplandovi a preferenza quelle che si riferiscono al regno animale.* In questa Memoria, addimostrati i vantaggi dell' erudizione storica in ordine ad una Scienza così vasta quale è la Storia naturale, ed esposti i motivi che lo indussero al presente lavoro, divide il soggetto del suo discorso in cinque grandi periodi storici. Nel primo di questi riguardante le incerte nozioni scientifiche de' popoli più remoti, fa osservare, che lo studio della natura dovette esordire colla prima infanzia delle nazioni, ed essere coevo allo studio dell' umana intelligenza. Fondandosi quindi su argomenti religiosi, geografici e fisici dimostra che, a preferenza di altre opinioni, quella deve adottarsi che riporta il primo sviluppo dell' umana società all' Asia Centrale, e precisamente nelle regioni interposte fra l' Eufrate e il Tigri, paese sopra ogn' altro privilegiato dalla natura per mitezza di clima, e per copia de' prodotti naturali necessarii all' uomo. Viene quindi esponendo come le arti e le scienze fecero parte delle prime occupazioni delle genti, e come vennero perfezionandosi mano mano che progredirono nella vita sociale. Enumerati poscia i più antichi personaggi storici chè studiarono le leggi della natura, discende a parlare dei singoli popoli dell' antichità, e per primo degli Indi e dei Chinesi, de' quali nota il carattere scientifico, lo stato industriale, le invenzioni, le scoperte, le opere pubbliche, le nozioni Cosmogeniche, Astronomiche e Naturali, rimettendo ad un' altra Seduta Accademica il proseguimento della sua lettura.

Poscia il Socio prof. Geminiano Grimelli lesse una sua Memoria intitolata: *Acqua di mare ridotta vinosa, potabile, salutare e resa inoltre aceto squisito e saluberrimo, in servizio e vantaggio delle navi e dei vascelli, specialmente in circostanze di avarie delle acque potabili e di blocchi delle città marittime.* Premette alcuni principii e schiarimenti sui metodi enologici già da lui pubblicati, per ottenere vini senza uva tanto fermentati, ossia procedenti da un mosto vinoso fermentescibile allestito sul tipo e in conformità di quello dell' uva, quanto non fermentati, ottenuti cioè coll' infondere nell' acqua comune gli accennati materiali vinici. E in ordine a simili vini non fermentati richiama in ispecie quelli che si ottengono con un metodo applicabile eziandio alle acque più impure e cariche di sali, ne' quali i ma-

teriali salini, per virtù di speciali sostanze tanniniche, restano parte disciolti, parte precipitati in sedimento a foggia di tartaro, o gruma. Applicate quindi tali maniere di osservazioni e di sperienze all' acqua marina è riuscito così a ridurla vinosa e salutare, e ciò con facile procedimento. Che anzi con simile preparazione vinosa dell' acqua del mare, ricavasi un sedimento salino, il quale addiviene ottimo mezzo igienico a prevenire e curare specialmente le affezioni linfatiche e glandulari a preferenza altresì del tanto in oggi decantato olio di merluzzo, che pur deve ogni sua virtù agli stessi principii dell' acqua del mare. Ridotta poi l' acqua stessa in vinosa, potabile e salutare, il Socio nostro la rende eziandio aceto squisito e saluberrimo. Egli infatti avendo sottoposti ad esame i migliori nostri aceti detti *balsamici*, ne ha riconosciuto i principii integranti, i quali associati da lui in un composto anidro ne ha formato quasi *un balsamo d' aceto* che infuso a decimi ne' vini comuni li rende immediatamente aceti squisiti e saluberrimi. Ridotta perciò l' acqua di mare allo stato vinoso, infondendovi alcuni decimi di quel balsamo d' aceto si rende anch' essa subitamente aceto squisito e saluberrimo a foggia appunto dei nostri aceti *balsamici*, ed usata con olio d' ulivo e sale comune in condimento di erbaggi, o frutti mucilaginosi e glucosi, quali sono in ispecie le malve o zucche lessate, ne risulta un' insalata gradevole, alimentare, e curativa di varie affezioni irritative, flogistiche specialmente croniche, gastroenteriche non che uropojetiche o urinarie.

In conferma poi delle enunciate esperienze il nostro Socio ha promesso di trattenere gli Accademici nella futura adunanza della Sezione d' Arti con un saggio pratico nel quale farà subire all' acqua marina i suddescritti cambiamenti.

Adunanza della Sezione di Lettere

19 *Febbrajo* 1859.

È aperta l' Adunanza dal Vice Segretario Generale prof. dottore Alessandro Puglia colla lettura d' una parte dell' Elogio del Cav. prof. Ab. Giovanni Battista Venturi da lui stesso recitato già nella Chiesa di S. Carlo per la solenne inaugurazione degli studii nella R. Università. Richiamata da prima una Deliberazione della Direzione centrale, che stabilisce potersi comprendere nella stampa delle Memorie Accademiche gli Elogi letti nelle funzioni Universitarie per illustri uomini ascritti già all' Accademia, qualora riletti nelle Adunanze della Sezione di Lettere ne sia dalla medesima collaudata la pubblicazione; e premesso l' avvertimento che il citato Elogio fu compilato in gran parte sopra la dotta biografia pubblicata anni sono in Reggio dal ch. Prof. Giovanni de' Brignoli nelle *notizie biografiche degli Scrittori degli Stati Estensi*, passa il nostro accademico a dar lettura del suo componimento: e si porta in esso fino a quell' epoca della vita scientifica del Venturi, nella quale, dopo di avere occupato nel Seminario di Reggio le cattedre di Metafisica e di Geometria, tenne in Modena quella di Matematica elementare e di Fisica generale e sperimentale, e coperse le cariche di Matematico Ducale e di Ingegnere dello Stato. Essendo scopo precipuo dell' Elogio quello di

presentare il personaggio encomiato sotto l' aspetto di uomo straordinariamente sapiente, l' oratore si occupa in ispecial modo di far conoscere i pregi delle Opere importanti pubblicate dal Venturi nel tempo di sua dimora in Modena, che fu di circa vent' anni; ed espone in proposito come questo raro ingegno in parecchi rami di scienze e segnatamente nella Metafisica, nella Ideologia, nella Geometria, nella Dinamica, nell' Ottica si facesse sin da' primi esordii della sua carriera promotore di grandi ed utili avanzamenti, scopritore di nuovi trovati, ed emulatore de' più insigni e famosi scienziati, de' quali notò pure e corresse non pochi errori.

Il Socio attuale prof. dott. Pietro Doderlein prosegue le lettura della sua Memoria Storico-scientifica, e tratta degli antichi popoli stabiliti nell' Eriene, e nelle regioni occidentali dell' Asia, accennando come fra essi venisse in onore l' Astronomia, l' Agraria e la Coltura de' fiori, onde seppero formare que' famosi giardini pensili di Ninive e Babilonia che gli stessi loro Re non isdegnarono talvolta di coltivare. Fattosi quindi ad analizzare alcune idee Cosmogeniche che campeggiano nel *Zandevesta* viene brevemente esponendo quale fosse lo stato delle arti e delle industrie sociali presso gli Antichi Caldei, Assiri e Persiani. Istituito poscia un confronto fra il carattere scientifico dei popoli orientali e degli occidentali, discende a parlare degli Egizii de' quali accenna del pari le cognizioni Astronomiche le idee Cosmogeniche ed Orografiche, enumera la vasta serie di industrie sociali e di arti da essi coltivate, e tratta delle loro cognizioni Alchimistiche e dell' arte loro di imbalsamare i cadaveri e delle cagioni che gli indussero a tale costumanza. Indicati infine alcuni de' principali monumenti nazionali degli Antichi Egizii, colla scorta delle indicazioni lasciateci dai migliori autori si prova di stabilirne l' età, e l' epoca più verosimile di costruzione.

Per ultimo il Socio attuale e Tesoriere signor Carlo Borghi legge una Memoria che fa seguito alle altre precedentemente da lui lette alla R. Accademia ad illustrazione della vita di Carlo Goldoni. L' obbietto speciale di questa Memoria è la *Riforma Teatrale*. Per essa si viene in cognizione che la Commedia intitolata la *Vedova scaltra* colla quale il Goldoni diede principio alla riforma del teatro Italiano fu per la prima volta recitata con applauso in Modena nella state dell' anno 1748; e che essendo stata riprodotta con egual lode sopra le scene di Venezia, destò la gelosia e l' invidia di altri comici, che recitavano in quella illustre Capitale.

Adunanza della Sezione d' Arti

28 *Febbrajo* 1859.

In coerenza della Memoria letta nella Adunanza 20 p. p. febbrajo della Sezione di Scienze di questa R. Accademia dal Socio prof. Grimelli intorno *l' Acqua di Mare ridotta vinosa, potabile, salutare, e resa inoltre Aceto squisito e saluberrimo, in servizio e vantaggio delle navi e dei vascelli specialmente in circostanze di avarie delle Acque potabili e di blocchi delle città marittime,* e in conferma della promessa fatta di trattenere gli Accademici in una prossima Adunanza con un saggio sperimentale circa tale materia, il Socio stesso si è fatto premuroso di offrire nella Adunanza di questa sera l' accennato saggio pratico.

Egli quindi ha addimostrato in fatto che l'acqua di mare trattandola con un apposito speciale composto tanninico, questo si espande nella massa liquida dalla quale comincia ben presto a precipitare un copioso sedimento tanninico salso, restando così l'acqua stessa dissalata ed acconcia a ricevere l'indole vinosa, potabile, salutare, siccome è stato eseguito nel corso della seduta accademica con varii saggi pei quali addivenne mirabile il riscontrare l'acqua di mare ridotta in breve da disgustosa e ributtante a vinosamente gustevole e potabile.

Inoltre la stessa acqua fatta vinosa venne nella seduta medesima altresì resa Aceto squisito ed ottimo con infondervi un composto adatto, comprendente i principii integranti dei migliori nostri *Aceti Balsamici*, e che l'illustre Socio ha dimostrato e dichiarato all'Accademia quale *Balsamo d'Aceto*.

Anzi il Socio medesimo dopo di avere indicato all'Accademia ogni principio scientifico e sperimentale in ordine a simile materia di pratica applicazione con economia e salubrità, ha nello stesso tempo dichiarato che andrà ben lieto, se, dietro il di lui avviamento, sarà riescito a promuovere in altri l'impegno di simili applicazioni pratiche in ogni possibile estensione.

Per ultimo ha dichiarato che se l'accennato metodo di ridurre l'acqua di mare da salsa e ributtante in potabile e salutare, non che in Aceto squisito e saluberrimo, sia per ricevere l'approvazione degli intelligenti, e l'applicazione dei pratici, non che l'incoraggiamento dei Governi provvidi, in tal caso il più gradito compenso gli sarà quello di ricevere il sedimento residuo alla riduzione dell'acqua marina in vinosa, per avere così largo campo di applicarlo quale farmaco da lui pure riconosciuto utilissimo contro i malanni scrofolosi e strumosi.

Di tal guisa ha dimostrato la più ardente brama di estendere vieppiù, specialmente fra gli infermi più disgraziati e bisognosi, le cure degli indicati malanni, alle quali è già inteso con osservazioni ed esperienze comparative circa i varii rimedi confacevoli alla loro guarigione, fra i quali ha specialmente rivolte le sue indagini al suddetto composto sedimentoso tannico salso, e al tanto rinomato Olio di Merluzzo, non che al farmaco morfistricnico con risultamenti vantaggiosi, già in gran parte noti e pubblicati.

Adunanza della Sezione di Scienze

10 *Marzo* 1859.

Il Socio prof. Paolo Gaddi legge una sua Memoria sopra un fatto avvenuto in una fanciulla da lui curata nel civico Ospedale, cioè della spontanea uscita di un pezzo di grossa spilla d'acciajo dal lato interno del ginocchio sinistro. Rimosso da prima con varii argomenti il dubbio, che è primo ad affacciarsi alla mente, che la detta punta di spilla siasi insinuata nell'organismo coll'infigersi nella cute, e ritenuto piuttosto che debba essersi introdotta nello stomaco avvolta nel cibo; colla scorta delle migliori e più recenti nozioni di umana anatomia l'Autore si argomenta di tracciare la strada da essa percorsa fino a giungere nel luogo d'uscita. Correda poi questa sua memoria citando parecchi casi di cuori bovini, ne' quali furono trovate infisse lunghe spille d'acciajo, ed uno eziandio di cuore umano che si conserva nel patrio Museo.

Il Socio prof. Giuseppe Generali in continuazione della sua Memoria già letta nell'Adunanza del 10 gennajo sopra un caso di *teratologia* consistente in una *cavità orale accessoria* in prossimità della naturale, si trattiene sul processo operatorio da lui applicato per l'estirpazione dell'indicata mostruosità. Premesse alcune ragioni sulla convenienza di procedere o no all'operazione nel caso presente, e considerato che in quanto al genere de' *mostri polignati* non si trovano nelle storie dell'arte esempii di tentate ed eseguite operazioni, talchè conviene allora al chirurgo affidarsi alla analogia e al raziocinio, dichiara l'Autore come appunto da questi mezzi fu condotto a giudicare non solo possibile l'operazione, ma con ogni buon fondamento, di felice riuscita; e a questa di fatto si accinse il giorno 29 gennajo. L'operazione risultò alquanto complicata atteso che fatte le incisioni delle parti molli ed intrapresa la risezione della prominenza ossea coll'uso della sega articolata di Jeffrey, non si potè con essa compiere il distacco della prominenza medesima per essersi incontrata la radice d'un dente non attaccabile colle seghe ordinarie. Fu quindi necessario continuare l'operazione a colpi di scalpello e martello, ai quali cedè, frantumandosi irregolarmente, l'osso e si staccarono i denti. Levati i quali e i frammenti ossei, oltre ogni previdenza furono riscontrati altri sette denti sottoposti ai primi, che fu duopo svellere nello stesso modo. Ricomposto il lembo colle parti molli sovrabbondanti, ed arrestata l'emorragia, che non fu molta, niun accidente successe da poi, sicchè l'inferma al decimo giorno poteva dirsi guarita, e il dì 7 marzo si ricondusse alla propria casa scevra da ogni mostruosità, anche per fatto della cicatrice, la quale era lineare.

Da ultimo il Direttore della Sezione Cav. prof. Giuseppe Bianchi ha data comunicazione di una Memoria del Socio attuale prof. Antonio Araldi sul calcolo approssimativo degli integrali definiti. Premesso che la ricerca del valore numerico di un integrale $\int_a^b dx\, f(x)$ definito fra dati limiti, espressa in termini geometrici equivale alla determinazione del valore dell'area della curva espressa dall'equazione $y = f(x)$, e limitata fra le ordinate corrispondenti ai valori a, b della x, l'Autore riduce il processo da esso proposto: 1° alla divisione dell'area mentovata in un conveniente numero m di parti, mediante una serie di ordinate equidistanti; 2° alla successiva sostituzione agli m archetti, nei quali venne pur anco diviso l'arco della curva, di quelli di altrettante parabole, prima del grado 3°, poi del 5° ecc., infine del grado $2n + 1$, i quali abbiano cogli estremi comuni dei supposti archetti contatti corrispondentemente all'ordine 1, 2 ecc. n^{esimo}. Trova quindi le formule, e determina l'ordine che regola il calcolo dell'area per l'indicato modo sostituita a quella rappresentante il dato integrale definito, mostrando come per esso si ottenga una serie di valori numerici, che sempre più oltre ogni limite si accostano al cercato, quanto maggiori si assumono i valori m, n. Applica infine il metodo esposto al calcolo di alcuni integrali definiti di valore conosciuto, nel che riesce palese, come quello guidi con qualche prontezza ai valori richiesti, e sia appropriato al calcolo delle tavole delle trascendenti espresso da integrali definiti, i cui valori non divengano, e non tendano nel corso del calcolo a divenire infiniti, accennando la via a tentarsi, allorquando uno, od entrambi i limiti dati dell'integrale eguaglino l'infinito positivo, o negativo.

Adunanza della Sezione di Lettere

21 *Marzo* 1859.

Il Vice Segretario generale prof. Alessandro Puglia, aprendo l'adunanza, prosegue e compie la lettura dell' Elogio del Cav. Ab. Giambattista Venturi, incominciata già nell' adunanza del 19 febbrajo p. p. Sono primamente materia al discorso le cose operate dal Venturi a Parigi nel 1796, quando fu ivi spedito dal regnante Sovrano Ercole III in qualità di Segretario di Legazione, ma in particolar modo si accennano gli studii colà da lui coltivati e le opere importantissime pubblicate con plauso universale in argomenti scientifici d' ogni maniera, massime d' Ideologia, di Fisica sperimentale, di Ottica e d' Idraulica, non che le scoperte ivi pur fatte ed illustrate di antichi Codici e manuscritti eminentemente preziosi in varii rami di fisiche e di matematiche discipline. Passa dipoi l' oratore a far noto quanto operò il Venturi nella qualità d' uomo di Stato che ebbe incarico di assumere ripatriato da Parigi, risiedendo a Berna per circa dieci anni Incaricato d' affari del Regno d' Italia; e non lascia di menzionare le molte occupazioni scientifiche sostenute anche colà indefessamente nei pochi ozii concessi dalla Diplomazia. Ricorda infine con breve enumerazione storico-critica le opere principali pubblicate dal Venturi negli ultimi anni di vita che passò in Reggio sua patria ottenuto il riposo dalle funzioni politiche, e si studia di mostrare la valentia di quell' uomo veramente enciclopedico e i titoli che gli danno diritto alle lodi e all' ammirazione della posterità sui larghi avanzamenti arrecati a tante e tante parti dello scibile umano.

Il Socio Conte Cav. Paolo Abbati Marescotti Vice Presidente della R. Accademia recita una sua poesia da lui intitolata alla sua Luigia. In essa l' ispirazione poetica e l' appassionato eloquio non sono meno ammirabili che nei due rinomati Sonetti già da lui pubblicati sopra lo stesso argomento; tanto è vero che il poeta nelle grandi passioni è sempre grande.

Da ultimo il Socio prof. Cav. Giuseppe Bianchi, richiamato fra i molti scritti inediti del proprio fratello il fu prof. Giovanni, l' elogio da lui tessuto al celebre Ab. Lazzaro Spallanzani, e recitato nella solenne riapertura e inaugurazione degli studii il dì 25 novembre dell' anno 1827, ne ha fatto lettura all' accademica Radunanza, come di lavoro che ben si accompagna col simile encomio al grande nostro Fisico Ab. Gio. Battista Venturi, tributato e riletto dal collega prof. Puglia; laonde può nascere desiderio ed esser bella cosa che l' uno e l' altro elogio inaugurale compajano insieme alla pubblica luce. Nell' attuale tornata è stata letta la sola parte che si riferisce ai meriti dello Spallanzani, considerato qual sommo Fisiologista nell' illustramento delle più astruse quistioni intorno l' economia dell' organismo animale vivente, la generazione e riproduzione, la circolazione del sangue, e la digestione degli alimenti; riserbandosi la lettura dell' altra parte dell' elogio toccante i meriti del soggetto qual insigne Naturalista, alla prossima futura tornata accademica della Sezione di Lettere.

Adunanza della Sezione d' Arti

31 *Marzo* 1859.

In questa adunanza il Socio prof. Grimelli ha trattenuto il Consesso accademico colla esposizione ed ostensione di un « *Nuovo Caffè in Pasta e in Pane a guisa di Cioccolatte squisito ed ottimo così per cibo come in bevanda tanto a freddo quanto a caldo e senza bisogno di zucchero.* »

Nel quale proposito ha preliminarmente accennato la dottrina, già altre volte da lui stesso esposta all' Accademia medesima, e risguardante i cibi d' ogni origine e specie animale e vegetabile, costituenti e rappresentanti il vitto migliore, mercè l' associazione di varie sostanze, quali le azotate albuminoidi plastiche organative, le carburo-idrogeniche combustibili respiratorie, le saline organigene eucrasiche, non che le innervative sensorie motrici, come gli alcaloidi, gli eterolei, gli aromi, gli alcooli, che stante la loro azione speciale sul sistema nervoso, valgono a promuovere, e a sostenere la nutrizione animale. Simili sostanze invero sussistono e riscontransi naturalmente e provvidamente associate nelle carni mangereccie fornite di plastica fibrina, di adipe respiratorio, di sali eucrasici, non che di creatina, tirante di leggieri a creatinina innervativa, in sua azione sensoria motrice, riscontrandosi pure consimili sostanze nei frutti vegetabili inservienti al vitto migliore, avvegnachè muniti di materiali albuminoidi, di combustibili respiratorii, di salini eucrasici, ed eziandio, in buon dato, dei principî innervativi a forma di aromi, o di olii essenziali, come, nei cereali e legumi, non che a guisa alcaloidea di Teobromina e Caffeina, come nel Cioccolatte e nel Caffè. Dietro le quali maniere di osservazioni risguardanti la dieta meglio compita, e più salutare, il nostro Socio chiarissimo ha esposto speciali considerazioni circa i frutti più minuti di sostanze innervative sostenitrici della nutrizione, a fronte di ogni tendenza denutritiva o dissolutiva, siccome quelli appunto del Cacao e del Caffè, avvertendo che, quanto è in uso vantaggioso preparare e ridurre il frutto del Cacao in un composto acconcio ed idoneo così per cibo come per bevanda, altrettanto è finora rimasto fuor d' uso il preparare e ridurre il frutto del Caffè ad un simile composto da profittarne parimenti in via di cibo e di bevanda. Già il frutto del Cacao raccolto ed allestito, diseccato e torrefatto, quindi commisto a materiali aromatici zuccherini, non che sottoposto a calore fondente, riducesi in una massa pastosa che, pel raffreddamento, resta assodata nelle forme del noto Cioccolatte, ben nutrivo e sostenitore della nutrizione. Invece il frutto del Caffè, esso pure raccolto e diseccato, poi, tostato e macinato, anzichè ridurlo a pasta addolcita conservativa di ogni sua proprietà, suolsi piuttosto allestirlo in farina di leggeri svaporativa d' ogni sua fragranza, facendone quindi sollecito infuso bollente e zuccherato nella ben nota maniera di bibita del Caffè, non tanto acconcia per materia nutritiva quanto sostenitrice della nutrizione.

Però il nostro Socio ha addimostrato nella Accademia che anche il frutto del Caffè prestasi ad essere preparato e ridotto in composto conforme a quello del Cioccolatte acconcio e idoneo così per cibo come per bevanda, risultando ognora fornito eminentemente di facoltà nutritiva, non che sostenitrice della nutrizione. Di

tal guisa ottiensi, con ogni economia e salubrità il nuovo Caffè, siccome è invero stato offerto ai Socii Accademici, in pasta solida, compatta, secca, bruna, friabile, di sapore gradevole, fragrante di Caffè, specialmente soffregandola, o frantumandola, stemperandola o sciogliendola in acqua o latte. Conservantesi tanto meglio con simili proprietà, incorrotta ed inalterata, quanto più mantenuta fra le ordinarie influenze atmosferiche difesa e sottratta così dall' umido ammollitivo come da calore fondente.

In tale stato compartecipante di Cioccolatte e di Caffè risulta il mezzo alimentare più sostanzioso e salutare, bene opportuno ed economico. Così è che nella modica quantità di una alle due oncie assunto come cibo riesce stomachico, nutritivo, non che sostenitore della nutrizione, risultando inoltre antidissolutivo, utilissimo contro le corruzioni gastriche, e le flatulenze fradicie, e il fiato puzzolente. Quindi assunto pretto o associato al pane comune, in via di companatico, e per tal guisa pasteggiato, con bibita di semplice acqua oltremodo confacevole a siffatto cibo, costituisce e rappresenta la base di ottimo pasto, sia per colazione, sia per desinare, sia per cena, con ogni vantaggio salutare ed economico.

Lo stesso Caffè in pasta infuso poi da un quinto a un sesto nell' acqua comune tepida, ovvero calda, o meglio bollente, somministra un' ottima bibita caffeinica. In suo composto di materiali, per la massima parte, solubili nell'acqua in ragione della temperatura, comunica all' acqua stessa le proprietà complesse di Cioccolatte e Caffè, ed ora piuttosto di Cioccolatte, or piuttosto di Caffè. Così è che ancor bollente ed emulsivo e torbido offre i caratteri piuttosto di Cioccolatte, ed invece caldo, inchiarito, deposto, offre i caratteri di Caffè con un deposito sedimentoso esso pure gustevole, stomachico, nutritivo, salutare.

Nuovo campo di osservazioni e di esperienze igieniche, dietetiche, sul quale l'Autore ha ottenuto immediatamente l' approvazione e il plauso di tutti i Soci che hanno assaggiato il novello Caffè loro presentato, avendolo riscontrato squisito ed ottimo. Si aggiunge che l' Autore stesso ha pure riconfermato, per mesi di seguito, su di se medesimo, in sua famiglia, non che fra varie persone, e presso diverse famiglie, il prefato Caffè utilissimo e vantaggiosissimo in via tanto di cibo quanto di bevanda. Avendolo in ogni modo, riscontrato un mezzo alimentare di un costo bensì decuplo circa dell' ordinario pane nostrano, ma di una facoltà nutritiva più che decupla del pane stesso, con tutti i vantaggi inoltre per li quali si ottiene al tempo stesso un companatico sanissimo, ed una bibita saluberrima.

Per tutte le quali cose siffatto mezzo dietetico risulta in ogni caso utile e salutare, offrendosi eziandio acconcio e bene opportuno nelle condizioni e circostanze di carestie ed angustie di ogni specie alimentare, non che adatto e confacevole alle provvisioni cibarie ossidionali e campali, ed altresì marittime e navigatorie. Laonde il nostro illustre Socio, ognora inteso al pubblico vantaggio, si è riserbato di tornare quanto prima ad intrattenere l'Accademia circa questa stessa materia, addimostrando il metodo di preparazione in grande dell' accennato nuovo Caffè; con intendimento di applicarne ogni profitto in vantaggio di uno Stabilimento apposito ove accogliere ed assistere, curare e guarire i miseri infermi scrofolosi e strumosi, avendo egli continuo campo di riscontrare che tali malanni risultano tanto più facili a svolgersi e difficili a sanarsi, quanto più trattasi delle arie infette dei miseri casolari, non che di quelle ridondanti di ogni infezione nei comuni nostri Ospitali.

Adunanza della Sezione di Scienze

11 Aprile 1859.

Il Direttore della Sezione Cav. prof. Giuseppe Bianchi legge un saggio di Analisi Geometrica del Socio attuale prof. Antonio Araldi. Comincia questi dal lamentare, come le soluzioni analitiche di problemi Geometrici, ottenuti coi metodi di Geometria a due a tre combinate riescono di frequente così singolari e complesse, che l' animo dell' Analista viene naturalmente tratto alla ricerca delle ragioni della loro complicazione, onde rintracciare altre vie che conducano a formule più semplici e regolari. Queste ragioni altro non sono che condizioni non considerate dal calcolo, perchè non memorate negli enumerati delle questioni discusse, ed alle quali quelle risultanze debbono altresì soddisfare. Desse possono sovente essere riconosciute col solo raziocinio, discutendo colla sola mente le proprietà, che oltre quelle dichiarate dai temi proposti devono venire adempiute dalle loro soluzioni, e possono servire a comporre le formule finali più semplicemente, evitando le laboriose operazioni, cui incorre coll' abbandonarsi all' empirismo del calcolo. Seguendo questo metodo finora negletto, il ragionamento scorrendo sempre per verità conosciute relative alla data questione, che non perde mai di vista, e senza introdurre nel calcolo alcuna incognita da determinare per mezzo dell' eliminazione, giunge alle cercate risultanze. L' Autore applica questo processo nel trattare parecchi problemi cardinali, rendendosi palese come possa condurre alla risoluzione di questioni di qualche importanza e complicazione.

Il Socio prof. Geminiano Grimelli invitato a riferire all' Accademia i risultamenti delle sue osservazioni, ed esperienze, già intraprese, e condotte, fra noi, con ogni accuratezza, circa il malanno, che infesta in tutta l' Europa, da alcuni anni, i bachi da seta, con tanto danno del prezioso prodotto serico; ha esposto in proposito le sue conclusioni circa le cagioni assegnabili, i sintomi manifesti, i rimedi utili del morbo in discorso. Egli ha quindi riferito, che tale malanno ben considerato e studiato in ogni possibile estensione nosologica, così sintetica come analitica, riscontrasi, ed offresi coi procedimenti e caratteri di una reale e vera peste, o pestilenza tutta propria degli animaletti bombicini, e della quale la Storia non ha giammai registrato alcun esempio consimile.

Le cagioni di siffatto malanno pestilenziale le ha quindi indicate consistere in un influsso epizootico predisponente gli accennati animaletti ad infermare dietro il concorso delle comuni cagioni occasionali morbose, fra le quali la più grave si ravvisa procedere dall' infezione dell' aria, sì facile a prodursi entro gli ambienti, ove allevansi i filugelli.

Questo morbo intrinsecamente volto al discrasico dissolutivo, l' ha accennato prodursi e manifestarsi in due distinte forme, l' una dell' atrofia petecchiosa, l' altra dell' ipertrofia adiposa, quali riscontransi talora fra i bachi da seta di un' istessa partita, colla maggior disuguaglianza di sviluppo, restando però gli atrofici prestamente spenti fin dalle prime loro età; mentre gli ipertrofici pervengono talora fin presso alle ultime età, rimanendo inerti, guasti, fracidi.

In ordine poi ai varii mezzi preventivi di tale malattia, communicantesi suc-

cessivamente di allevamento in allevamento, il nostro Socio ha avvertito che il seme di partite in incipiente e minima affezione risulta il peggiore con crescente propagazione della malattia; e che invece il seme di partite coll'infezione cresciuta al massimo, suole riescire alla perfine idoneo ad allevamento immune dal morbo così rimasto pienamente esaurito.

E fra i mezzi curativi ha richiamato i suffumigi disinfettanti solforosi pretti, non che solforosi empireumatici, da lui riconosciuti utilissimi sugli animaletti ammorbati tanto nelle età e forme di bruco, quanto nelle età e forme di farfalla. In ordine ai quali argomenti lo stesso nostro Socio ha richiamato i varii suoi articoli pubblicati fin dall' anno p. p. nel *Bacofilo Italiano* diretto a Milano dall' esimio Dott. Labus, non che nel Bullettino settimanale del Bacofilo stesso.

Da ultimo il Socio prof. Cesare Razzaboni lesse una sua Memoria sugli efflussi dei liquidi dalle luci dei recipienti, nel caso che in questi affluisca un volume d' acqua diverso da quello che è erogato dalle luci. Tale quesito fu da lui diviso in tre problemi distinti a seconda che le luci sono fori, oppure laterali con altezza verticale comparabile col battente, ed infine scaricatori a fior d' acqua. In ciascun problema determina le formole tanto che le luci sieno libere, quanto che sieno soggette a rigurgito in altezza costante, o variabile.

In seguito fa osservare, che quantunque le formole determinate faccian per la loro complicanza un grave contrasto colla semplicità, che a ragione è desiderata dai pratici, non si può prescindere, a meno di non mancare alla dovuta esattezza, di farne uso in tutti quei casi, in cui l' acqua affluente produce un sensibile effetto sull' efflusso.

Chiude infine il suo lavoro notando, che quantunque le teorie, e le leggi che servono attualmente di base all' idrodinamica, sieno assai semplici, tale semplicità si perde tostochè si traducono in termini finiti le equazioni differenziali del movimento delle masse fluide, e che quindi il campo di tale scienza resterà sempre assai ristretto finchè leggi più semplici, o nuovi processi dell' analisi, o tutte e due queste cause riunite non le procurino l' occasione di riuscire meno empirica, e più razionale.

Adunanza della Sezione di Lettere

18 *Aprile* 1859.

Il Sig. Cav. prof. Giuseppe Bianchi prosegue e compie la lettura, già da lui cominciata nella precedente Adunanza della Sezione di Lettere, dell' Elogio di Lazzaro Spallanzani composto dal defunto di lui fratello e nostro Socio prof. Giovanni Bianchi.

Il Sig. prof. Geminiano Grimelli presenta e consegna un pacco suggellato diretto dal Sig. Dott. Giuseppe Crema della Concordia con sua lettera, nella quale prega la R. Accademia a conservare in deposito il plico summenzionato che dichiara contenere la descrizione d' una nuova Macchina Pneumatica di sua invenzione, all' oggetto di assicurare così l' identità e priorità della sua invenzione.

Il Segretario della Sezione dà lettura di una Memoria del nostro Socio Monsig. Celestino Cavedoni, non presente a questa Adunanza, intorno alla quistione se Dante sapesse di Greco.

Da ultimo il Socio ed Archivista della R. Accademia Sig. Conte Gio. Francesco Ferrari Moreni legge una Notizia di due poesie pastorali, l' una pressochè sconosciuta, di Francesco Torti, l' altra del tutto inedita, dell' Imolese Antonio Zampieri; e ragionando di questi valenti uomini, e de' pregi de' loro lavori, annunziò di possedere molti sonetti inediti e autografi dello Zampieri predetto.

Il medesimo nostro Socio presenta poi un suo Opuscolo stampato nel 1855 in soli 50 esemplari sopra la storia inedita degli Accademici Lincei di Roma dell' Ab. Francesco Girolamo Cancellieri, che si conserva nella Vaticana. La quale Storia più ricca e compita delle altre composte precedentemente gioverebbe assai all' illustrazione di varii punti di storia letteraria, concernenti anche la nostra Città, e fra gli altri quello sulla quistione insorta tra il Bianchi ed il Vandelli, se Alessandro Tassoni fosse o no compreso nell' Accademia dc' Lincei. La generosità del Governo Pontificio nell' avere acquistato per un migliaio di scudi quel MS. del Cancellieri, ha conservato alla Storia letteraria notizie importantissime, delle quali e delle altre con indefessa diligenza ed amore raccolte dall' egregio Principe D. Baldassare Boncompagni sperasi di vedere pubblicati i risultamenti.

Le relazioni suddette sono state esse pure esattamente qui riprodotte dai numeri 1798 - 1800 - 1807 - 1811 - 1815 - 1819 - 1823 - 1824 - 1833 - 1839 - 1840 del *Messaggere di Modena*.

STATUTO

DELLA

REGIA ACCADEMIA

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

IN MODENA

Proclamato nel Marzo 1860

I.

L'Accademia di Scienze, Lettere ed Arti residente in Modena, atteso il triplice scopo cui rivolge i proprj studi, si divide in tre corrispondenti Sezioni. Tale divisione per altro risguarda la materia, non già le persone, di guisa che ogni Socio appartiene indistintamente a tutte e tre le Sezioni.

Ciascuna di esse ha il proprio *Direttore* al quale spetta esclusivamente la nomina del rispettivo Segretario trascelto fra i Socj attuali; ed ha inoltre il proprio *Censore,* eletto in adunanza generale dei Socj.

II.

Il Corpo Accademico formato da queste tre Sezioni, e dai Socj di cui si dirà in seguito, è regolato da una *Direzione Centrale* composta del *Presidente* che ne è il Capo,

dei *tre Direttori delle Sezioni*, del *Segretario Generale*, e del *Vice-Segretario*. Spetta singolarmente alla Direzione l'esaminare e predisporre gli oggetti per le generali Adunanze formandone le proposizioni per le massime da adottarsi. Ad essa è affidato inoltre il Giudizio delle produzioni da leggersi in caso di pubblica adunanza, ovvero da stamparsi con qualifica di speciale pertinenza dell'Accademia. Ma per tale ufficio si associa i tre *Censori* addetti a ciascuna Sezione, siccome fu avvertito nel §. antecedente; ed anzi ne'casi straordinarj, e massimamente pel Giudizio sulle produzioni da pubblicarsi, può chiamare a se tre altri Socj a proprio beneplacito.

III.

È ufficio del *Presidente* il mantenere in osservanza le discipline accademiche, il provvedere all' uopo, in unione colla Direzione Centrale, ne' casi dubbj, o non previsti, o dove l' urgenza lo esiga, e il convocare straordinarie adunanze così generali, come speciali di ciascuna Sezione. Ha poi il *personale* privilegio, all' evenienza di particolari e straordinarie circostanze, di nominare uno o più Socj onorarj o corrispondenti di riconosciuto merito scientifico, letterario o *artistico*, senz' uopo d' interrogarne il voto accademico.

IV.

I *Direttori* oltre al presiedere rispettivamente alla propria Sezione, procurando dai Socj materia per le speciali adunanze, esercitano per *turno* le funzioni del *Presidente* ove questi sia impedito o assente. Il *turno* è determinato dal periodo non interrotto in cui il Presidente per qualsiasi causa non possa esercitare le proprie funzioni.

V.

Il *Segretario Generale* ha per ufficio la redazione degli atti delle Adunanze generali, e di quelle della Direzione Centrale, la regolare tenuta dei registri, la corrispondenza accademica, l' ordinaria esposizione o relazione da leggersi all' apertura dell' anno Accademico dei lavori prodotti nell' anno antecedente nelle tre Sezioni, e la cura per l' esatta pubblicazione delle Memorie e degli Atti dell' Accademia.

VI.

Il *Vice-Segretario* coadjuva il Segretario Generale, ed in caso di assenza o d' impedimento ne fa le veci.

VII.

Dipendenti immediatamente dal Presidente e dalla Direzione Centrale sono il *Bibliotecario*, l' *Archivista*, il *Tesoriere*, e l' *Economo*; ed essi tutti disimpegnano i proprj ufficj giusta appositi *Regolamenti*.

VIII.

I Socj si distinguono in *Attuali*, *Soprannumerarj*, *Permanenti*, *Corrispondenti*, e *Onorarj*.

IX.

I Socj *Attuali* debbono appartenere per dimora alla *Provincia di Modena*. Il loro numero non può eccedere i 40 individui, tra i quali 30 almeno dimoranti nella città. È loro dovere l' intervenire alle Adunanze generali, e alle speciali delle varie Sezioni, e il leggervi, o il presentare all' Accademia un qualche lavoro proprio, ad ogni triennio,

restando esenti peraltro da tale presentazione il Segretario Generale, e que' Socj che per due volte in un triennio avranno appartenuto a *Commissioni* le quali abbiano prodotti *Rapporti* per oggetti scientifici, letterarj o artistici. Mancando alle sovraindicate condizioni, cesseranno i Socj di appartenere alla classe degli *Attuali*, e passeranno a quella dei Soprannumerarj.

X.

Tali Socj *Soprannumerarj* sono esonerati da qualunque obbligo accademico, non vengono più eletti a cariche, o ammessi a deliberazioni; possono per altro intervenire alle Adunanze speciali delle Sezioni, e presentando in seguito all' Accademia qualche lavoro proprio, hanno diritto ad essere riammessi, alla prima vacanza, nella classe degli Attuali.

XI.

I Socj che ad epoche diverse ebbero presentate all' Accademia *Sei* Memorie, hanno diritto di passare per titolo di benemerenza nella classe dei Socj *Permanenti*. Questi godono di tutti i privilegi dei Socj Attuali, senza il dovere di presentare ulteriori Memorie, o produzioni di sorta.

XII.

Pei Socj *Corrispondenti* richiedesi la qualità di *estranei* per domicilio alla Provincia di Modena, e di un distinto merito letterario o scientifico o artistico, nella circostanza di avere inviate all' Accademia Memorie od Opere che abbiano ottenuto il favorevole suffragio della medesima.

XIII.

I Socj *Onorarj* finalmente sono quelli la celebrità dei quali è tale, che l' Accademia si onora di inscriverne i nomi nel proprio Albo. Questa classe di Socj non ha obbligo alcuno.

XIV.

Il numero di tutti i Socj sin qui discorsi è indeterminato, meno quello degli Attuali. (V. il §. IX.)

XV.

Le nomine de' Socj, e le elezioni del Presidente e di qualsiasi altra carica Accademica, in fuor di quella de' Segretarj speciali delle Sezioni (V. il §. I.) spettano all' intiero Corpo Accademico, il quale procede sempre a votazione segreta, e decide a maggioranza relativa di voti, richiedendosi indispensabile per la validità di ogni deliberazione il numero di 15, e per la sola elezione del Presidente quello di 20 individui votanti. Ove dallo spoglio delle schede risultasse un numero pari di suffragi per due individui, si procederà ad una seconda votazione segreta, con voto di preponderanza al Presidente o al Direttore che ne fa le veci, se siavi numero pari di votanti. I due individui sui quali cadrà la seconda votazione non saranno ammessi a votare.

XVI.

Qualunque carica, o speciale delegazione Accademica deve sempre cadere fra i *Soci attuali.* La durata in ogni carica è di un triennio, scorso il quale peraltro può farsi luogo alla rielezione.

XVII.

L'Anno o Periodo Accademico incomincia col Novembre, e termina col Giugno successivo. Nel primo mese ha luogo l'annua generale Adunanza per la relazione del Segretario Generale sui lavori dell'anno precedente, e pel reso-conto dell'Amministrazione, come anche per qualunque deliberazione o provvedimento *di massima* che potesse occorrere; perciò l'Adunanza può essere prorogata pel numero occorrevole di tornate. Le Adunanze speciali di ciascuna Sezione si terranno, ad invito del rispettivo Direttore, in un giorno di ogni mese, ed avranno per oggetto la lettura di Memorie, Rapporti accademici ecc. spettanti alla Sezione medesima, o di mista materia.

XVIII.

Se avranno a tenersi *Adunanze pubbliche*, ne verrà fissato il giorno dal Presidente, ed annunziato due mesi innanzi, con invito ai Socj attuali di convenirvi con loro produzioni, sotto le osservanze prescritte al §. II.

ELENCO GENERALE DEI SOCJ

NELL' ANNO

1861

PRESIDENTE

Malmusi Cav. Carlo

SEGRETARIO GENERALE

Spallanzani Dott. D. Luigi

VICE-SEGRETARIO GENERALE

Puglia Cav. Prof. Dott. Alessandro

BIBLIOTECARIO

Ferrari Can. Prof. D. Teodoro

ARCHIVISTA

Ferrari Moreni Conte Gian-Francesco

TESORIERE

Borghi Sig. Carlo

ECONOMO

Camuri Prof. Ing. Dott. Antonio

CARICHE DELLE SEZIONI

DIRETTORI

Per le Scienze Puglia Cav. Prof. Dott. Alessandro
Per le Lettere Vaccà Cav. Prof. Dott. Luigi
Per le Arti Costa Cav. Prof. Ing. Cesare

CENSORI

Per le Scienze Gaddi Cav. Prof. Dott. Paolo
Per le Lettere Cavazzoni Pederzini Fortunato
Per le Arti Campori Marchese Giuseppe

SEGRETARJ

Per le Scienze Doderlein Prof. Dott. Pietro
Per le Lettere Raisini Avv. Prof. Guglielmo
Per le Arti Celi Prof. Dott. Ettore

SOCI PERMANENTI

Amici Prof. Cav. Gio. Battista
Araldi Prof. Antonio

Bianchi Prof. Giuseppe
Borghi Sig. Carlo

Cavedoni Mons. Cav. Prof. D. Celestino
Costa Cav. Prof. Ing. Cesare
Cugini S. E. Revma Francesco Emilio

Gaddi Cav. Prof. Dott. Paolo
Galvani Mons. Can. Conte D. Cesare
Grimelli Cav. Prof. Dott. Geminiano

Malmusi Cav. Avv. Carlo
Marianini Prof. Cav. Stefano

Parenti Prof. Marc' Antonio

Raffaelli Mons. Pietro

Veratti Avv. Bartolomeo

SOCI ATTUALI

Abbati Marescotti Conte Paolo
Antonielli Prof. Dott. Giuseppe

Bernardi Prof. Ing. Dott. Antonio
Bezzi Prof. Dott. Giovanni
Bosellini Prof. Avv. Lodovico
Bruni Prof. Dott. Luigi

Campori March. Cav. Cesare
Campori March. Giuseppe
Camuri Prof. Ing. Dott. Antonio
Carbonieri Avv. Senatore Francesco
Carbonieri Cav. Avv. Luigi
Casarini Prof. Dott. Giuseppe
Corradi Prof. Dott. Alfonso
Cavazzoni Pederzini Fortunato
Celi Prof. Dott. Ettore

Doderlein Prof. Dott. Pietro

Ferrari Can. Prof. Dott. D. Teodoro
Ferrari Moreni Conte Gian Francesco

Gandolfi Prof. Dott. Giovanni
Giacobazzi Conte Luigi
Guaitoli D. Paolo

Malatesta Prof. Cav. Adeodato
Marianini Prof. Ing. Dott. Pietro

Palmieri Commend. Avv. Vincenzo
Puglia Cav. Prof. Alessandro

Raffaelli Avv. Giovanni
Raisini Prof. Avv. Guglielmo
Razzaboni Prof. Ing. Dott. Cesare
Ricci Prof. D. Domenico
Ruffini Prof. Ing. Dott. Ferdinando

Sabbatini Cav. Mauro
Sandonnini Avv. Giudice Claudio
Savani Prof. Dott. Alessandro
Spallanzani Dott. D. Luigi
Storchi Prof. Ing. Dott. Felice

Tarasconi Prof. Dott. D. Giovanni Battista
Todde Avv. Prof. Giuseppe

Vaccà Cav. Prof. Dott. Luigi
Vecchi Cav. Dott. Giovanni
Vella Cav. Prof. Dott. Luigi

SOCI CORRISPONDENTI

Arneth *Vienna*
Auer Prof. Luigi *Vienna*

Berti Dott. Antonio *Venezia*
Bertoloni Commend. Antonio *Bologna*
Betti Prof. Enrico *Pisa*
Bianconi Prof. Cav. Gio. Giuseppe *Bologna*
Bompani Prof. Luigi *Rio Janeiro*

Catullo Prof. Tommaso *Padova*
Checucci P. Alessandro *Roma*

Del-Rio Prof. D. Prospero *Reggio*
Dietrichstein Conte Maurizio *Vienna*
Dini Prof. Olinto *Castelnovo di Garfagnana*

Flauti Cav. Vincenzo *Napoli*

Giorgini Cav. Gaetano *Firenze*

Lombardini Ing. Elia *Milano*

Manno Barone Senat. Giuseppe *Torino*
Maravigna *Catania*
Meneghini Prof. Giuseppe *Pisa*
Montanari Cav. Ignazio *Osimo*

Panizza Prof. Senat. Bartolomeo *Pavia*
Parmeggiani Prof. D.r Giuseppe *Reggio*
Piani Domenico *Bologna*

Ricci March. Cav. Amico *Bologna*
Romani Cav. Felice *Torino*
Russegger Giuseppe *Vienna*

Sambuy March. Cav. Emilio *Torino*
Sauli d'Igliano Conte Senat. Lodovico *Torino*
Selvatico March. Pietro *Venezia*
Sismonda Cav. Prof. Eugenio *Torino*
Sismonda Cav. Angelo *Torino*
Sorio P. Bartolomeo *Verona*
South Sir James *Londra*

Tavani Mons. Francesco *Roma*
Tenerani Cav. Pietro *Roma*

SOCI SOPRANUMERARJ

Amici Prof. Dott. Vincenzo

Biagi Prof. D. Michele
Boni Sig. Giuseppe

Campilanzi Ing. Emilio
Carpi Cons. Avv. Francesco
Cavedoni Arcip. Mons. Pietro
Chiesi Commend. Senat. Avv. Luigi

De Meis Prof. Dott. Camillo

Fabiani Can. Prof. Giuseppe
Ferrari Dott. Giuseppe
Forni Conte Giuseppe
Forni Conte Luigi

Galvani Conte Cav. Giovanni
Gandini Conte Dott. Pietro

Mayer Prof. D. Fedele
Molza March. Giuseppe
Montanari Cav. Prof. Senat. Antonio
Muratori Cav. Cons. Avv. Pietro

Pepoli March. Comm. Gioachino Napoleone
Poletti Cav. Prof. Dott. Luigi

Riccardi Prof. Antonio
Riccardi Ing. Francesco

Selmi Prof. Cav. Francesco
Spaventa Prof. Bertrando

Viani Cav. Prof. Prospero
Vischi Prof. D. Luigi

Zini Cav. Avv. Luigi

SOCI ONORARII

Babbage Carlo *Cambridge*
Belli Cav. Prof. Giuseppe *Pavia*
Becquerel Prof. Antonio *Parigi*
Biot Cav. Prof. Gio. Battista *Parigi*
Brewster David *Edimburgo*
Bufalini Sen. Cav. Prof. Maurizio *Firenze*

Cantù Cav. Cesare *Milano*
Carlini Commend. Francesco *Milano*

L

Cavour S. E. Cav. Gran Cordone Conte Camillo *Torino*
Centofanti Cav. Senat. Silvestro *Pisa*
Cibrario Cav. Senat. Luigi *Torino*

D' Azeglio March. Senat. Massimo *Torino*
De-Gasparis Cav. Prof. Senat. Annibale *Napoli*
De Renzi Prof. Salvatore *Napoli*

Encke Gio. Francesco *Berlino*

Farini Cav. Luigi Carlo *Torino*
Ferrucci Prof. Michele *Pisa*

Herschel Gio. Federico Guglielmo *Londra*

Jacini Cav. Avv. Pietro *Torino*

Labus Dott. Pietro *Milano*
Leverriér Prof. Senat. Urbano *Parigi*
Liebig Cav. Barone Giusto *Monaco*

Mamiani Della Rovere Conte Terenzio *Torino*
Manzoni Cav. Senat. Alessandro *Milano*
Matteucci Prof. Senat. Carlo *Pisa*

Mittermayer Prof. Carlo *Heidelberg*
Moris Commend. Senat. Giuseppe *Torino*
Mossotti Cav. Senat. Ottaviano *Pisa*

Piria Commend. Prof. Raffaele *Torino*
Plana Bar. Senat. Giovanni *Torino*
Puccinotti Senat. Prof. Francesco *Pisa*

Ridolfi March. Senat. Cosimo *Firenze*
Regnault Prof. Enrico Vittore *Parigi*

Santini Prof. Commend. Giovanni *Padova*
Savi Prof. Cav. Paolo *Pisa*
Sclopis Conte Senat. Federico *Torino*
Secchi P. Angelo *Roma*
Struve Consiglier Federico *Pietroburgo*

Treviranus Ludolfo *Bonna*

Relazioni dell'Anno Accademico 1859-1860

Adunanza della Sezione di Scienze
21 Gennajo 1860.

Il Socio Sen. Francesco Carbonieri lesse un suo scritto sulla assicurazione *mutua forzosa* contro i danni degli Incendj, comandata ed imposta ai possessori di terreni e case con Decreto 13 Gennajo 1841 da Francesco d'Este. Esposte le tristi origini di questo ducale pensiero (che furono appunto nel momento in cui qui da tutte parti irrompevano le assicurazioni a premio fisso) e mostrato com' esso sino dal suo primo sviluppo ebbe per le intrinseche sue imperfezioni a patire subite e moltiplici modificazioni, discorreva della ingiustizia che originariamente e radicalmente lo viziava, quale è quella che dalla violenza indebita si partorisce: perchè, diceva il Disserente, niuno può essere astretto a stare in società contro sua voglia, e molto meno a largire il suo per gli accidentali infortunj d'altrui. Oltrechè peccava d'ingiustizia ancora per la non equa distribuzione del dividendo passivo, essendo chiamate le terre ad assicurare le case, specialmente quelle delle Città e dei Borghi. Era forse compatibile, diceva il Disserente, che le case assicurassero le case, che le terre con casa assicurassero le loro sorelle, ma che i terreni con casa o senza assicurassero quelle delle Città, e de'borghi fu esorbitanza incredibile a pensarvi.

Intendeva poi a provare come oltre al vizio organico della violenza e dell'ingiustizia, cumulasse in se tutti gli altri peccati di che queste moderne assicurazioni vanno a gran dovizia fornite. E pretendeva addimostrare che qualunque assicurazione la quale si estenda ad infortunj cui la mano dell' uomo può a suo talento procacciare o nò, si tramuta ben presto in vilissima ed iniqua speculazione e corrompe ambe le parti, l' assicuratore invogliandolo a più lento guadagno coll'aumento de' Socj, l' assicurato, sforzandolo a sottrarsi o almeno a diminuire con un provvido incendio il danno che dalla *inevitabile* necessità di rifrabbricare gli proviene. E voleva provare questo assunto collo esempio delle civiltà antiche, specialmente della Romana, che non pensò mai ad altre assicurazioni che a quelle che pienamente erano sottratte alla volontà dell' uomo come la Marittima, e collo esempio delle moderne sulla grandine, sulla tempesta di mare ecc. che o sono astrette a porre premj altissimi od a morirsi d' inedia. Nè ostavano a questa sua opinione gli abbastanza onesti riuscimenti di quelle sulla vita, e l'uso antichissimo de' vitalizj, perchè in questi casi la moralità è difesa dalle invincibili repugnanze della umana natura allo assassinio, repugnanze che non si verificano nello incendiare la propria casa. È lieve peccato, è cosa da scherzo rubare con un provvido incendio o allo stato, o alle ricchissime ed avidissime Compagnie Assicuratrici una lieve somma, che sola però basterebbe a rovinare lo assicurato. E che lo effetto di queste immorali allettative fosse grande, e certo, si affidava mostrarlo colle cifre degli Incendj e degli Indennizzi, che cominciati il primo anno d' assicurazione con poco più di L. 46 mila crebbero regolarmente ogni

anno a proporzione che le popolazioni intendevano la iniqua lezione dell' interesse sino a salire negl' ultimi a L. 280 mila ed a L. 300 mila.

E svolgeva altri argomenti di convenienza e tutti pratici, che avrebbero consigliato l' abolizione di questa Assicurazione, ch' Egli, assieme alle altre a prezzo fisso, non si peritava di chiamare fomentatrici di pubblica immoralità. E finalmente, ponendo per incontrastato che non la filantropia, o la carità Cristiana avea dato vita in paesi grandemente (per non dire eccessivamente) industriali a questo genere d' istituzioni, lamentava la bonarietà de'nostri Economisti che le presero a lodare come sovrane riparatrici d' un danno, cui la mancata solerzia de' possidenti (appunto per la certezza dello indennizzo) la seduzione onnipotente dello esempio, lo allettamento delle indennità, ad arte larghe e agevolate negli anni primi d' esercizio, ad incoraggiamento ad assicurarsi, hanno reso frequentissimo, e insopportabile, di raro anzi rarissimo ch'esso era prima, e di sopportabilissimo o ai mezzi finanziarj del percosso dallo incendio o alla pubblica carità, che largamente al bisogno vero soccorreva. Le quali cose hanno nelle nostre plebi generata la convinzione, che gli incendj invadono di pari passo colle assicurazioni i paesi, e perciò corrono affannosi ad assicurarsi, volenti o nolenti, con una vera pubblica violenza in tempi che pure si dicono (ed è sperabile che siano) di libertà.

Adunanza della Sezione di Lettere
1 *Febbrajo* 1860.

Il Socio Marchese Giuseppe Campori lesse una sua relazione della Collezione di Manoscritti del Marchese Gherardo Rangone Terzi da esso depositata nella Imperiale biblioteca di Vienna, e di altre spoglie letterarie e artistiche italiane trasportate in quella città. Dopo aver esposto i meriti acquistatisi dal Rangoni come ministro, come letterato e come scienziato, promovendo le riforme civili e il pubblico insegnamento, e narrato come egli in causa dell' invasione francese pigliasse stanza in Vienna dove morì; diede un ragguaglio sommario dei codici che componevano la detta collezione, deplorando l' atto inconsulto del Rangoni che nella cessione della medesima anteponeva una città straniera al paese nativo. Entrò quindi ad enumerare i molti spogli di manoscritti e di preziose opere d' arte perpetrati dal governo austriaco nella Lombardia e nelle provincie venete e principalmente in Venezia e concluse esprimendo il voto che il nuovo mutamento delle condizioni politiche dell' Italia avesse a segnare il termine delle rapine dei forestieri.

Adunanza della Sezione d' Arti
10 *Febbrajo* 1860.

Il Socio prof. Paolo Gaddi partecipa alla R. Accademia l'istituzione di un laboratorio di cera e la nomina di un Modellatore presso il Museo di Anatomia Umana di questa R. Università. Dimostra come l' arte di lavorare la cera, facendola servire all' imitazione di oggetti naturali, segnatamente in servigio delle scienze fisiche, sia stata, fino da remoto tempo coltivata in Italia e principalmente

in Firenze. Presenta alcuni saggi di Anatomia. fisiologica e patologica eseguiti dal Sig. Remigio Lei, già nominato Modellatore, ed espone la speranza, che questa provvida deliberazione del Governo serva all' incremento del Patrio Museo, al decoro della nostra Università, ed all' utile della scienza, poichè quest' arte può essere con sommo vantaggio applicata non solo all' imitazione dei preparati di Anatomia fisiologica e patologica, ma bensì alla microscopia, col riprodurre ingranditi nelle proporzionate dimensioni, oggetti sottratti all' ordinario potere visivo.

Adunanza della Sezione di Scienze

1 Marzo 1860.

Il Socio Mauro Sabbatini lesse la I.ª Parte della Prefazione d' una sua opera inedita, che ha per titolo *Repertorio universale delle Scienze Metafisiche, Morali, Economiche Politiche*. In questo lavoro l' autore prende le mosse dalle sublimi prerogative di cui il Creatore ha voluto fornire la sua creatura prediletta, e dopo d' aver accennato la nobile tendenza che ha l' uomo al sapere ed alla scienza, mostra quanto s' ingannano certi abbietti ingegni che negano all' umano intelletto la facoltà d' innalzarsi alla scienza, come certi altri limitati ingegni che sostengono gli studi filosofici non servire a nessun pratico e reale vantaggio. Dopo ciò egli entra in un succinto esame dell' origine e dello sviluppo generale delle scienze, e nota che al loro primo ordinamento si distinsero ben tosto le cognizioni che appartengono alle semplici percezioni, o alla memoria, da quelle che appartengono all' intelligenza ed alla speculazione; il qual fatto comprova che la distinzione tra l' empirismo e il razionalismo, o tra l' esperienza e la teoria astratta è fondamentale. Poichè indubitatamente, egli dice, son due le sorgenti da cui hanno origine le cognizioni, così si credette che esistessero due scienze che a quelle corrispondessero profondamente distinte, cioè la scienza empirica e la razionale; quindi tutte le scienze furono divise in due rami e l' una fu chiamata scienza naturale, o fisica, l'altra scienza razionale, o filosofia. L' autore osserva che dal momento che le scienze furono suscettibili di distinzioni, si cercò quali fossero le basi fondamentali su cui poggia la verità delle nostre cognizioni, e nota che gli empirici per una parte dichiararono, che per l' uomo nulla vi era di reale se non quanto accade, o quanto è supposto accadere sotto l' esperienza sensibile, mentre che i razionalisti insistettero sulla necessità dei concetti assoluti ed incondizionati della ragione e sostennero che l' empirismo mutila direttamente la scienza. In mezzo a questo dissidio in cui vi erano buone ragioni tanto da una parte che dall' altra, e il cui torto stava nello spingere all' estremo i due principii, e nell' abbracciare un sistema esclusivo, doveva sorgere, come sorse, lo scetticismo universale, e nacque così la lotta, tra il dogmatismo negativo e il dogmatismo positivo. L' autore rammenta che quando l' umana ragione fu trascinata dallo scetticismo all' abisso del dubbio assoluto, invocò un punto d' appoggio superiore alla ragione, onde dar base alla scienza, e credette trovarlo in una certa inspirazione, od intuizione superiore che costituisce il misticismo; ma questo principio, ben lungi dall' escludere la ragione, la supponeva e vi si appoggiava. Dopo di aver

accennato le vicissitudini delle antiche dottrine, passa l'autore a mostrare che la sapienza moderna ereditò i principii sui quali si fondava l'antica, e riprodusse quei sistemi sotto nuove forme e sviluppi. Ma sebbene, a primo aspetto possa sembrare che le dottrine scientifiche offrano ancora qualche confusione, e che la scienza oscilli tra il dogmatismo mistico e l'empirismo scettico, pure i progressi che innegabilmente si son fatti, mostrano non essere lontana l'epoca che abbia a cessare del tutto questa oscillazione e con essa la guerra per dar luogo ad una saggia e temperata filosofia. In fatti noi vediamo che la filosofia, nell'età moderna, si è spinta più lungi dello stesso scetticismo; si cerca oggi come i sistemi illusorii nascono e dove hanno origine i principii; si cerca di studiare con rigore l'intelletto, onde scoprire il valore e l'estensione delle cognizioni umane; si cerca di conoscere ciò che l'uomo ha diritto di credere e ciò che deve saper ignorare. Già noi sentiamo i benefici risultati di questa filosofia critica; già siamo convinti che gli errori ed i dissidii nelle dottrine provenivano dall'aver adottati principii esclusivi, quindi abbiamo abbracciato un sistema di conciliazione che solo può stabilire su basi più estese e più solide la filosofia, o quella scienza primordiale sulla quale poggiano tutte le altre, quindi si sono organizzate sistematicamente le scienze civili, o quelle scienze che hanno per oggetto di determinare le leggi che governano l'andamento e lo sviluppo delle società.

Compiuto questo sunto storico dell'andamento della filosofia, l'autore mostra che arrivate le scienze a quello stato di sistemazione in cui oggi le troviamo, incomincia per esse un nuovo periodo, e per lo spirito umano si apre una nuova carriera a percorrere, più facile e modesta, ma più vasta e più utile. Eredi delle passate età, noi dobbiamo render fruttifere quelle ricchezze, aumentarle colle nostre fatiche e tramandare un più ricco patrimonio alle future generazioni. Possessori delle lucubrazioni di oltre venti secoli della sapienza umana, noi conserviamo un tesoro immenso; ma di tale tesoro non ne possiamo giustamente apprezzare il valore, e non ne possiamo trarre veruna utilità fino a tanto che non ne abbiamo compilato con ordine un esatto inventario, in cui vi siano indicate con severa esattezza le cognizioni dubbie e le certe, i valori variabili e i costanti, vale a dire le semplici ipotesi e le verità irrevocabili, gli acquisti condizionati ed i progressi indipendenti. I progressi delle scienze morali hanno evidentemente dimostrato, che oggi a preferenza di nuovi sistemi abbisognano di severe critiche, esatte analisi, profonde indagini, e rigorose discussioni sulle esistenti dottrine. Egli è perciò che un'Enciclopedia storica delle scienze Morali, la quale non supponga stazionario il sapere, ma che comprenda tutte le cognizioni speculative, tutte le più importanti applicazioni delle dottrine astratte passate e presenti, e giunga fin dove giunse il pensiero degli scrittori di tutti i tempi e di tutte le nazioni, sopra tutti gli oggetti che abbracciano le scienze morali, deve soddisfare al bisogno del nostro tempo e deve riescire del maggior interesse. « Ora pel solo desiderio (egli dice) di appagare « il bisogno presente, che il progresso ha risvegliato coll'opera del tempo, non « guardando le mie forze, ma penetrato dall'amore che porto alle scienze, mi « sono accinto all'ardua impresa di redigere quest'Enciclopedia, a cui do il titolo « men vago, ma più appropriato di *Repertorio universale delle Scienze Metafi-* « *siche, Morali, Economiche e Politiche*. »

Adunanza della Sezione di Lettere
20 *Marzo* 1860.

Il Socio prof. Antonio Bernardi fatto cenno dei giudizii controversi portati dai connazionali e dagli oltramontani sulla divina Commedia, si fa a riflettere che la lettura di Dante si rende chiara e concisa sol quando la mente del lettore è corredata delle cognizioni storiche, politiche, morali e filosofiche dei tempi descritti nel poema, e che la mancanza appunto di cotesta dottrina indusse non pochi comentatori a travisare non solo i sublimi concetti politici e morali del Poeta, ma a falsare eziandio il significato delle frasi e delle parole.

Di ciò ne porge una prova nel verso

Sì che il piè fermo sempre era il più basso. Cant. I. Inf.

e nell' altro

Poscia più che il dolor potè il digiuno. Cant. XXXIII. Inf.

In conseguenza di queste annotazioni imprende a considerare il pronome *alcuno* cioè la parola *alcuna* usata molte volte da Dante, e segnatamente nei seguenti due versi, cioè

Che alcuna *gloria i rei avrebber d' elli.* Cant. III. Inf.
Che alcuna *via darebbe a chi su fosse.* Cant. XII. Inf.

E qui con diversi argomenti ricavati da non pochi passi del Poeta, e dalla natura speciale delle circostanze, dei fatti e della genuina espressione, vorrebbe ritenere per *nessuna* il significato del vocabolo *alcuna,* contro il parere di molti comentatori.

Infine colla debita ritenutezza, fa osservare che l' annotazione fatta dal chiarissimo Professore Meis = Effemeridi della Pubblica Istruzione 15 Luglio 1860 = in ordine alla invocazione di Dante nel primo del Purgatorio, non consuona cogli alti concetti del Poeta, nè tampoco col parlare usuale, e per ciò doversi ritenere esatta e non falsata l' invocazione tal quale ci vien data in tutte le edizioni della divina commedia.

Poscia il Socio Marchese Cav. Cesare Campori tiene discorso = sui documenti inediti della storia modenese e su quelli specialmente dell' archivio nazionale = Discorso stampato in seguito nel Giornale - *L' Unitario* - (14 Agosto 1860) e ricordato dal ch. Bonaini nell' opera - Gli archivi delle provincie dell' Emilia - (Firenze 1861).

Accennati da prima gli ostacoli opposti dal governo estense agli studi storici, e le agevolezze di presente concedute agli studiosi, vien dicendo degli scritti inediti che gli offrirono larga messe di notizie per la Storia di Modena alla quale da più anni egli intende, e di cui ha condotto verso il termine la parte che risguarda i tempi più antichi. E addentrandosi nell' argomento, ricorda le cronache più conosciute, e quelle che lo son meno, le private raccolte di documenti patrii e di autografi, gli archivii delle famiglie nostre, tre de' quali potè egli visitare. Passando poi agli archivii pubblici, si ferma specialmente sul nazionale, che fu degli Estensi, vietato già agli studiosi, ai quali la liberalità del governo ebbe ora a dischiuderlo. E nota che se i documenti del governo degli ultimi due sovrani furon tratti a men felici contrade, tesori troppo più importanti in esso si chiudono, dai quali sconosciuti fatti ritrar si possono: reca ad esempio gli

atti dei Reggenti di Modena nel 1478 dai quali ei ricavò la notizia che mette in chiaro le cagioni che trassero il celebre pittore Pellegrino Munari a prendere temporaneo esiglio da Modena.

Termina poi enumerando alcuni miglioramenti e sussidii richiesti al buon andamento dell'Archivio, i quali ne gode l'animo di vedere al presente o effettuati o in corso di esecuzione; avendosi già la scuola di paleografia nella biblioteca palatina, e dandosi opera ai repertorii e alla trascrizione dei documenti mercè lo zelo del benemerito Direttore dell'Archivio Cav. Campi e dei prestanti impiegati che gli fanno corona.

Relazioni dell'Anno Accademico 1860-1861

Adunanza della Sezione di Scienze

27 *Dicembre* 1860.

Il Cav. prof. Alessandro Puglia Direttore della sezione, apre l'adunanza rendendo grazie al Corpo Accademico dell'onore impartitogli coll'eleggerlo a quella carica; e rammentando la grave perdita fatta dall'Accademia per l'immatura morte del prof. Giuseppe Generali, segretario della sezione medesima, avvisa come non potrebbe l'Accademia stessa prescindere nel primo suo radunarsi, dal proporre un tributo di lode alla di lui memoria, e dal manifestare la riconoscenza dovuta ai molti e zelanti servigi da esso prestati. Fattosi perciò interprete del desiderio comune, si propone di sciogliere in parte egli stesso un tanto obbligo, e vi si accinge facendo l'enumerazione dei vari lavori presentati dal Generali all'Accademia, nel corso dei non pochi anni in cui vi appartenne. Espone dapprima un breve sunto degli argomenti in essi rispettivamente trattati, indi manifesta il giudizio che sul merito loro ebbero a pronunziare e l'Accademia ed il pubblico, e che tornò sempre quanto onorifico al loro autore, altrettanto efficace a crescere al Corpo Accademico estimazione e decoro.

Seguendo l'ordine cronologico della presentazione, a cominciare dall'anno 1841 in cui il Generali era già Accademico e Segretario della sezione di scienze, accenna e le memorie lette, e le consegnate agli Atti Accademici, e i rapporti redatti sopra argomenti sottoposti a giudizio di speciali commissioni di cui il Generali fece parte, ed aggiunge eziandio l'annunzio di molte produzioni scientifiche rimaste per mala sorte incompiute, le quali erano certamente destinate ad essere presentate all'Accademia. Dalla moltiplicità ed importanza di tali lavori, e dall'intrinseco loro merito, trae argomento il ch. prof. Puglia per conchiudere quanto debbasi onorare la memoria del perduto collega, e quanto a lui oltremodo benemerito per le egregie sue opere debba l'intero corpo Accademico professare indelebile gratitudine.

Successivamente il prof. Doderlein attuale segretario della sezione delle scienze, legge una Memoria geologica concernente la distribuzione de' conchiferi fossili della

famiglia de' tubicolati ne' terreni terziarj d'Italia. In questo scritto premessa l'indicazione di alcuni quesiti che gli odierni naturalisti si propongono di sciogliere mercè lo studio della paleontologia, l'autore espone, che allo scopo di contribuire esso pure in quanto per lui si poteva, alla soluzione di cotali quesiti, studiossi di mettere insieme da parecchi anni a questa parte, una collezione di fossili mio-pliocenici dell'Italia, collezione che oggidì prese tanta estensione nel Museo di Storia Naturale di questa R. Università, da essere ritenuta la più completa e la più ricca che esista in Italia. Perlocchè animato dal pensiero che alle scienze naturali manchi tuttora un' opera che tratti complessivamente della Fauna fossile di uno de' più estesi terreni d'Italia, invitato altresì dal Ministero della Pubblica Istruzione del Governo dittatoriale dell' Emilia, e sovvenuto dalla diretta ed intelligente collaborazione di due de' più distinti paleontologi Italiani, il cav. prof. Eugenio Sismonda, ed il cav. prof. Giuseppe Meneghini, egli si accinge a descrivere per successive monografie le specie fossili che vi si trovano raccolte.

In questa prima memoria concernente la famiglia de' conchiferi tubicolati, enumera le specie fossili riferibili ai generi *Aspergillum*, *Clavagella*, *Gastrochena*, ne indica la frase diagnostica, la sinonimia, le differenze specifiche, il modo di giacitura, la distribuzione geognostica e geografica. E siccome la massima parte di cotali specie si trovano nicchiate nel cavo de' massi calcarei, e de' banchi madreporici sottomarini, che esse medesime con mirabile artificio perforarono durante la loro vita, egli ne trae argomento ad indagare la provenienza di cotali massi, ad indicarne il modo di dispersione, di distribuzione geologica, e le particolarità che ne accompagnano la giacitura, deducendo dal complesso di siffatte osservazioni i seguenti corollari geologici:

1. Che i massi calcarei perforati dai molluschi litidomi, dovevano preesistere al deponimento de' terreni mio-pliocenici d'Italia, e costituire il fondo degli antichi mari terziarii, ne' quali vivevano i suddetti molluschi terebranti.

2. Che il periodo plioceno ebbe lunga durata nell' Europa Meridionale ed in ispecie in Italia, dapoichè le marne azzurre e le sabbie ocracee che andarono deponendosi in questo frattempo, per la lenta loro sedimentazione, diedero agio a molte generazioni di cotali molluschi terebranti di svolgersi, e di abitare successivamente le cavità de' trovanti calcarei, e de' polipai disseminate sui fondi di quell' antico mare.

3. Che durante il periodo stesso, si avvicendarono sulla superficie di continenti emersi d'Italia parecchie violenti alluvioni marine, le di cui acque asportando seco nel loro regresso al mare i massi calcarei isolati de'finitimi litorali, li disposero in istrati a vario livello entro la massa delle argille azzurre che contemporaneamente vi si andavano deponendo; per guisa che anche in essi poterono prender stanza, ed aver lunga dimora i molluschi litifaghi dell' epoca terziaria.

Il cav. prof. Paolo Gaddi dà termine all' adunanza leggendo una memoria d'argomento Chirurgico, a lui diretta dal valente operatore il ch. sig. dott. Giuseppe Tenderini di Carrara; nella quale viene esponendo il caso di una amputazione simultanea di amendue le gambe e del braccio destro eseguita dal Tenderini con esito di guarigione in 30 giorni, sopra un giovine carrettiere per lesioni gravissime riportate in quelle parti; e compiutane la lettura, passa all' ostensione della tavola fotografata rappresentante il paziente nel suo stato d' inoltrata convalescenza, di cui volle l' autore corredata la sua memoria.

Adunanza della Sezione di Lettere

10 Gennajo 1861.

L'avv. Francesco Carbonieri, Senatore del Regno, legge un suo scritto diretto al M. R. cav. prof. D. Prospero del Rio nel quale prendendo occasione da un elegante sonetto pubblicato da quest' ultimo, discorre della chiusa e si propone di provare com' essa sia non solo difficilissima ma quasi impossibile in ogni genere di sonetto, fatta eccezione pel filosofico e pell' epigrammatico; perchè la chiusa importando quasi sempre la sospensione del racconto o della descrizione, per finire con una sentenza o un pensiero qualunque, derivato dalle antecedenze, è ben rado che, o non pecchi di superfluità, o non raffreddi il lettore, o non cada nel concettoso o nello strano; e conclude che la chiusa unica del sonetto confacente alla sua indole, è quella che sia costituita dall' ultima parte o pensiero della cosa che si narra o si dipinge.

Il cav. prof. Luigi Vaccà legge una sua nota sopra il verso di Dante,

Incredibili a quei che fia presente. (93. 17. del Par.)

nella quale con ragioni grammaticali e con esempi di prosatori e poeti del miglior secolo s' ingegna di dimostrare la convenienza di intendere il *che* del suddetto verso come terzo caso plurale cioè nel senso di *a cui* od *a quali*, e di riferire perciò allo Scaligero anzichè a suoi spettatori l' ultima parola *presente*, che in questo caso sarebbe addiettivo e non avverbio, a differenza di quanto avvisano quegli interpreti che riguardando il *che* qual caso retto, nè volendo riconoscere il *quei* per caso obliquo singolare del pronome *quegli* leggono il verso così:

Incredibili a quei che fien presente.

L' autore della nota stando alla sua congliettura è persuaso che la lezione del divisato verso giusta il concetto e la intenzione di Dante, e conforme alle regole della odierna ortografia, dovrebbe riformarsi come segue:

Incredibili a quei ch' e' fia presente.

Il prof. Guglielmo Raisini legge un suo componimento lirico intitolato:

A fanciulla trilustre.

Adunanza della Sezione d' Arti

21 Gennajo 1861.

Questa adunanza fu importantissima per due dotte letture una del Socio conte Giovan-Francesco Ferrari Moreni, l' altra del professore cavalier Cesare Costa.

La prima, cui l'autore pose l'epigrafe *cur somno inerti deseram patriae decus?* fu destinata ad illustrare la memoria di Domenico Galli, eccellente intagliatore e musico, che fiorì in Parma nella seconda metà del secolo decimosettimo e che gli storici sin qui dimenticarono. Il conte Ferrari prende l'occasione di parlarne descrivendo due preziosi strumenti musicali, un violino ed un violoncello, ornati

dal Galli di molto finissimi e molto ingegnosissimi intagli e da lui dedicati a Francesco II, decimo duca di Modena. Presentemente questi istrumenti sono conservati nella galleria nazionale palatina: la particolarizzata ed elegante descriziono che ne fa il conte Ferrari ce li fa apparire un vero miracolo dell'arte.

Prende poi a descrivere un manoscritto musicale autografo dello stesso Galli rinvenuto dal diligente Aggiunto della nostra Palatina signor Maestro Catelani nel rovistare quel ricco Archivio di Musica antica. Il manoscritto, tutto fregiato di eleganti vignette disegnate a penna, contiene *dodici sonate da eseguirsi a solo sul Violoncello,* precedute da una dedica al Duca suddetto, in data di Parma 8 settembre 1691. Questo manoscritto dovea accompagnare gli strumenti musicali, o almeno il violoncello, perchè nella dedica l'autore accenna frequentemente delle figure intagliate su questo istrumento ed apparisce allora come con esse avesse voluto alludere alle vicende politiche di quei tempi che più da vicino toccavano la Casa del suo Mecenate.

Termina la sua lettura il Conte Ferrari esprimendo la compiacenza provata nel richiamar la memoria di una parmense artistica celebrità lasciata nell'obblio dagli storici suoi concittadini; nè sa intender come: non potendo supporsi che il Galli non lasciasse anche in Parma qualche distinto lavoro che lo raccomandasse alla posterità. Fa in pari tempo riflettere che il diligente storico cav. Tiraboschi fece ben menzione nel Tomo VI, parte II.ª della sua *Biblioteca Modenese* dell'ingegnosissimo scultore e intagliatore in legno *Domenico Francesco Ceccati contemporaneo ed emulo del Galli:* chiude con la Metastasiana sentenza, che

« L'esser grato è dover ma già sì poco
« Questo dover s'adempie
« Ch'oggi è gloria il compirlo. »

Il Socio cav. prof. Cesare Costa dà una succinta notizia di varii modi di costruttura dei pozzi nella provincia modenese. Questi modi sono tre, svariati come vogliono le diverse condizioni geologiche del suolo. Il primo modo che descrive è adattato alla collina nella quale si trovano ciottoli sino a grande profondità: il secondo al basso piano dove, sotto strati alternanti di creta e di sabbia, si trova, alla profondità di sette o otto metri, uno strato permeabile abbastanza ricco di acque: il terzo modo in fine è proprio solo di quella porzione ben limitata della nostra provincia, che comprende l'area occupata dalla città di Modena e i suoi dintorni per un raggio di un chilometro circa, come pure la striscia di terreno che è fra la strada postale per Bologna sino al ponte Sant'Ambrogio e la strada di Spilamberto per sei chilometri circa da Modena, e il territorio finalmente della villa di Saliceto Panaro. È in questo spazio che si praticano e si praticarono sino da tempi antichissimi i pozzi detti *alla Modenese o trivellati ad acque salienti perenni,* nei quali le acque raccolte in uno strato permeabile alla profondità dai 18 ai 22 metri, salgono sino alla superficie del suolo e talora la sopravanzano.

Di quest'ultimo modo di costruzione di pozzi parla più particolarmente il prof. Costa descrivendo le minute ed industriose pratiche che da tempo antichissimo si usano dai nostri costruttori, incominciando dal primo scavamento del pozzo sino al momento in cui, trovato il *cretone* soprapposto allo strato acquifero, conviene adoperar la trivella per far scaturire le acque. Fra queste pratiche nota come ingegnosissima quella di impedire il franare della terra e il trapelare delle acque avventizie lungo le pareti del pozzo che si scava, per mezzo di una *camicia o*

fodera fatta di mattoni disposti in tanti anelli, o zone e inclinati per modo da formare altrettanti tronchi di cono col vertice rivolto alla bocca del pozzo: con questo mezzo la terra smossa è trattenuta e le acque avventizie sono spinte a scorrere fra la *Camicia* di mattoni e la parete terrea.

Le particolarità descritte sono illustrate con diligenti disegni.

Due ricerche importantissime in ordine ai *pozzi modenesi* furono intraprese anni sono dal prof. Costa e di esse dà un breve ragguaglio nella presente lettura. È nota la profondità alla quale si trova lo strato permeabile acquifero, da cui provengono la acque che alimentano i nostri pozzi. Ma ciò che premeva determinare era la *potenza* o grossezza di questo strato e la provenienza delle acque che vi sono raccolte. Gli ordinari modi di costruzione dei pozzi non riescivano guari vantaggiosi in tali indagini. Perciò il prof. Costa, dovendo dirigere la formazione di un pozzo nel nuovo palazzo del Ministero lungo le mura, ne diresse il perforamento per modo da poter stabilire con sicurezza, che ivi la grossezza dello strato permeabile acquifero è di metri 8. 76 e riposa sopra un *cretone* durissimo che la trivella non rompe e lo stesso scalpello scheggia debolmente.

Lo strato permeabile acquifero vi è formato di sabbia e di ghiaia, minuta nella parte superiore, grossa nella parte inferiore dello strato stesso, dove trovasi mescolata ancora a gran ciottoli. In questo strato permeabile trovasi pure alla profondità di metri 1. 92, un *banco impermeabile* di creta, ma assai sottile, nè tanto esteso da interrompere la comunicazione tra la parte superiore e l' inferiore dello strato in cui è immerso. Questo fatto desta nella mente del nostro dotto Architetto un dubbio in ordine alla vera natura del *cretone* sul quale riposa, come si è detto, lo strato permeabile. Dubita il Costa se tal *cretone* sia veramente formato dalle *argille terziarie* oltre le quali non è sperabile trovare altri strati acquiferi, oppure se da un deposito accidentale di *argille palustri* formanti un nuovo *banco* al di sotto del quale seguiti ancora per un certo tratto lo strato ricco di acque. L' Autore è dolente di aver dovuto sospendere i lavori diretti a schiarire il suo dubbio.

Finalmente dallo studio accurato istituito sopra le ghiaie dello strato acquifero dei pozzi modenesi dall' autore e dai chiarissimi professori di questa Università Alessandro Savani e Pietro Doderlein, apparve tanta somiglianza con le arene del fiume *Secchia,* da potersi dedurre che le acque dei pozzi di Modena provengono da questo fiume e più particolarmente dalle così dette *lupe* che sono fra il Pescale e Castellerano, contribuendovi forse ancora quelle della *Veggia* del Canale di Sassuolo.

L' adunanza dopo queste due letture fu dichiarata sciolta.

Adunanza della Sezione di Scienze

30 *Gennajo* 1861.

Questa adunanza ebbe forma di *Generale* ed in assenza del presidente dell'Accademia cav. Carlo Malmusi, il seggio presidenziale viene occupato dal prof. cav. Alessandro Puglia direttore della sezione di scienze; il quale invita i Soci presenti a fargli consegna dei temi da essi proposti a soggetto di memorie da premiarsi dall'Accademia stessa. Di questi se ne raccolgono 9 che chiusi in un involto sigillato, vengono rimessi al segretario generale Spallanzani dott. D. Luigi per quanto è d' ordine.

Successivamente il. prof. cav. Paolo Gaddi legge una memoria d' argomento chirurgico, trasmessagli dal distintissimo sig. dott. Giuseppe Tenderini da Carrara, nella quale l' esimio Autore rende conto di una operazione di disarticolazione dell' omero sinistro e di risecazione della corrispondente apofisi acromiale, praticata con esito felice, sopra di un giovine di 22 anni, in seguito a profonde lesioni occasionate dall' esplosione di un' arma da fuoco, il di cui proiettile attraversava l' articolazione omero-scapolare. In essa memoria il dott. Tenderini espone dapprima essere l' operazione della disarticolazione dell' omero seguita da prospero successo, una conquista della moderna chirurgia, dovuta in ispecialità al barone di Larrey, medico in capo dell' armata di Napoleone I. Dà successivamente contezza del metodo da esso seguito nel caso predetto, nel quale si attenne precipuamente ai dettami di quel grande Chirurgo; e porgendo schiarimenti sull' atto operativo, scende a ragionare dei mezzi curativi impiegati, della causa del tolto parallelismo delle spalle, e del progresso della ferita giunta a completa guarigione nel breve corso di due mesi. — Chiude l' autore la dotta ed utile sua memoria accennando al fenomeno consueto offerto dagli amputati, di provare cioè ricorrenti sensazioni dolorose nel moncone, da essi riferite all' arto mancante, aggiungendo come il giovane che fornì argomento alla sua memoria, oltre il dolore accusato alla mano che più non gli apparteneva, credeva di aver questa e tutto l' arto mancante, rivolto dietro il dorso e sottratto così alla sua vista.

Questa memoria che è corredata di tavole fotografiche fu con molto interesse accolta dagli accademici, che le tributarono giustissima lode, lode che l' autore meritò anche per l' altra letta nell' adunanza del 27 dicembre 1860.

Adunanza della Sezione di Lettere

13 Febbrajo 1861.

Il professore Bernardi ha data lettura di un suo lavoro intitolato = *Il vecchio montanaro: fatti e racconti narrati sul luogo.* =

Lo scritto è in forma di dialogo tra padre vecchio e figlio imberbe; è diviso in quattro capitoletti, ed ha per iscopo speciale di richiamare l' attenzione dei Magistrati e del pubblico sull' importanza di conservare, aggrandire i boschi, e d' infrenare il guasto, il rovinio delle montane lavine.

Nel primo capitolo si discorre il modo di coltivare la terra in montagna, e quali avvertenze e precauzioni si debbano usare per conservare lo strato vegetale in quelle pendenze; si dichiara la nobiltà e la conseguente utilità del mestiere del contadino. Si combattono alcuni pregiudizi popolari relativi allo sbassamento delle montagne, allo scorrimento delle terre, alle strane conseguenze che se ne vorrebbero dedurre, e si accenna al bando delle capre.

Nel secondo, si dichiara la somma utilità dei boschi per infrenare le piene subitane e l' innalzamento del letto nei fiumi. Richiamato quindi il bando delle capre si fa riflettere che da solo non basta alla conservazione delle boscaglie, opinando che l' attuale coltivazione e l' amministrazione boschiva delle nostre alpi reclamano imperiosamente pronti e salutari provedimenti. Poi si porta in campo e si cerca di modificare la sentenza di coloro che argomentano essere la coltivazione montana più pregiudicevole ai fiumi dello stesso disboscamento, e di qui si passa al flagello

delle frane che si ritengono la cagione precipua delle strabocchevoli piene nei fiumi, e si accennano alcuni mezzi per diminuirle e per renderle meno dannose. Con esempi di fatto si mostra che l' operosità illuminata e la solerzia degli uomini potrebbero andare incontro a molti malanni lavinosi.

Il capitolo terzo è una specie di episodio per avvisare i Superiori Ecclesiastici sulla miserabile e faticosa condizione dei Cappellani in montagna.

L' ultimo finalmente accenna alla probabile origine e denominazione del paese di Frassinoro; alla fondazione, all'ingrandimento ed alla possanza dell'antica e celeberrima sua Abazia, la cui ricchezza e magnificenza si appalesa anche al presente nelle colonne di marmo orientale, greco ed egizio che adornano il campanile di Frassinoro, e così pure in molti e svariati capitelli qua e là sparsi.

Rammentata la soppressione degli Abati e dell' Abazia si pon fine al dialogo col mostrare l' origine del paese denominato Piandelagotti che abbraccia in sua parrocchia l' alpe di S. Pellegrino (1).

Adunanza della Sezione d' Arti

20 *Marzo* 1861.

Dichiarata aperta l' adunanza dal Direttore della Sezione prof. cav. Cesare Costa il socio Giuseppe march. Campori legge una sua memoria intorno alle relazioni di Benvenuto Cellini col Cardinale Ippolito d' Este nell' anno 1540, giovandosi delle notizie raccolte da un libro di spese particolari del medesimo che si conserva nell' Archivio palatino. Con l' aiuto delle quali fu condotto a riconoscere l' esattezza delle cose narrate dal Cellini nelle sue memorie rispetto alle opere immaginate, modellate o compiute in quell'anno: a indicare la quantità delle somme pagategli e degli oggetti somministratigli per bisogno dell' arte sua: a determinare le date precise o approssimative così del principio dei lavori come dei viaggi da esso intrapresi in quell' anno da Roma a Ferrara e da Ferrara in Francia. Aggiunse contezza di opere non accennate dal Cellini perchè non condotte a fine o perchè non parvero a lui di tanta importanza che meritassero passare alla memoria dei posteri, esponendo per fine alcuni curiosi particolari relativi al Cellini stesso. Soggiunse poscia un ragguaglio intorno a' due più noti e più insigni allievi del medesimo, Paolo Romano ed Ascanio da Tagliacozzo, aiutandosi anche per questo di un libro delle spese di Francia del Cardinale Ippolito negli anni 1548 e 1549, quando essi, lasciati dal Maestro, tre anni innanzi, a custodire il suo *Petit-Nesle*, continuavano i lavori rimasti incompiuti e operavano per proprio conto. In fatti dalla qualità e dalla quantità degli argenti lavorati da essi in quel tempo pel Cardinale di Ferrara, dalla nota splendidezza e dal fino gusto del medesimo non solito a valersi di artisti mediocri, dal considerare come quelli fossero impiegati in con-

(1) Il celebre Cardinale Moroni, che presiedette il Concilio di Trento, fu Abate di Frassinoro e per quanto si crede l' ultimo.

correnza dell' Othmar, del Marcel e degli altri più celebrati orafi di Parigi, si trae un giudizio della loro abilità e si confermano le lodi tribuite loro dal maestro. L' autore dà termine al suo ragionamento rammaricandosi che delle opere da lui accennate più non esista che la *Saliera* allogata dal Cardinale al Cellini e da questo venduta al Re Francesco I la quale ora si conserva nel Museo d'Ambras in Vienna.

Un disegno a penna rappresentante la risurrezione di Lazzaro, eseguito nella sua prima gioventù dal prof. cav. Adeodato Malatesta, è successivamente illustrato in una lettura del Socio Archivista conte Gio. Francesco Ferrari Moreni, che ne fece acquisto recentemente. Prezioso è questo lavoro del Malatesta, perchè unico di tal genere da lui eseguito e perchè in esso, come avverte il nostro Socio, apparisce il germe di quel genio potentissimo che si spiegò poi nelle tante opere illustri del nostro chiarissimo Pittore.

Compiuta questa lettura si dichiara sciolta l' adunanza.

Adunanza della Sezione di Scienze

3 *Aprile* 1861.

Il prof. Bosellini diede lettura ad un cenno necrologico sul defunto socio corrispondente sig. Laferrière, che per espresso desiderio degli altri accademici venne pubblicato nella *Gazzetta di Modena* (1).

Successivamente il prof. Bernardi trattenne l' adunanza leggendo una sua memoria *sulle dighe, sui ripari, e sulle arginature dei fiumi.* — L' egregio professore divise questo suo scritto in tre capitoli. Nel primo tessè un cenno storico sulla scienza idraulica ricordando esser dessa nata cresciuta e perfezionatasi in Italia, ed in ispecie nella Venezia e nella Lombardia. — La sovrabbondanza d'ogni maniera di acque in codesta grande vallata, il bisogno d'infrenarle, d'inalvearle, e di dar corso regolare alle stagnanti, indussero gli antichi ingegneri Veneti e Lombardi allo studio severo di queste dottrine: d' onde la costruzione delle famose dighe di Venezia, l' incanalamento di molti fiumi e torrenti per salvare dall' interrimento le lagune di cui si faceva difesa l'Adriatica Regina. — Col rinascimento delle lettere e delle scienze l' operosità Italiana, sollecitata dalla emulazione, si ridestò anche negli altri Stati della Penisola. — Riconosciuti ed apprezzati i vantaggi dei canali artificiali per la navigazione, per l' irrigazione, e per l' attivazione degli Opifici a motore idraulico, si diede opera alla costruzione dei *sostegni, delle conche*, e di *mille altri congegni* per il transito delle navi; ond'è che per ogni dove sorsero facili comunicazioni, e l' Italia potè per la prima mirare *le barche scendere dalla china de' monti ed attraversare le foreste.*

Nel secondo capitolo l'egregio Accademico richiamò le teorie lasciateci in retaggio dai nostri grandi Maestri in architettura idraulica per l' infrenamento delle acque correnti, mostrandoci ad un tempo quali avvertenze si debbano usare nella costruzione de' ripari, qual forma e quale direzione assegnar loro per la migliore riescita.

(1) Vedi numero 615.

Ed applicando queste idee alle condizioni idrografiche delle Provincie Modenesi, si fa ad osservare nel terzo capitolo, che l'arginatura e le opere di difesa de'nostri fiumi Secchia, Panaro e degli altri torrentelli che scendono dall'appennino, discordano grandemente dalle fondamentali dottrine e teorie idrauliche, con sommo danno del pubblico e privato interesse, e chiude il dotto suo scritto facendo voti perchè sia adottato anche fra noi un più assennato sistema di ripari lungo il corso de' maggiori nostri fiumi.

Adunanza della Sezione di Lettere

17 Aprile 1861.

Il prof. cav. Luigi Vaccà dopo avere accennato il conforto e il sollievo che in mezzo alle cure molteplici e alle continue occupazioni della vita sociale si ha di quando in quando dalla lettura dei Classici prende a tema particolare della sua lettura accademica l' ode oraziana — *Mercuri, nam te docilis magistro* —, ne ricorda le principali bellezze, istituisce un breve confronto tra il volgarizzamento che di essa ode fece il March. Gargallo e l' imitazione e quasi traduzione, che già ne aveva fatto il Conte Giovanni Fantoni, e termina leggendo un proprio volgarizzamento dell' ode medesima.

Poscia il prof. Guglielmo Raisini legge due poesie liriche l' una intitolata l' *Amor Platonico,* l' altra *Dopo il Ballo.*

Adunanza della Sezione di Scienze

12 Giugno 1861.

Premesso un cenno sulla compianta morte dell' Illustre nostro socio *Onorario* Camillo Conte Benso di Cavour il prof. avv. Lodovico Bosellini prese le mosse da un cenno dato dal sig. avv. Luigi Carbonieri nostro accademico in un suo applaudito libro *sulle regioni in Italia* della esistenza di una scuola scientifica modenese, venne con acconcio discorso dimostrando l' esistenza di una scuola modenese la quale nei diversi rami dell' umano sapere si distinse sin dal secolo XVI, spiegando il carattere proprio di questi abitanti, vale a dire la riflessione e il criterio. Mostrò così l'indole temperata ortodossa ad un tempo e lontana dalla presunzione della scuola teologica; mostrò la scuola storica giuridica, tanto allargatasi in questo secolo, essere nata allora in Modena per opera del Sigonio e del Panciroli; mostrò la temperanza della scuola giurisprudenziale pratica; la filosofia spastojarsi dai ceppi Aristotelici senza però lasciarsi strascinare da intemperanti speculazioni e sistemi; la medica e quella delle scienze naturali portare in fronte l' osservazione e l' esperimento, studiar la natura e la scienza dalle sue origini; la politica fondarsi sul tranquillo e storico esame de'fatti; la letteraria risplendere per acuta e giudiziosa critica.

Scorse riassumersi e personificarsi in certo modo la scuola modenese in quel prodigio di scienza e dottrina che fu Lodovico Antonio Muratori e dopo di lui diramarsi in molti preclari ingegni quelle doti che in lui solo tanto risplendevano, e

rifiorirne la scuola modenese ne'diversi suoi rami; e dando uno sguardo alle belle arti, scorse anche in queste predominare la correzione, il gusto purgato e lo studio della natura e de'migliori maestri.

Dichiarò la scuola modenese abbracciare non solamente gli abitanti della città e della provincia modenese ma anche quelli della città e provincia di Reggio da cui sì numerosa e splendida schiera di studiosi e di insegnanti, di dotti d'ogni maniera, di patrizj e di cittadini venne ad arricchire Modena di dottrina e di onorevoli famiglie; anzi abbracciare tutti que' dotti uomini i quali da ogni parte d' Italia o fuori qui recarono preziosi insegnamenti, o belle opere di pubblico vantaggio, o qui trasferirono i domestici lari.

Carattere generale della scuola modenese riconobbe pertanto esser quello di cercare la verità per quei mezzi che l' indole del cercato vero addita. Ortodossa nel domma, storico-critica in tutte le scienze logiche e morali, osservatrice ed esperimentatrice e in una parola Galileana nelle scienze tutte che la natura fisica ne' diversi oggetti e nei diversi aspetti soggettivi contemplano; critica e indagatrice nella letteratura e nella storia. Osservò egli che grandemente prosperarono qui le scienze matematiche perchè nè si arrestarono ad una teoria astratta ed ipotetica, infeconda di applicazione, nè si gettarono in un basso empirismo avido solo di lucri materiali e di danaro. Non tacque le glorie della Università, delle scuole militari e di tutta guisa di buoni studi che qui fiorirono.

Il disserente rivolgendosi infine all'avvenire, vide in esso il cômpito della scuola nostra e il suo futuro splendore, vide com' ella coltivando le sue tradizioni e gli orrevoli esempi possa della città nostra fare l' Atene d' Italia.

Poscia il prof. Cav. Alessandro Puglia lesse una breve dissertazione del nostro Socio prof. D. Luigi Vischi sopra una critica che il sig. Vera nei nn. 11, 12, 13, della Effemeride della Pub. Istr. ha fatto al Criticismo assoluto ed alla Filosofia del Buon Senso. Quivi il Vera intendeva dimostrare che l' uno e l' altra contengono implicita la negazione della Scienza, la quale, a parer suo, è il sistema dell'Hegel, o l' Idealismo assoluto. E per ciò, che riguarda la Filosofia del Buon Senso, quella negazione ei la trova nella dottrina dell' *apprendere* ma non *comprendere* l' Assoluto e nella conseguente distinzione della verità *naturale* e *sovranaturale*, distinzione superficiale ed erronea, che travisa le condizioni del problema della Scienza, la cui vera posizione è questa — o noi possiamo tutto conoscere, o noi non possiamo nulla conoscere. — Imperocchè, continua il Vera, certo la mente non può porre quei confini, essendo anzi sua naturale aspirazione il tendere a sorpassarli; e poi, siccome una regola elementare di logica vuole che si possegga una distinta nozione de' termini che si dividono, allorchè distinguiamo la verità in naturale e sovranaturale, il sovranaturale cade entro i confini della mente umana e la distinzione svanisce. Si dirà che del sovranaturale si ha una idea negativa e quasi un sentimento oscuro; ma come non temere che ciò, che si presenta sotto tal forma, non sia una illusione e che la parte nota non disarmonizzi con la parte ignota, che è il fondamento del tutto? Infine si vorrebbe vedere tracciata esattamente questa linea di demarcazione e risapere se si debbano prendere per sovranaturali i veri rivelati, i quali del resto non sono più incomprensibili di molte verità naturali. Contro i quali discorsi il Vischi faceva osservare che il principio della Filosofia del Buon Senso, che qui si impugna, siccome quello che conterrebbe la negazione della Scienza, è però fondato sopra due verità evi-

denti, quali sono l' esistenza del finito, somministrataci dalla coscienza e dalla percezione esteriore, e la realtà dell' Infinito, a cui ci eleviamo mediante il principio di causalità. Difatti, se vi ha due menti l' una infinita e l' altra finita, di necessità vi ha due ordini di veri, i proporzionati alla mente finita, o intelligibili ed i trascendenti la medesima, e proporzionati alla infinita, o sovrintelligibile, e così l' Assoluto si può intendere, ma non comprendere. Di che, quando si neghi questa distinzione, bisogna o negare l' Infinito, o dire che l' Infinito è l' uomo. Nè contro cotesta evidente dottrina valgono le opposizioni del Vera; poichè dapprima l' umana mente aspira sì a sempre più conoscere senza posa, ma resta a provare che ciò avvenga perchè è naturalmente fatta per comprendere l' Infinito, piuttostochè perchè indefinita è la sua potenza, cioè tale che non ha netta coscienza del preciso limite a se posto dal Creatore. La seconda difficoltà procede da una regola logica male applicata; conciossiachè basta considerare il fine della distinzione, il quale si è di farci conoscere meglio le parti studiandole ad una, ad una, per avvedersi che dei termini che si distinguono, tanto chiara nozione si richiede quanto basti a non permetter lo scambio dell' uno coll' altro, ma non si che non ci lasci più nulla a conoscere intorno a' termini stessi. Onde poi del sovranaturale abbiamo un concetto assai indistinto e veramente negativo, senza chè perciò si possa ragionevolmente temere che esso sia una illusione: imperocchè sono due cose diverse il *quid sit* e l' *an sit* e, nel caso nostro, benchè abbiamo dell' oscurità intorno alla prima questione, non ne abbiamo riguardo alla seconda, e perciò, se ci teniamo contenti a rispondere a questa, non abbiamo a temere d' illusione. Che se poi la parte a noi nota è certamente vera sarà temibile non armonizzi con l' ignota? La quale non si sa perchè sia detta dal Sig. Vera quella, ove riseggono i principi supremi di tutte cose; conciossiacchè ciò è proprio dello Infinito, il quale non è pienamente sconosciuto, quantunque non sia da noi compreso, onde avviene appunto che tutti asseverano l' Infinito principio e cagion di tutte cose, ma non ne veggono chiaro il come. Per ultimo il determinare concretamente se costì o costà sieno i limiti dei due ordini di verità non è necessario per la presente discussione, ma, riguardo alla distinzione in astratto, conviene avvertire che non sono già da assumere come identiche le due distinzioni dell'intelligibile e del sovrintelligibile, del naturale e del sovranaturale, poichè la prima si fonda sulla capacità finita della mente umana, e l'altra sul mezzo, onde la mente medesima conosce; di che ci sono de'veri naturali sovrintelligibili e de'sovranaturali intelligibili. Nella aspettazione dunque di quelle *considerazioni intrinseche*, le quali il Sig. Vera attingerà dalla *Scienza*, si può chiedere francamente se, con le *estrinseche* sopra esaminate, egli sia riuscito ad atterrare il principio della Filosofia del Buon Senso, o non anzi a proporre un principio il quale sarebbe distruttivo o dell' Infinito, oggetto della Scienza, o del Finito soggetto della medesima: si può chiedere se sia riuscito a spianare la via, come egli voleva, all' Idealismo assoluto, il quale nella sua affermazione importa *non l'identità astratta, che esclude la negazione, secondo l' antico principio di contradizione, ma l' identità concreta, cioè l' identità, che rinchiude ed unifica i contrari, o, per usare la frase di Schelling, che è l' identità dell' identità e della non-identità!* Quanto a noi ne pare che cotesti singolari termini, a' quali si giunge per aver lasciato il metodo naturale (procedendo da quello che conosciamo meglio a quello che non conosciamo così bene) debba essere presso tutti una efficacissima commendazione del medesimo.

Adunanza Generale

30 *Giugno* 1861.

La seduta fu aperta con un *Ragionamento* del Presidente dell' Accademia cav. Carlo Malmusi il quale dato annunzio come in quel dì per virtù dello *Statuto* avesse felice compimento l' anno Accademico 1861, si fece a noverare i pregi precipui delle produzioni onde parecchi Soci tennero viva la sacra fiamma de'buoni studi fra noi durante l' anno anzidetto, rendendo poi ad essi tributo di giusta lode e di meritata riconoscenza a nome de' colleghi tutti.

Discorse sui *Giudizi* pronunziati per le premiazioni accademiche del 1860, e sui programmi proposti pel 1861, coordinati, questi, colle grandi innovazioni politiche ed amministrative che si vanno oggidì svolgendo in Italia. — Richiamò al pensiero doversi riguardare siccome argomento di soddisfazione, e di prosperi augurii per l' Accademia la scambievole e non mai interrotta comunicazione colla quale e preclarissimi Autori, ed illustri Istituti scientifici e letterari ne inviarono cortesemente opere d' ogni maniera, ed atti accademici, d' onde avviene che questo nostro istituto ancora si trova ora nella benavventurata circostanza di diffondere per varie regioni d' Europa i già pubblicati volumi de' propri atti, ed anche delle individuali produzioni dei Socii. — Poscia parlò dei laboriosi riordinamenti che in questo istesso anno si ebbero compiuti così della Biblioteca nostra, come dell' Archivio ad opera paziente di accuratissimi accademici, e lasciò conoscere essere omai condotto a termine per cura e dispendio della nobilissima famiglia del donatore quello ancora del copiscuo *Medagliere* già largito all' Accademia dal fu benemerito Presidente di essa marchese cav. Luigi Rangoni. — Soggiunse poscia come la storia segnerà fra le più belle pagine dell'Accademia l'accorgimento onde sepp' essa procacciare anche recentemente all' albo de' suoi socii i nomi di molti fra i più celebrati uomini di che si onora oggidì la repubblica delle scienze e delle lettere; e conchiuse volgendo un mesto pensiero alla memoria di quel grand' uomo che fu il conte Camillo Benso di Cavour, cui da poc' oltre a un anno avemmo il vanto di noverare fra i *Membri Onorari* della Modenese Accademia. Ond' è che richiamate agli uditori le cortesissime e generose parole colle quali quel sommo ebbe a mostrarsi estremamente grato per siffatta ascrizione, e toccate di volo le singolari qualità di lui, e le incredibili prove di affetto e di cordoglio che sorsero da tutte parti di Europa a lamentarne la perdita, disse noi pure avere a spargere un modesto fiore sulla bara dell' immortale coaccademico, collocando nell' Aula delle nostre adunanze la effigie di lui, e sott'essa una epigrafe che duri negli avvenire la ricordanza della gloria nostra per averlo avuto socio, e del dolore interminabile per averlo immaturamente perduto.

I signori Accademici concordemente acclamarono la proposta del sig. Presidente, ed espressero il voto unanime che il *Ragionamento* abbia a pubblicarsi per la stampa, ad illustrazione di quanto ha saputo operare l' Accademia Modenese nel 1861. (1)

---

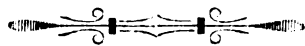
(1) Inserito nella *Rivista Italiana* del 25 Novembre, N. 62.

In appresso il socio march. Cesare Campori, ragionò di Guido vescovo di Modena al tempo di Berengario II, e di Otone I, e detta alcuna cosa intorno al secolo X, espose i rivolgimenti politici nei quali quel vescovo ebbe a mescolarsi. E notò da prima l' ambizione la cupidigia di lui e la mancanza di fede che lo rese traditore dei principi cui servito avea in carichi luminosi. Ce lo mostrò il Campori cercare, appena eletto vescovo, d' impodestarsi della ricca abazia Nonantolana, e perchè in questo non secondato dai re Ugo e Lotario, voltarsi a Berengario che il fece arcicancelliere del regno, e finalmente, dopo qualche minaccia di defezione per parte di Guido, l' agognata abadia, e molte terre gli concedette. Ma vedute il vescovo pericolare le fortune di Berengario, ad Otone tedesco volgevasi, stato egli tra coloro che all' Italia la sciagura procacciarono della denominazione straniera. Conservato il grado, e la badia, della quale dilapidava i possessi, seguitò egli a Roma l' imperatore, e prestò l' opera sua alla deposizione di uno e forse di due Papi, ritornando di là scomunicato. Ma non sapendo durare a lungo nella fede promessa ad Otone, fu egli imprigionato: pare nondimeno che il tedesco, innanzi ch' ei morisse con lui fosse riconciliato. Le quali opere di questo infelice prelato saranno, disse il Campori, dalle anime pie deplorate; officio essendo del vescovo non già le burrascose cure della politica, ma il farsi esemplare al gregge d' ogni cristiana virtù.

La seduta si terminò colla lettura di una canzone intitolata *Salvatore Viganò*, composta dal socio sig. cav. Giovanni Vecchi.

Le relazioni suddette sono state esattamente qui riprodotte dai numeri 526 - 539 - 552 - 557 - 588 - 606 - 615 - 690 della *Gazzetta di Modena*.

MEMORIE

DELLA SEZIONE DI SCIENZE

SUL MODO
DI OTTENERE
COLL'ELIMINAZIONE L'EQUAZIONE FINALE
PRIVA DI FATTORI ALTERANTI
MEMORIA

DEL SIGNOR PROFESSORE ANTONIO ARALDI

LETTA ALLA R. ACCADEMIA

nell' adunanza del 20 *Maggio* 1858

Che l' operazione dell' Eliminazione occupi fra le analitiche ricerche un posto della maggiore importanza è cosa per se palese, perchè la risoluzione di tutte le quistioni che esigono la considerazione di più variabili od incognite, sempre conduce l' Analista a ricorrere all' operazione medesima; ed è altresì notissimo quanto d' ordinario si incorra in calcoli di soverchio complicati, e laboriosi nel dedurre da più Equazioni esprimenti i vincoli, che legano assieme più variabili, od incognite, un' Equazione con una sola variabile da risolvere, e quanto questi risultamenti siano incerti, perchè d' ordinario affetti da radici estranee alle equazioni date, qualunque sia il metodo che si adotti fra i diversi che si insegnano nei Corsi di Matematica, di modo che per lo più si consiglia di ricercare con due differenti fra i processi conosciuti due risultanti, delle quali la cercata sarà un fattore comune, e quindi di determinarla mediante la ricerca del massimo comun divisore fra esse, il che richiede un triplice lavoro.

In una mia Memoria presentata dal chiarissimo Sig. Professore Cav. Stefano Marianini nel Settembre del 1840 alla Riunione dei Dotti a Torino, e poscia inserita nel fascicolo di Ottobre del medesimo anno del Giornale letterario scientifico Modonese, dimostrava che, quando due Equazioni a due incognite sono dello stesso grado rispetto all' incognita che si vuole eliminare, la risultante ottenuta col mezzo di una formola generale da me esposta riusciva sempre libera da fattori estranei alla quistione trattata, per lo che la causa, che ne può introdurre sta nella differenza dei gradi delle Equazioni date rispetto alla incognita eliminata. Venendo poscia a considerare questo caso, che, cioè, le due date Equazioni fossero di grado diverso per riguardo all' incognita da eliminare additava quali erano i fattori alteranti che verrebbero introdotti nella risultante ottenuta secondo il mentovato metodo da me proposto, onde per dedurne la vera non si avrebbe che a divider quella pel fattore alterante previamente conosciuto. Mi lusingava di aver reso qualche servigio alla Scienza, coll' avere indicata la cagione che produceva l' inconveniente lamentato dai Matematici di giugnere coll' eliminazione ad Equazioni di grado troppo elevato, e col mostrare come poscia si possa nel modo più semplice ripararvi, ma non fui appieno soddisfatto del mio lavoro, poichè non aveva peranco trovato il modo di impedire che avvenga quell' inconveniente, al che riuscii poco dopo pubblicata detta memoria, modificando il processo da prima proposto di maniera che in ogni caso sempre si giunga con sensibile risparmio di calcoli alla vera equazione finale completa, e libera da radici estranee. E siccome questo complemento del mio lavoro non è stato reso di pubblica ragione, ma soltanto comunicato da me nel Maggio dell'anno 1841 all' Accademia delle Scienze di Parigi, ho pensato di toglierlo dall' obblío, in cui lo aveva lasciato con farne breve argomento di lettura a questa Sezione di Scienze della nostra Accademia, per secondare il gentile invito del

Segretario generale di essa con sua Circolare di concorrere, ove le mie forze il permettano, ai lavori della medesima nelle Adunanze mensili.

Per ciò mi è d'uopo raccogliere nei più concisi termini quanto della citata memoria sia necessario all'intelligenza del nuovo processo, che alla medesima si appoggia.

Se dunque abbiansi due equazioni fra le x, y

[1] (a) $A_0 y^m + A_1 y^{m-1} + A_2 y^{m-2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + A_m = 0$

(b) $B_0 y^m + B_1 y^{m-1} + B_2 y^{m-2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + B_m = 0$, entrambe di grado m rispetto alla y, e nelle quali i coefficienti $A_0, A_1, \ldots, B_0, B_1, \ldots\ldots$ sono funzioni quali si vogliano di x, sottratta la (a) moltiplicata per le

1° B_0

2° $B_0 y + B_1$

....

m° $B_0 y^{m-1} + B_1 y^{m-2} + \ldots\ldots + B_{m-1}$

dalla (b) corrispondentemente moltiplicata per le

1° A_0

2° $A_0 y + A_1$

....

m° $A_0 y^{m-1} + A_1 y^{m-2} + \ldots\ldots + A_{m-1}$ si ottengano le m equazioni

[2] $a_1 y^{m-1} + b_1 y^{m-2} + c_1 y^{m-3} + \ldots + h_1 y + k_1 = 0$,

$a_2 y^{m-1} + b_2 y^{m-2} + c_2 y^{m-3} + \ldots\ldots + h_2 y + k_2 = 0$,

. . . .

$a_m y^{m-1} + b_m y^{m-2} + c_m y^{m-3} + \ldots\ldots + h_m y + k_m = 0$,

ove posto per abbreviazione $A_p B_q - A_q B_p = \overline{A_p B_q}$, si ha

$a_1 = \overline{A_0 B_1}$, $b_1 = \overline{A_0 B_2}$, $c_1 = \overline{A_0 B_3}$, $d_1 = \ldots$

$a_2 = b_1$, $b_2 = \overline{A_1 B_2} + c_1$, $c_2 = \overline{A_1 B_3} + d_1$, $d_2 = .$

$a_3 = c_1$, $b_3 = c_2$, $c_3 = \overline{A_2 B_3} + d_2$, $d_3 = .$

$a_4 = d_1$, $b_4 = d_2$, $c_4 = d_3$, ...

. . . .

dalle quali equazioni eliminando le $m-1$ potenze $y^{m-1}, y^{m-2}, \ldots y$

della y si ottiene la risultante scevra da fattori alteranti espressa dalla formola

[3] $S(a_1b_2-a_2b_1)c_3d_4 \ldots\ldots\ldots h_{m-1}k_m)=0$, ove col segno $S(a_1b_2-a_2b_1)c_3d_4\ldots\ldots h_{m-1}k_m$ si indica la somma di tutti i termini differenti in numero $3.4\ldots m$ che si avrebbero col permutare in giro nell'espressione $(a_1b_2-a_2b_1)c_3d_4\ldots\ldots h_{m-1}k_m$ tre apici nei posti dai medesimi occupati di maniera che il 1° a destra rimova il 2°, questi il 3° il quale passi ad occupare il posto del 1°, onde quando un apice entra fra le parentesi dovrà scriversi sotto due lettere, e quel che ne esce ed occupava due posti diverrà semplice. Dimostrai che questa risultante riesce di grado m^2 quando le A, B sono funzioni della x dei gradi indicati dai corrispondenti apici, siccome deve verificarsi della vera risultante.

Che se le due date equazioni avessero le forme

[4] (a) $C_r y^m + C_{r+1} y^{m-1} + \ldots\ldots + C_{r+m} = 0$,

(b) $D_s y^m + D_{s+1} y^{m-1} + \ldots\ldots + D_{s+m} = 0$

ove gli apici indicano i gradi dei coefficienti C, D, potranno queste esser rappresentate dalle [1], posto

$A_0 = C_r$, $A_1 = C_{r+1}$, ..., $B_0 = D_s$, $B_1 = D_{s+1}$, ... $B_m = D_{s+m}$, e la vera risultante [3] riuscirà del grado $m^2+mr+ms$.

Ma se le date equazioni siano di gradi differenti rispetto alla y, come le

[5] (a) $C_r y^m + C_{r+1} y^{m-1} + \ldots\ldots + C_{r+m} = 0$,

(b) $D_s y^n + D_{s+1} y^{n-1} + \ldots\ldots + D_{s+n} = 0$,

ove $n<m$, qualunque sia il modo, col quale si applica la precedente regola per trovare la risultante [3], riuscirà sempre questa affetta da un fattore della x, che uguagliato allo zero somministra dei valori di x estranei alle Equazioni date, e che perciò dicesi *alterante*, il che non toglie il pregio della formola [3], perchè quando $m=n$ guida alla risultante priva di quei fattori, che sarebbero in essa introdotti dagli altri metodi di eliminazione conosciuti.

Un modo di applicare la regola data consiste nel ridurre

le date equazioni allo stesso grado, moltiplicando la seconda (b) per y^{m-n}, onde questa si cambi nella

$D_s y^m + D_{s+1} y^{m-1} + \ldots\ldots + D_{s+n} y^{m-n} = 0$ mancante degli ultimi $m-n$ termini, quindi posto

$A_0 = C_r$, $A_1 = C_{r+1}$, ... $A_m = C_{r+m}$, $B_0 = D_s$, $B_1 = D_{s+1}$,

$B_n = D_{s+n}$, $B_{n+1} = B_{n+2} = \ldots\ldots = B_m = 0$, e la [3] somministrerà una risultante del grado $m^2+mr+ms$, affetta però dal fattore C_{r+m}^{m-n} del grado $(r+m)\,(m-n)$ che non appartiene alla vera risultante, la quale si può ottenere dividendo la trovata pel noto fattore C_{r+m}^{m-n}, e riuscirà del grado $m^2+mr+ms$ $-(m-n)\,(r+m) = mn+nr+ms$

Il secondo modo di usare del nostro metodo si ha lasciando le [3] quali sono e, col porre

$A_0 = C_r$, $A_1 = C_{r+1}$, ... $A_m = C_{r+m}$, $B_0 = B_1 = B_{m-n} = 0$,

$B_{m-n} = D_s$, $B_{m-n+1} = D_{s+1}$, ..., $B_m = D_{s+n}$, rappresentarle dalle

[6] (a) $A_0 y^m + A_1 y^{m-1} + A_2 y^{m-2} + \ldots\ldots + A_{m-n} y^n + \ldots\ldots + A_m = 0$

(b) $B_{m-n} y^n + B_{m-n+1} y^{n-1} + \ldots + B_m = 0$

onde si giunge alla risultante [3] affetta dal fattore alterante $A_0^{m-n} = C_r^{m-n}$ da cui si dovrà liberare mediante la divisione.

Questo processo è preferibile, perchè più ovvio, e guida ad un' equazione di grado meno elevato.

Colle seguenti ricerche mostrerò come si possa modificare quest' ultimo metodo, onde ottenere direttamente, e sempre la vera Equazione finale al grado dovuto.

Per essere nulle le B_0, B_1, ..., B_{m-n}, le prime $m-n$ Equazioni [2] si saranno ottenute moltiplicando la [6] (b) successivamente per le quantità

(h) A_0, $A_0 y + A_1$, $A_0 y^2 + A_1 y + A_2$, ..., $A_0 y^{m-n-1} + A_1 y^{m-n-2} + \ldots + A_{m-n-1}$

mentre le altre n equazioni si ottengono sottraendo la (a) moltiplicata per le

(k) B_{m-n}

$B_{m-n} y + B_{m-n+1}$

. . . .

$B_{m-n} y^{n-1} + B_{m-n+1} y^{n-2} + B_{m-1}$

dalla (b) corrispondentemente moltiplicata per

$$A_0y^{m-n}+A_1y^{m-n-1}+\ldots+A_{m-n}$$
$$A_0y^{m-n+1}+A_1y^{m-n}+\ldots+A_{m-n+1}$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$A_0y^{m-1}+A_1y^{m-2}+\ldots\ldots+A_{m-1}$$

e l'equazione [3], che si otterrà dall'eliminazione delle potenze della y da queste m equazioni, dovendo avere il fattore A_0^{m-n} estraneo alle date [6], avrà la forma $A_0^{m-n}F(x)=0$, chiamata $F(x)=0$ la vera risultante.

Supponiamo ora nei soli moltiplicatori (h) cambiate le $A_1, A_2, \ldots\ldots A_{m-n-1}$ in altrettante A_0, le nuove Equazioni [2] sussisteranno colle (a), (b) malgrado questo cambiamento, e la risultante ottenuta da esse col solito processo dovrà contenere per fattore la vera risultante $F(x)$, e potrà intendersi ricavata dalla $A_0^{m-n}F(x)=0$, cambiando nei soli termini introdotti dai precedenti moltiplicatori (h) le $A_1, A_2, \ldots, A_{m-n-1}$ in tante A_0. Questa modificazione non potrà alterare il fattore A_0^{m-n} nè aumentare il grado della $F(x)$, perchè la A_0 si è supposta di grado più basso delle $A_1, A_2, \ldots\ldots$ da essa sostituite. Non potendo d'altronde scemarvi il grado della $F(x)$ fattore anche della nuova risultante ottenuta dopo il cambiamento della A_1, A_2, si fa chiaro non mutarsi per la fatta ipotesi la risultante $A_0^{m-n}F(x)=0$; per lo che rendesi manifesto, che i molti termini, che sicuramente saranno stati introdotti in essa risultante dalle $A_1, A_2, \ldots\ldots$ appartenenti ai moltiplicatori (h) sono scomparsi, perchè elisi da altrettanti eguali e di segni contrarj e che quindi la risultante medesima rimarrà inalterata comunque si cambino nelle (h) le $A_1, A_2, \ldots$ Ad impedire pertanto la comparsa di tutti quei termini gioverà porre in esse (h) tutte le $A_1, A_2, \ldots, A_{m-n-1}=0$, ed in allora le (h) mutandosi nelle

(l) A_0, A_0y, A_0y^2, $\ldots\ldots$, A_0y^{m-n-1},

i coefficienti delle prime $m-n$ equazioni [2] avranno tutti il comun fattore A_0, e perchè la risultante [3] è composta di termini, ciascuno dei quali è il prodotto di m coefficienti

delle [2] dei quali $m-n$ appartengono alle prime $m-n$ equazioni [2], per impedire nella [3] la comparsa del fattore A_0^{m-n}, basterà togliere da queste $m-n$ equazioni il comun fattore A_0, il che si ottiene col sostituire nelle (l) altrettante unità in luogo delle A_0.

Dalle esposte riflessioni emerge la regola seguente per ottenere priva di fattori estranei la risultante dell' eliminazione della y dalle due equazioni [6] di gradi differenti rispetto ad essa incognita y da eliminare.

Si formino $m-n$ Equazioni moltiplicando successivamente la (b) per le quantità

$1, y, y^2, \ldots\ldots y^{m-n-1}$, e siano rappresentate dalle prime $m-n$ equazioni [2], poscia si trovino altre n equazioni col sottrarre la (a) moltiplicata per le

$$B_{m-n}$$
$$B_{m-n}y+B_{m-n+1}$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$B_{m-n}y^{n-1}+B_{m-n+1}y^{n-2}+\ldots\ldots+B_{m-1}$$

dalla (b) corrispondentemente moltiplicata per le

$$A_0y^{m-n}+A_1y^{m-n-1}+\ldots\ldots+A_{m-n}$$
$$A_0y^{m-n+1}+A_1y^{m-n}+\ldots\ldots+A_{m-n}y+A_{m-n+1}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$A_0y^{m-1}+A_1y^{m-2}+\ldots\ldots+A_{m-1}$$

e così completato il numero m delle Equazioni [2] si elimineranno al solito da esse le potenze $y^{m-1}, y^{m-2}, \ldots, y$ della y e si giugnerà alla vera risultante [3], ove i valori dei coefficienti $a_1, b_1, \ldots\ldots$ delle prime $m-n$ equazione [2] saranno

$$a_1=0,\ b_1=0,\ c_1=0\ \ldots\ldots\ldots\ h_1=B_{m-1}\ \ k_1=B_m$$
$$a_2=0,\ b_2=0;\ c_2=0\ \ldots\ldots\ldots\ h_2=B_m,\ k_2=0$$
$$a_3=0,\ b_2=0,\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ h_3=0,\ k_3=0$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$a_{m-n-1}=0, b_{m-n-1}=B_{m-n}, c_{m-n-1}=B_{m-n+1}\ldots h_{m-n-1}=0, k_{m-n-1}=0,$$
$$a_{m-n}=B_{m-n},\ b_{m-n}=B_{m-n+1},\ldots\ldots\qquad h_{m-n}=0\ ,\ k_{m-n}=0.$$

Quanto ai coefficienti delle ultime n Equazioni, gioverà

talvolta determinarli con ordine inverso a quello insegnato, cioè partendo dagli ultimi coefficienti delle equazioni inferiori [2] espressi dalle

$$k_m=\overline{A_{m-1}B_m}\,,\quad h_m=\overline{A_{m-2}B_m}\,,\qquad g_m=\overline{A_{m-3}B_m}\,,\ldots\ldots$$

$$k_{m-1}=h_m\,,\qquad h_{m-1}=\overline{A_{m-2}B}_{m-1}+g_m,\ g_{m-1}=\overline{A_{m-3}}B_{m-1}+f_m\ldots$$

$$k_{m-2}=g_m,\qquad h_{m-2}=g_{m-1}\,,\qquad g_{m-2}=\overline{A_{m-3}B}_{m-2}+f_{m-1}$$

. . . .

osservando che nelle $\overline{A_p\ B_q}$ deve togliersi la sovrapposta lineetta, e scriverli semplicemente $A_p\,B_q$, quando q rappresenti una delle $m-n-1$, $m-n-2$, ... 1, 0, avendosi

$$B_{m-n-1}=B_{m-n-2}\ \ldots\ldots\ =B_1=B_0=0.$$

Per applicare ad esempj le esposte regole sceglierò pel caso che le due equazioni siano dello stesso grado rispetto all'incognita y da eliminare, quelle

(a) $xy^3-6y^2-xy+6=0$

(b) $2y^3-3xy^2-2x^2y+3x^3=0$ trattate dal Garnier, e dal Lotteri (Introduz. al Calc. pag. 127) si ha

$$A_0=x,\ A_1=-6,\ A_2=-x,\ A_3=6$$

$$B_0=2,\ B_1=-3x,\ B_2=-2x^2,\ B_3=+3x^3,\ \text{quindi}$$

$$a_1=\overline{A_0B_1}=A_0B_1-A_1B_0=-3x^2+12\,,\ b_1=\overline{A_0B_2}=-2x^3+2x,$$

$$c_1=\overline{A_0B_3}=3x^4-12,$$

$$a_2=b_1=-2x^3+2x,\,b_2=\overline{A_1B_2}+c_1=12x^2-3x^2+3x^4-12=3x^4+9x^2-12$$

$$c_2=\overline{A_1B_3}=-18x^3+18x,$$

$$a_3=c_1=3x^4-12,\ b_3=c_2=-18x^3+18x\ c_3=\overline{A_2B_3}=-3x^4+12x^2,$$

e la risultante [3] $\overline{a_1b_2}c_3+\overline{a_3b_1}c_2+\overline{a_2b_3}c_1=0$, sarà

$$\Big[\,(3x^2+12)\ (3x^4+9x^2-12)-(-2x^3+2x)^2\,\Big](-3x^4+12x^2)+$$

$$\Big[(3x^4-12)(-2x^3+2x)-(-3x^2+12)(-18x^3+18x)\Big](-18x^3+18x)+$$

$$\Big[(-2x^3+2x)(-18x^3+18x)-(3x^4+9x^2-12)(3x^4-12)\Big](3x^4-12)=0,$$

che sviluppata, e divisa pel moltiplicatore -3 comune a tutti i termini, dà l'equazione

$9x^{12}-58x^{10}-219x^8+2016x^6-3764x^4+2592x^2-576=0$
vera risultante completa trovata dal Lotteri, e discordante da quella del Garnier.

Applicando in tre diversi modi all'eliminazione della y il metodo di Bezout il Lotteri dimostra che sempre la risultante riuscirebbe moltiplicata per un dei fattori $\overline{A_0B_1}$, $\overline{A_0B_2}$, $\overline{A_0B_3}$, quindi del grado 16°, o 15°, o 14° in luogo del 12°.

Pel caso che le due date equazioni siano di gradi differenti rispetto all'incognita da eliminare assumo l'esempio dato dal Francoeur, (Algèbre supérieure p. 64) scambiandovi la x nella y, delle

(*a*) $xy^3-3y+1=0$

(*b*) $(x-1)y^2+y-2=0$, ove

$A_0=x$, $A_1=0$, $A_2=-3$, $A_3=1$,

$B_0=0$, $B_1=x-1$, $B_2=1$, $B_3=-2$, onde

$a_1=x-1$, $b_1=1$, $c_1=-2$

$a_2=\overline{A_0B_2}=x$, $b_2=\overline{A_1B_2}+\overline{A_0B_3}$, $=x-3$, $c_2=\overline{A_1B_3}=-(x-1)$

$a_3=\overline{A_0B_3}=-2x$, $b_3=c_2=-(x-1)$, $c_3=\overline{A_2B_3}=5$, e la risultante

$(a_1b_2-a_2b_1)c_3+(a_3b_1-a_1b_3)c_2+(a_2b_3-a_3b_2)c_1=0$ diverrà

$$\Big[\ (x-1)(x-3)-x\ \Big]\,5+\Big[\ -2x+(x-1)^2\ \Big]-(x-1)+$$

$$\Big[x\big(-(x-1)\big)-\big(-2x(x-3)\big)\Big]-2=0,$$ che sviluppata diviene

$x^3-8x^2+20x-16=0$ equazione finale senza radici estranee, cui giunse anche il Francoeur affetta però dal fattore $(x-1)^2$.

Per un secondo esempio dell'ultimo caso le equazioni date siano

(*a*) $y^3-xy^2+(x-6)y+x^2-4=0$ (Francoeur p. 62)

(*b*) $y^2-xy-4=0$, ove

$A_0=1$, $A_1=-x$ $A_2=x-6$, $A_3=x^2-4$

$B_0=0$, $B_1=1$ $B_2=-x$, $B_3=-4$, e trovansi

$a_1=1$, $b_1=-x$, $c_1=-4$

$a_2=-x$, $b_2=\overline{A_1B_2}+A_0B_3=x^2-x+2$,

$c_2=\overline{A_2B_3}=4x-x^2+4$

$a_3=-4$, $b_3=4x-x^2+4$, $c_3=A_2\overline{B_3}=x^3-8x+24$, e la risultante

$\overline{a_1b_2}c_3+\overline{a_3b_1}c_2+\overline{a_2b_3}c_1=0$ diviene

$$[\quad (2-x)(x^3-8x+24)+(x^2-4)(4x-x^2+4)+(x^3-8x+8)-4=0,$$

che sviluppata dà

$-2x^4+2x^3+16x^2-24x=0$, e divisa per -2 si ha la vera risultante completa

$x^4-x^3-8x^2+12x=0$, mentre quella indicata dal Francoeur, cioè la $x^2+3x=0$, è mancante del fattore x^2-4x+4, ossia delle due radici eguali $x=2$. I quattro valori della x trovansi essere

$x=0, -3, 2, 2$, e corrispondentemente

$y=2, \quad 1, \ 1+\sqrt{5}, \ 1-\sqrt{5}$.

Dagli esposti esempj si rileva, che il metodo di cercare il massimo comun divisore fra le date equazioni usato dal Francoeur, guida talvolta ad un' equazione finale di grado troppo alto, perchè affetta da fattori alteranti, tal altra di grado troppo basso, perchè mancante di alcun fattore che gli appartiene.

SOPRA
LA SIMULTANEA PRODUZIONE
DI MOSTRI NELLA SPECIE UMANA
MEMORIA

DEL SIGNOR PROF. PAOLO GADDI

LETTA ALLA R. ACCADEMIA

nell' adunanza del 20 *Maggio* 1858

Accadono nella natura fenomeni, i quali elaborandosi nel segreto passano spesso inosservati. Fra questi fenomeni ve ne sono parecchj, che quantunque a prima vista possano giudicarsi di poco o niun conto, tuttavolta a dovere meditati, e con filosofico intendimento studiati, si palesano alla perfine di rilevantissimo interesse scientifico e sociale. Alla serie di simili fenomeni, ove io male non mi apponga, appartengono le anomalie e le mostruosità che a quando a quando accadono nella specie umana, e che costituiscono il vasto campo della Teratologia.

Gli studj teratologici formano uno dei migliori vanti dell' odierno progresso nelle scienze anatomiche, poichè furono valido mezzo a sgombrare le tenebre delle superstizioni, nelle quali la formazione delle mostruosità era ravvolta, del pari che gl' innumerevoli pregiudizj sparsi, e fatalmente radicati nei popoli. La mercè di quei benemeriti studj, la genesi di molte anomalie è stata meglio intesa, e la scienza ha potuto stabilire in molti incontri il principio, che

ogniqualvolta la natura scostandosi dalle leggi sue ordinarie abbandoni le forme consuete nelle sue produzioni, anche in ciò facendo, ella segue leggi costanti e di un ordine tutto affatto nuovo. Di tal guisa, qualsiasi anomalia o mostruosità entrò nel dominio della scienza, e con quella face alla mano, l' anatomista ha potuto tutte assoggettarle a metodiche classificazioni. In conseguenza di che qualunque anomalia o mostruosità oggi si produca, trova già pronto il suo posto, ed ha preparata la sua nomenclatura.

Un fatto speciale in ordine teratologico mi è più volte accaduto di osservare, ed è di questo ch' io qui brevemente intendo dar conto a voi, Onorevoli Colleghi, onde chiamare su quello la vostra attenzione affinchè dirigendo la vostra solerzia e gli acuti vostri ingegni allo studio delle cause che per avventura lo possono produrre, vi rendiate benemeriti della scienza e del sociale umano consorzio.

Sotto l' influenza di cause fino ad ora non abbastanza studiate, e quindi tuttavia incognite, mi sono avveduto che la produzione simultanea delle mostruosità si opera ad epoche indeterminate con notevole frequenza. Ed invero scorrono anni molti prima che se ne presenti una, poscia d'un tratto qua e là quasi contemporaneamente se ne sviluppano in numero ragguardevole. Cinque anni or sono, Modena si trovò in una di queste epoche, nè mancai di farne opportuna e pubblica annotazione nella Gazzetta Medica di Milano. Ora Modena di nuovo vede riprodursi la comparsa simultanea di parecchie mostruosità.

Nel breve corso di poco più che tre mesi dell' andante anno, il Patrio Museo di Anatomia alla mia direzione affidato, ha raccolto quattro mostri tutti di sesso femmineo e tutti approssimativamente giunti al settimo mese della vita uterina. Due sono venuti in luce in Modena, il terzo nella Villa di Collegara poco lungi da Modena, il quarto in Reggiolo, paese posto sul confine Mantovano. Classificati giusta gl' insegnamenti dell' esimio teratologo Francese, Isidoro

Geoffroy Saint-Hilaire, ho verificato, dietro i più esatti riscontri, ch' essi appartengono tutti all' ordine primo degli Autositarj, alla tribù terza ed alle famiglie prima, seconda, e terza.

Dei due nati in Modena, il primo è un mostro *Nosencefalico*, il quale manca della volta craniana, ed i cui residui laterali sono come spinti all' infuori, gettati cioè a destra ed a sinistra, persistendo però distintamente il grande foro occipitale. Un atrofico ed informe encefalo stassi a nudo verticalmente posto sulla base del cranio, e come non merita il nome di encefalo che per rimembranza, così può dirsi altro non essere, che una molle massa rossastra molto vascolarizzata, e di una polpa nervea quasi esclusivamente composta della sostanza grigio-cinerina, assai lontana nel suo anatomico componimento dalla normale sostanza cerebrale. Brevissimo o quasi nullo è in questo mostro il collo, e gli occhj protrudenti in fuori dalle orbite, sono incompletamente coperti dalle palpebre tumefatte.

Il secondo è un mostro *Anencefalico*, nel quale manca del tutto l' encefalo ed il midollo spinale, onde i nervi che da quelle parti centrali avrebbero attinte le loro radici, si annettono soltanto a lievi striscie di sostanza granellosa, sola materia che surroghi il deficiente asse cerebro-spinale. La volta craniana non esiste punto, ed il canale rachidiano onninamente aperto posteriormente, completa in tutta l' estensione la spina bifida. Presenta questo mostro l' innesto immediato della base del cranio sulle spalle, e la deforme faccia si presenta spinta ed infossata nella superiore parte della cavità toracica. Per le quali mostruose disposizioni di organi, gli occhi sono vieppiù sporgenti, e le rigonfiate palpebre tondeggianti sembrano quasi attaccate all' orlo anteriore della base del cranio.

Il terzo venuto in luce a Collegara, e ch' io debbo alla gentilezza dell' Eccellentissimo Signor Dottore Pini, è un mostro *Exencefalico* anch' esso avente la spina completamente

bifida. Manca questo eziandio della volta del cranio, onde sulla base craniana poggia una rudimentaria ed imperfetta massa encefalica, molle, rossastra, sanguinolenta, e di sostanza cerebrale anormale. Lungo la spina bifida, scorgesi il midollo spinale bifido anch' esso, quasi atrofico, e dalle cui parti laterali traggono deboli radici i nervi rachidiani. In questo mostro ancora, i globi oculari assai sporgono dalle occhiaje, e la faccia giace innestata sul petto. Ed a proposito della Villa di Collegara, non debbo trascurare il farvi riflettere, o Signori, che in questa villa di preferenza alle altre tutte, con maggiore frequenza si ebbero mostruosità.

Il quarto, inviatomi gentilmente in dono dall' Eccellentissimo Signor Dottore Geremia Brunetti da Reggiolo, è un altro mostro *Anencefalico*. Io non mi farò a descriverne i principali caratteri, poichè egli non è che una ripetizione del secondo mostro nato in Modena.

Sono questi i quattro mostri che in brevissimo lasso di tempo ed a mia cognizione sono venuti in luce fra noi. Edotto dalla esperienza, oso dire che forse scorreranno parecchi anni prima che simile avvenimento si rinnovi. In ogni modo però credo di non errare, dichiarando che questo fenomeno meriterebbe gravi studj per parte dei cultori, non solo delle scienze naturali, ma benanche per parte dei cultori delle scienze metafisiche e morali.

Forse osservazioni esatte ed attente sulla posizione sociale dei genitori, sullo stato loro sanitario, sulla tempra, sui fenomeni più rilevanti cosmico-tellurici, sulle circostanze che accompagnarono l' atto fecondante, su quelle che si associarono alla gravidanza, in ispeciale modo sui primordj, sulle scosse ed impressioni svariatissime apportate al sistema nerveo specialmente della madre, somministrerebbero lumi coi quali rischiarare la causa incognita di un fatto di tanta importanza. E quei lumi avvantaggierebbero non solo le scienze fisiche, ma le scienze religiose e sociali eziandio.

SOPRA
UNA MANIERA DI STABILIRE I PRINCIPJ
DEL METODO DEGL' INFINITESIMI
DISSERTAZIONE

DEL SIG. PROF. PIETRO DOMENICO MARIANINI

LETTA ALLA R. ACCADEMIA

nell' adunanza del 20 *Maggio* 1858

§. 1. I principali metodi coi quali si è trattato il calcolo differenziale ponno ridursi a cinque; e sono: il metodo degl'infinitesimi, il metodo delle flussioni, quello delle ultime ragioni, quello dei limiti, e quello delle derivate. Per altro i due metodi dei limiti e degl'infinitesimi, usati promiscuamente, bastano da soli a condurre a tutti i risultati ottenuti dai geometri coi cinque metodi suindicati. Potrebbe bastare a tutto anche il solo metodo dei limiti; ma in molti casi converrebbe ricorrere a dei postulati. Non è però che in tali casi, appigliandosi invece al metodo degl'infinitesimi, si arrivi con maggior rigore ai risultati; mentre è agevole il vedere che questo metodo suppone appunto quei medesimi postulati. Esso però giova moltissime volte ad ottenere con minori difficoltà e più speditamente le soluzioni dei problemi; ed è da ciò che deriva la sua grande importanza. Pertanto è cosa interessante lo stabilire convenientemente, per quanto si può, i suoi principj; e lo scopo che io qui mi propongo è quello d'indicare una maniera di stabilirli, che stimo opportuna. E quantunque tale maniera possa desumersi dalle *Riflessioni sulla metafisica del calcolo infini-*

tesimale del Carnot e dalle cognizioni che si hanno attualmente sul metodo dei limiti, pure spero che non riuscirà priva d'interesse, giacchè mi pare che il principiante, iniziato con essa al metodo infinitesimale, comprenderà agevolmente il giusto conto in cui questo metodo deve essere tenuto, il che potrebbe non avvenirgli qualora, essendo già iniziato nel metodo dei limiti, leggesse le dette *Riflessioni* del Carnot.

§. 2. Diversi sono i giudizii dei geometri sul metodo in discorso. Alcuni non dubitano di dichiararlo ripugnante o falso ne' suoi principj, e quindi da rigettarsi. Altri lo sostengono veramente rigoroso, e chi in un modo, chi nell' altro, ritiene di stabilirne i fondamenti in modo inconcusso. Altri finalmente riguardano il detto metodo come atto a condurci speditamente a dei risultati, ma senza offrire una dimostrazione pienamente rigorosa dei medesimi. Quelli che portarono il primo giudizio non avevano torto, in quanto che avevan di mira quelle maniere di stabilire i principj del metodo infinitesimale, nelle quali si pretende o la esistenza effettiva di quantità le quali abbiano e non abbiano nello stesso tempo la proprietà di essere minori di qualsivoglia quantità diversa dallo zero, ovvero la eguaglianza assoluta di due quantità diseguali. Quelli che giudicarono al secondo modo, direi che vi furono indotti dal vedere i mirabili risultati ottenuti con quel metodo, attribuendo poi a rigore del metodo ciò che in parte dipendeva dalla accortezza di chi lo adoperò. Il terzo giudizio è quello che mi sembra meglio ponderato. Ma ella è pur cosa desiderabile che sieno stabiliti i principj del metodo in discorso in modo che non vi sieno buone ragioni per portare contro di esso il primo degli accennati giudizj. Un punto cardinale a questo riguardo sta nella definizione di quantità infinitesima; ond'è che prima di accingermi ad indicare il modo con cui io credo conveniente d'iniziare i giovani al metodo infinitesimale (ciò che forma lo scopo del presente mio discorso),

non sarà inopportuno rammentare quelle tra le principali maniere con cui si è pensato di definire l'infinitesimo, le quali io stimerei sconvenienti, facendo alcune osservazioni sulle medesime.

§. 3. Tra quelli che hanno trattato il calcolo differenziale col metodo degl'infinitesimi, alcuni asserirono l'esistenza di quantità diverse dallo zero ed aventi una grandezza minore di qualunque grandezza assegnabile. Chiamarono queste quantità infinitesime; ed ammisero che possano darsi due quantità infinitesime aventi tra loro un rapporto geometrico dato qualsivoglia; che una, per esempio, sia la metà dell'altra. Qui vi è contraddizione manifesta; poichè, essendo la seconda, per definizione, minore d'ogni quantità assegnabile, sarà minore anche della prima, cioè della sua metà.

§. 4. Altri dissero dover intendersi per infinitesimo una quantità, la quale rispetto alle quantità ordinarie sia piccola a guisa di un granello di polvere rispetto ad un vasto monte, ovvero come una goccia d'acqua rispetto a tutta l'acqua del mare; ma a questi si è giustamente obiettato essere allora contrario al rigore matematico l'ammettere che una quantità infinitesima possa trascurarsi rispetto ad una non infinitesima, ciò che costituisce un principio fondamentale del metodo in discorso. Si potrebbe rispondere che accade una compensazione di errori; ma, se nel calcolo infinitesimale convenientemente condotto accade questa compensazione di errori, essa vi accade indipendentemente dallo aver supposto l'infinitesimo di quella straordinaria piccolezza, e sarebbe perciò più conveniente riguardare l'infinitesimo come quantità arbitraria.

§. 5. Altri stabiliscono che gl'infinitesimi sieno assolutamente eguali a zero, ammettendo però che abbiano tra loro de' rapporti determinati. È lecito pertanto, dicono essi, il trascurare gl'infinitesimi rispetto alle quantità finite; e contro questo nulla si può obiettare. Ma essi ammettono poi che gl'infinitesimi abbiano tra loro dei rapporti determinati,

che uno, per esempio, sia doppio di un altro, uno triplo, ecc. Questi infinitesimi pertanto sono suscettibili di confronto di grandezza, proprietà esclusiva delle quantità diverse dallo zero. Dunque gl' infinitesimi secondo questi principj sono e non sono eguali a zero.

L'Eulero però crede di convincere che possano esservi degli zeri aventi tra loro de' rapporti determinati col seguente discorso: «.... sumamus exemplum.... quadrati xx, cujus incrementum $2x\omega+\omega\omega$, quod capit, dum ipsa quantitas x incremento ω augetur, vidimus ad hoc rationem tenere, ut $2x+\omega$ ad 1; unde perspicuum est, quo minus sumatur incrementum ω, eo prorsus istam rationem accedere ad rationem ut $2x$ ad 1; neque tamen ante prorsus in hanc rationem abit, quam incrementum illud ω plane evanescat. Hinc intelligimus, si quantitatis variabilis x incrementum ω in nihilum abeat, tum etiam quadrati ejus xx incrementum inde oriundum quidem evanescere, verumtamen ad id rationem tenere ut $2x$ ad 1 » (1). Ma è agevole il riconoscere la niuna forza di questo discorso: imperocchè il rapporto di $2x\omega+\omega^2$ ad ω è bensì uguale a quello di $2x+\omega$ ad 1 ogni volta che la ω abbia un valore diverso da zero; ed è perciò vero che, quando ω diminuisce indefinitamente, allora il rapporto di $2x\omega+\omega^2$ ad ω converge verso $2x$; ma deducendo da ciò che questo rapporto è assolutamente $2x$ quando ω è zero, si viene ad ammettere che il limite del rapporto di due quantità sia uguale al rapporto dei due limiti delle quantità stesse anche nel caso in cui questi due limiti sieno zero entrambi; il che non può dimostrarsi.

Ma taluno potrebbe dire: la equazione

$$\frac{2x\omega+\omega^2}{\omega}=2x+\omega$$

sussiste qualunque sia ω, onde, posto in essa $\omega=0$, avremo necessariamente che il suo primo membro, cioè il rapporto delle due quantità $2x\omega+\omega^2$, ω, diverrà $2x$. Rispondo che la

(1) Institutiones calc. diff. Ticini 1787. Prefazione pag. 3.ª

precedente equazione è dimostrata vera per ogni valore di ω diverso da zero, ma non per $\omega=0$, il che anzi è ciò che si avrebbe voluto dimostrare; dunque non è lecito porre in essa $\omega=0$. Ed, in generale, per dimostrare che una equazione sussiste per $\omega=0$, non basta dimostrare ch' essa sussiste per qualunque valore di ω diverso da zero ed ammettere quindi ch' essa sussista anche per $\omega=0$, giacchè, in tal guisa, si viene ad ammettere appunto ciò che si vuol dimostrare.

Ma qui alcuno potrebbe soggiungere: la legge di continuità richiede che il valore del rapporto $\frac{2x\omega+\omega^2}{\omega}$ corrispondente ad $\omega=0$, o, ciò che è lo stesso, il rapporto delle quantità $2x\omega+\omega^2$, ω quando ω è zero, sia il limite verso cui converge il rapporto stesso al diminuire indefinitamente di ω; sia cioè $2x$. Rispondo che la legge di continuità ha bensì luogo nel rapporto $\frac{2x\omega+\omega^2}{\omega}$ per qualsivoglia valore di ω diverso dallo zero, come può agevolmente dimostrarsi; ma, pel caso nostro, converrebbe dimostrare ch' essa ha luogo anche per $\omega=0$.

È bensì vero che qualora abbiasi una quantità Q, il cui valore dipenda da quello della ω in guisa che riesca $Q=\frac{2x\omega+\omega^2}{\omega}$ per qualsivoglia valore della ω finito e diverso da zero; e la quale quantità Q varj con continuità ogni qual volta ω varj con continuità, ed anche se la ω nel suo variare assuma il valore zero; è bensì vero, dico, che in tal caso per $\omega=0$ avremo necessariamente $Q=2x$. Ma ciò non ha relazione colla questione precedente, nella quale si considera semplicemente il rapporto $\frac{2x\omega+\omega^2}{\omega}$, il quale per se stesso, quando ω è zero, non è determinato. (2)

---

(2) Le riflessioni qui fatte sono in conformità di quanto scrive il Bertrand nel suo trattato d' algebra elementare, ove parla delle espressioni che si presentano

Si potrebbe tuttavia stabilire la convenzione di chiamare *rapporto* dei valori corrispondenti ad $\omega=0$ delle quantità $2\omega x-\omega^2$, ω (ed, in generale, delle $f(x+\omega)-f(x)$, ω) il limite verso cui converge il rapporto $\frac{2\omega x-\omega^2}{\omega}$ (ed, in generale, il rapporto $\frac{f(x+\omega)-f(x)}{\omega}$) al diminuire indefinitamente di ω; e ritenere gl' infinitesimi eguali a zero. Così essi, quantunque eguali a zero, pure, a motivo della stabilita convenzione, si riguarderebbero come aventi tra loro dei rapporti determinati. Parmi però che la esposizione del metodo infinitesimale relativa a tale incominciamento, non possa arrivare alla semplicità e nitidezza che può ottenersi per altra via.

§. 6. Il Poinsot ed il Cauchy stimarono meglio di definire altrimenti le quantità infinitesime. « Per questi geometri (dice il Moigno nella sua Opera Leçons de calcul différentiel et de calcul intégral, Paris 1840, Introduction pag. xxv) un infinitamente piccolo non è che una quantità variabile o indeterminata, che può decrescere indefinitamente senza arrestarsi ad un valore apprezzabile; una quantità, che, presa isolatamente, può essere concepita più piccola che ogni quantità data ». Attenendosi a tale definizione, il metodo degl' infinitesimi potrebbe portarsi a tutto il rigore del metodo dei limiti; ma, come dice poco dopo il Moigno medesimo, perderebbe il pregio suo proprio, quello cioè della speditezza; e si può dire inoltre che esso non conserverebbe che il nome di metodo degl' infinitesimi, ma in sostanza sarebbe trasformato nel metodo dei limiti (3).

---

sotto forma indeterminata. Vedi la prima edizione italiana di questo trattato, Firenze 1856 n.i 287, 288, 289. Vedi anche la osservazione 1.a al n.° 43, e la osservazione unica al n.° 194.

(3) Il Moigno per altro, per quanto a me pare, nella sua sesta lezione del Calcolo differenziale, attenendosi alla definizione riportata, e dopo di aver bene stabilita in conformità di essa la classificazione degl' infinitesimi in ordini, e dimostrati alcuni

§. 7. Ma il Cauchy nel suo Cours d'Analyse 1.^{er} Partie pag. 26, si esprime come segue: « On dit qu'une quantité variable devient infiniment petite, lorsque sa valeur numerique décroit indéfiniment de manière à converger vers la limite zéro ». Con questo però non viene espresso chiaramente che cosa s'abbia ad intendere per infinitesimo; poichè se quando si dice che il *valor numerico di una quantità decresce indefinitamente in guisa da convergere verso zero,* s'intende di esprimere ch'esso valor numerico vada diminuendo e termini col diventar zero, allora la definizione del Cauchy importerebbe che per infinitamente piccolo debba ritenersi soltanto lo zero. Ma se tale fosse stato il divisamento del Cauchy, lo avrebbe espresso chiaramente. Se poi colle parole *il valor numerico d'una quantità decresce indefinitamente in guisa da convergere verso zero* intendesi dire che *il valor numerico di quella quantità va sempre decrescendo senza mai arrivare allo zero ed in modo che, comunque piccola venga assegnata una quantità positiva, arrivi tosto o tardi il detto valor numerico ad essere più piccolo di questa,* allora la definizione del Cauchy non è che una convenzione per esprimere con altre parole l'indefinito diminuire numerico di una quantità che non arriva però mai ad annullarsi; ma essa definizione non stabilisce che cosa s'abbia ad intendere per infinitamente piccolo, giacchè una quantità, il cui valore numerico diminuisce indefinitamente senza mai diventar zero, va sempre cambiando di valore, e quindi *ciò che diventa questa quantità* non è niente di fisso e determinato.

Ma se si ha riguardo a tutto ciò che il Cauchy espone sugl'infinitesimi nella sua opera testè citata, pare veramente che il Moigno abbia bene interpretato l'intendimento del Cauchy medesimo, dicendo che per questo geometra un

---

teoremi, il tutto desunto da ciò che sugl' infinitesimi espone il Cauchy nel suo Cours d'Analyse, viene poi sotto il n.° 32 a dedurre erroneamente delle conseguenze, le quali, attenendosi alla definizione stessa, sono false.

infinitesimo altro non è che una quantità, il cui valor numerico può decrescere indefinitamente (4).

§. 8. Premesse tali osservazioni, io vengo a prendere di mira lo scopo che mi sono prefisso. Opinerei primieramente che, nell'insegnamento del calcolo differenziale non si cominciasse a parlare ai principianti d'infinitesimi se prima non fossero un poco iniziati nel calcolo stesso col metodo dei limiti; e vorrei che almeno avessero già appreso con questo metodo quanto concerne la ricerca delle derivate e dei differenziali delle funzioni esplicite; e ciò, essendosi stabilito di chiamare *differenziale primo* di una funzione qualsivoglia $f(x)$ il prodotto $f'(x).\omega$ della sua derivata $f'(x)$ per ω aumento indeterminato da darsi alla x nel formare la $f(x+\omega)-f(x)$ differenza di essa funzione $f(x)$; onde avrassi $dx=\omega$ e $df(x)=f'(x)dx$.

Ritenuto che il principiante sia abbastanza iniziato nel metodo dei limiti, io lo incamminerei a quello degl'infinitesimi colle seguenti considerazioni.

§. 9. Se assumeremo due quantità qualsivogliano dipendenti da dx (cioè da ω), e tali che il loro rapporto converga verso l'unità al diminuire indefinitamente di dx (5), e scriveremo una equazione i cui membri sieno queste due quantità; questa equazione potrà essere, anzi in generale sarà, falsa; ma avrà la proprietà che il rapporto de' suoi

---

(4) Una quantità la cui grandezza assoluta può diminuire indefinitamente, io la chiamerei piuttosto *svanevole*; e chiamerei *evanescente* una quantità la cui grandezza diminuisce indefinitamente.

(5) Ogni qual volta dirò che una quantità reale P diminuisce indefinitamente, intenderò di esprimere che il valor numerico di questa quantità va sempre diminuendo ed in modo che, comunque piccola venga assegnata una quantità positiva h, arrivi tosto o tardi un valore di P il quale sia numericamente minore di h. Una quantità reale P si dirà poi convergere verso un'altra p allora quando, conservando la p un valore fisso, vada la P successivamente acquistando de' valori tra loro diversi od anche uguali, in maniera che, comunque piccola venga assegnata una quantità h, arrivi tosto o tardi un valore di P tale che esso, ed ogni altro successivo, abbia da p differenza numericamente minore di h.

membri convergerà verso l'unità al diminuire indefinitamente del dx. Una equazione di tal fatta sarebbe la seguente

$$A+Bdx=A,$$

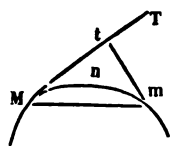
ove A e B rappresentino quantità indipendenti da dx e non eguali a zero. Un'altra sarebbe la $f(x+dx)-f(x)=dxf'(x)$, cioè la

$$\Delta\, f(x)=d\, f(x),$$

almeno per que' valori della x pei quali $f'(x)$ è determinata, finita e diversa da zero. Una terza sarebbe quella che ottiensi uguagliando alla sua corda quell'arco di una curva piana riferita a due assi, i termini del quale corrispondono alle ascisse x, $x+dx$ (6).

(6) Tali equazioni vennero chiamate dal Carnot *equazioni imperfette*. Vedi il paragrafo XXXI delle sue riflessioni sulla metafisica del calcolo infinitesimale.

Dal teorema che *il limite del rapporto di due quantità è uguale al rapporto dei limiti delle quantità stesse, quando questi due limiti sieno finiti e diversi dallo zero* ne deriva immediatamente che le prime due equazioni indicate ad esempio hanno entrambe la proprietà che il rapporto dei loro membri converge verso 1 al diminuire indefinitamente di dx. Quanto alla terza, indicherò qui un modo con cui si può dimostrare che anch'essa possiede quella proprietà.

Ritenuto che si consideri un tratto di curva il quale non possa essere incontrato che in un punto da qualsivoglia paralella all'asse delle y, noi avremo che al diminuire indefinitamente di dx diminuirà indefinitamente anche l'arco i cui termini corrispondono alle ascisse x, $x+dx$; onde basterà dimostrare che il rapporto di detto arco alla sua corda converge verso 1 allorchè un termine di quest'arco si accosta all'altro in guisa che l'arco stesso diminuisca indefinitamente. Sia pertanto rappresentato in Mnm quest'arco; sia condotta la sua corda Mm, e supponiamo

che il punto m si muova sulla curva in modo che l'arco Mnm diminuisca indefinitamente. Si conduca MT tangente in M del detto arco, indi mt perpendicolare ad MT. Almeno da un certo momento in avanti avremo che l'arco Mnm rivolgerà dapertutto la concavità verso la corda, e sarà tutto compreso nel triangolo Mtm; onde sarà

$$Mt+tm > Mnm > Mm,$$

e quindi

$$\frac{Mt+tm}{Mm} > \frac{Mnm}{Mm} > 1.$$

Ora, chiamato a l'angolo TMm, avremo $\frac{Mt+tm}{Mm}=\cos a+\operatorname{sen} a$, e perciò

$$\cos a+\operatorname{sen} a > \frac{Mnm}{Mm} > 1.$$

§. 10. Abbiansi diverse equazioni di tal fatta. Se noi le riguarderemo come esatte, ed usandole come tali ne dedurremo altre equazioni, queste nuove equazioni, in molti casi, avranno esse pure la proprietà che il rapporto de' loro membri convergerà verso 1 al diminuire indefinitamente di dx.

Abbiansi per primo esempio due equazioni $p=q$, $r=s$ le quali sieno false, ma tali che in ciascuna il rapporto dei membri converga verso 1 al diminuire indefinitamente di dx. Si moltiplichino membro per membro, e si avrà $pr=qs$, nella quale pure il rapporto dei membri convergerà verso 1 al diminuire indefinitamente del dx. Ed infatti, al diminuire indefinitamente del dx, abbiamo $\lim.\frac{p}{q}=1$, $\lim.\frac{r}{s}=1$, e per conseguenza $\lim.\frac{pr}{qs}=\lim.\left(\frac{p}{r}.\frac{q}{s}\right)=\lim.\frac{p}{r}\cdot\lim.\frac{q}{s}=1$.

Corollario. Consideriamo il caso particolare di r eguale a q. Abbiansi cioè le due equazioni $p=q$, $q=s$ le quali sieno false, ma abbiano la suddetta proprietà. La stessa proprietà sarà posseduta anco dalla equazione $pq=qs$, e perciò anco dalla $p=s$.

Per secondo esempio, torniamo alle due equazioni $p=q$, $r=s$, e sommiamole membro a membro; otterremo la $p+r=q+s$, nella quale pure il rapporto dei membri convergerà verso 1 al diminuire indefinitamente di dx, almeno nel caso in cui $\frac{q}{s}$ al diminuire indefinitamente di dx converga verso un limite finito diverso da -1.

Ed infatti avremo

$$\frac{p+r}{q+s}=\frac{\frac{p}{q}\cdot\frac{q}{s}+\frac{r}{s}}{\frac{q}{s}+1}.$$

Ma, quando l' arco Mnm diminuisce indefinitamente nel modo indicato, allora α converge verso zero a motivo della definizione di tangente ad una curva; dunque $\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha$ converge verso 1; dunque converge verso 1 anche $\frac{Mnm}{Mm}$.

Ora, al diminuire indefinitamente di dx, il limite del numeratore di quest' ultima frazione è lim. $\frac{q}{s}+1$; quello del denominatore è pure lim. $\frac{q}{s}+1$; e poichè questo limite è finito e diverso da zero (giacchè per ipotesi lim. $\frac{q}{s}$ è finito e diverso da -1), così potremo applicare al nostro caso il teorema relativo al limite di una frazione, ed avremo

$$\lim.\frac{p+r}{q+s}=\lim.\frac{\frac{p}{q}\cdot\frac{q}{s}+\frac{r}{s}}{\frac{q}{s}+1}=\frac{\lim.\frac{q}{s}+1}{\lim.\frac{q}{s}+1}=1.$$

Dunque ecc.

Ma quando abbiasi $\lim.\frac{q}{s}=-1$, allora può darsi che non sia $\lim.\frac{p+r}{q+s}=1$. Così per esempio nel caso di $p=1$, $q=1-dx$, $r=dx-1$, $s=(dx-1)^3$, noi abbiamo

$$\lim.\frac{p}{q}=1,\ \lim.\frac{r}{s}=1\ ;$$

ma

$$\lim.\frac{p+r}{q+s}=\lim.\frac{dx}{1-dx+(dx-1)^3}=\frac{1}{2}.$$

Conchiudiamo pertanto 1.° Che se avremo delle equazioni, in ciascuna delle quali il rapporto dei membri converga verso l' unità al diminuire indefinitamente di dx, si potranno queste combinare tra loro in guisa che le equazioni da esse dedotte abbiano quella medesima proprietà. 2.° Che peraltro non può ammettersi che, comunque si adoprino delle equazioni false, ma aventi quella proprietà, riguardandole come esatte, le nuove equazioni risultanti abbiano necessariamente la medesima proprietà. Questa seconda proposizione si può anche rendere manifesta facendo osservare che qualunque

equazione $p=q$, la quale sia falsa ma abbia quella proprietà, la perde necessariamente se si trasportano tutti i suoi termini in un membro, giacchè, così facendo, avrassi $0=q-p$, e non potrà mai essere $\lim.\frac{0}{q-p}=1$.

Osservazione. Il Carnot al §. XXXII delle sue Riflessioni sulla metafisica del calcolo infinitesimale enuncia il seguente teorema:

« Se in una equazione qualunque imperfetta si mette in luogo di una quantità un'altra che ne differisca infinitamente poco, o 'l cui rapporto alla prima abbia l'unità per limite, o ultimo valore, l'equazione trasformata risultante non sarà una equazione falsa, cioè diverrà esatta, o almeno resterà tra la classe di quelle che io chiamo imperfette. »

Questo teorema non può ammettersi, perchè in certi casi non si verifica. Io mostrerò uno di questi casi.

Il Carnot (Vedi il §. XXXI delle sue Riflessioni ecc.) chiama *equazione imperfetta* « ogni equazione di cui i membri sono quantità ineguali, ma infinitamente poco differenti l'una dall'altra, o ciò, che è lo stesso (7) ogni equazione, i cui membri sebbene ineguali han per ultima ragione una ragion d'eguaglianza ». Or bene, rappresentiamo con P, Q due quantità dipendenti da dx, e tali che non sia $P+Q=dx$, ma abbiasi però, al diminuire indefinitamente di dx,

$$[1]\ldots\ldots \lim.\frac{P+Q}{dx}=1;$$

per cui la equazione

$$P+Q=dx$$

sarà di quelle che il Carnot chiama *imperfette*. Rappresentiamo altresì con R una quantità tale che riesca

$$[2]\ldots\ldots \lim.\frac{R}{P}=1.$$

(7) Vedi la convenzione da lui stabilita al §. XXIX.

Posto tutto questo, se sostituiremo R a P nella precedente equazione imperfetta, otterremo la equazione

$$[3]\ldots\ldots\ R+Q=dx,$$

la quale, secondo il riportato teorema, dovrebbe essere in ogni caso o esatta, od almeno *imperfetta*. Ma se supponiamo $P=1+dx$, $Q=-1-dx^2$, $R=1+dx^3$ (i quali valori di P, Q, R soddisfanno le [1], [2]), noi abbiamo che la equazione [3] diviene $dx^3-dx^2=dx$, cioè nè esatta nè *imperfetta*.

Pertanto il riportato teorema enunciato dal Carnot non può essere stato dimostrato. Ed ecco infatti il discorso del Carnot medesimo per comprovare la sua asserzione:

« Di fatti poichè per ipotesi non si fa che sostituire invece di una quantità un'altra, il cui valore estremo è lo stesso, ed il cui rapporto alla prima ha l'unità per limite, è chiaro che questa sostituzione niente alterò i valori estremi dei membri della proposta, nè l'ultima loro ragione. Ora quest'ultima ragione era l'unità prima della sostituzione; dunque sarà la stessa anche dopo; dunque l'equazione conserverà il carattere di quelle, che ho chiamate imperfette, se pur ella non diviene rigorosamente esatta: ciò, che si dovea provare ».

Ora l'enunciato teorema, quanto alla sua sostanza, consiste in ciò che quella tal sostituzione non altera l'ultima ragione (che noi diremmo il limite della ragione) dei membri della equazione. Ed il Carnot in sostanza, per prova di questo, dice soltanto esser chiaro che quella sostituzione, quale fu espressa nell'enunciato, non altera i valori estremi dei membri della proposta, nè l'ultima loro ragione. E il dire che una cosa è chiara non equivale ad una dimostrazione (8).

§. 11. Ritorniamo al nostro assunto. Se assumeremo parecchie equazioni false, ma in ciascuna delle quali il rapporto geometrico di un membro all'altro converga verso l'unità

---

(8) Avverto che io mi appoggiai alla traduzione delle Riflessioni ecc. del Carnot stampata in Pavia nel 1803 con aggiunte del Magistrini.

al diminuire indefinitamente di dx, noi potremo (come abbiam veduto nel paragrafo precedente) combinarle tra loro in guisa da ottenere altre equazioni, ciascuna delle quali abbia pure la proprietà che il rapporto de' suoi membri converga verso 1 al diminuire indefinitamente di dx. Ciò posto, se così facendo arriveremo ad una equazione non contenente il dx, o che lo contenga solo in modo che il rapporto geometrico de' suoi membri non cambj allorchè il dx, senza divenir zero, cambia di valore, noi avremo che questa tale equazione sarà assolutamente esatta.

Ed infatti, allorchè dx diminuisce indefinitamente, il rapporto del primo membro di tale equazione col secondo, non cambiando di valore per ipotesi, o si conserverà sempre diverso dall' unità, e la differenza sarà costante rispetto a dx, ovvero si conserverà sempre uguale all' unità. Ma non può il detto rapporto conservarsi diverso dall' unità con differenza costante rispetto a dx, giacchè questo rapporto deve convergere verso l' unità; dunque si conserverà sempre uguale all' unità. Dunque tale equazione sarà esatta (Vedi i §§. XXXIII e XXXIV delle Riflessioni del Carnot).

§. 12. Di qui deriva spontaneamente un metodo che può servire in certe indagini, il quale però non è che quello dei limiti messo sotto un altro aspetto. Questo metodo consiste nell' appoggiarsi a delle equazioni false, per ciascuna delle quali però sia rigorosamente dimostrato che il rapporto geometrico dei membri converga verso l' unità al diminuire indefinitamente di dx; nell' operare poi su queste equazioni come se esse fossero esatte, ma limitandosi a quelle operazioni, che secondo teoremi precedentemente dimostrati, o secondo ragionamenti appropriati ai casi speciali, dieno necessariamente origine a nuove equazioni aventi ciascuna la proprietà che il rapporto dei membri converga verso l' unità al diminuire indefinitamente di dx; e tutto ciò avendo sempre in mira di giungere ad una equazione non contenente il dx, o i di cui membri sieno i prodotti di una

medesima potenza di dx per due quantità indipendenti da dx. Giunti a tale equazione, si potrà legittimamente conchiudere per la sua esattezza.

Applicherò questo metodo alla dimostrazione della notissima formola

$$ds^2 = dx^2 + dy^2.$$

Assumo perciò le equazioni $ds = \Delta s$, $\Delta s =$ *corda dell'arco* Δs, le quali sono false, ma pei motivi indicati al §. 9 posseggono la suddetta proprietà nella generalità dei valori della x. Dalle quali ricavo la

$$ds = \text{corda dell' arco } \Delta s,$$

la quale pure possederà la detta proprietà (Vedi il corollario al §. 10). Quadrando avremo

$$[1] \qquad ds^2 = dx^2 + \Delta y^2;$$

e questa pure avrà la solita proprietà (§. 10 esempio 1°). Ora assumo la equazione

$$\Delta y^2 = dy^2$$

falsa, ma avente la stessa proprietà (§. 9 e §. 10 esempio 1°); e la sommo membro a membro colla identica $dx^2 = dx^2$; ed ottengo

$$[2] \ldots\ldots dx^2 + \Delta y^2 = dx^2 + dy^2,$$

la quale del pari avrà quella proprietà (§. 10 esempio 2°) giacchè lim. $\frac{dy^2}{dx^2} =$ lim. $y'^2 = y'^2$ quantità diversa da -1. Ora dalle [1], [2] ricavo

$$ds^2 = dx^2 + dy^2,$$

la quale pure possederà la solita proprietà (§. 10 corollario). In questa equazione il rapporto dei membri non cambia al diminuire indefinitamente di dx; dunque essa sarà assolutamente vera (9).

---

(9) Si osservi che questa dimostrazione suppone che si considerino soltanto valori della x per ciascuno dei quali le derivate prime rispetto alla x delle s, y abbiano valori unici e finiti, e la derivata della y sia inoltre diversa da zero. Quella di s non può mai esser zero, perchè è sempre $\frac{\Delta s}{dx}$ maggiore numericamente di 1. Che se

§. 13. Ora fingiamo d'esserci proposta un'indagine e di procedere in essa non letteralmente col metodo testè indicato, ma bensì come sono per dire. Supponiamo di appoggiarci a delle equazioni false, ma per ciascuna delle quali l'accorgimento nostro ci dica che il rapporto dei membri converge verso l'unità al diminuire indefinitamente del dx. Supponiamo poi di operare su tali equazioni come se esse fossero esatte; ma limitandoci soltanto ad operazioni, le quali, secondo il nostro accorgimento, dieno origine ad altre equazioni in ciascuna delle quali abbia pure luogo che il rapporto dei membri converga verso 1 al diminuire indefinitamente di dx. E supponiamo di far tutto questo avendo sempre in mira di giungere ad una equazione o priva del dx, o dalla quale lo si possa fare scomparire con una divisione per una potenza di dx. Supponiamo di giungere ad una tale equazione, e di conchiudere ch'essa è esatta. Questo modo di procedere costituisce in sostanza il metodo degl'infinitesimi.

La sostanziale differenza che passa tra il metodo del paragrafo precedente e quello quivi indicato (il quale come dissi è il metodo degl'infinitesimi) sta manifestamente in ciò che in quello si vuole dimostrare a tutto rigore che le equazioni alle quali appoggiansi i calcoli godono ciascuna della proprietà che il rapporto dei membri converge verso l'unità al diminuire indefinitamente di dx, e che anche le equazioni da queste dedotte godono della stessa proprietà; laddove in quest'altro metodo tutto ciò viene affidato alla avvedutezza del calcolatore senza pretenderne una rigorosa dimostrazione.

---

invece si procede col metodo dei limiti preso nel suo proprio aspetto, la dimostrazione si estende a tutti quei valori di x, a ciascuno dei quali corrisponde un punto non singolare della curva; oltre di che essa riesce più semplice: ond'è che, volendo attenersi al maggior rigore, sarà più conveniente appigliarsi al metodo dei limiti preso sotto l' aspetto suo proprio.

Onde poi rendere più spedito e commodo il linguaggio relativo a questo metodo, niente osta che si stabilisca la convenzione di dire che una equazione è vera per dx infinitesimo onde esprimere che in essa il rapporto dei membri converge verso l'unità al diminuire indefinitamente di dx. Ma, adottando semplicemente questa convenzione, nulla significherebbero da se sole le parole *una quantità è infinitesima;* d'onde verrebbe un che di stentato nel linguaggio. Pertanto, affine di renderlo anche più commodo, è conveniente di stabilire, se non un significato reale per quelle parole (chè non saprei quale), almeno una ipotesi convenzionale, per la quale esse possano usarsi come se lo avessero. Facciamo dunque la ipotesi che una quantità, senza che divenga zero, possa essere ridotta a tal grado di piccolezza, che, sostituita in luogo di dx nelle equazioni aventi la più volte espressa proprietà, le renda esatte; e stabiliamo di chiamare *infinitesima* ogni quantità ridotta a tal grado di piccolezza.

La ipotesi fatta è evidentemente assurda, onde gl' infinitesimi non saranno quantità reali, ma (come gl' immaginarj) puramente ipotetiche, in quanto che si suppongono tali da soddisfare a delle condizioni impossibili. Ma adottando tale ipotesi noi verremo a render commodo il linguaggio relativo al metodo di cui si tratta. Potremo infatti assumere delle equazioni false, ma tali che il nostro accorgimento ci avverta che godono quella tal proprietà; e ciò, avvertendo prima di tutto che riteniamo il dx infinitesimo, ed esibendo poi quelle equazioni come esatte. Potremo poscia istituire calcoli su di esse, adoprandole come vere; e ciò, avendo bensì riguardo che anche le nuove equazioni, tolta l'ipotesi del dx infinitesimo, godano di quella proprietà, ma senza discorrere di questo. E così, se saremo stati abbastanza avveduti, i risultati finali indipendenti dal dx saranno esatti.

§. 14. Passiamo ad applicare questo metodo, e col linguaggio convenuto, alla ricerca della formola $ds^2=dx^2+dy^2$ già instituita, con altro metodo al §. 12.

Riteniamo dx infinitesimo; ed avremo

$$ds = \Delta s, \qquad \Delta s = \textit{corda dell' arco } \Delta s;$$

onde $$ds = \textit{corda dell' arco } \Delta s,$$

e quindi

$$ds^2 = (\textit{corda dell' arco } \Delta s)^2 = dx^2 + \Delta y^2.$$

Abbiamo poi $\Delta y = dy$, e sostituendo nella precedente, otterremo finalmente $ds^2 = dx^2 + dy^2$.

§. 15. È poi manifesto che, non solo si potranno usare equazioni nelle quali, tolta la ipotesi del dx infinitesimo, abbia luogo la solita proprietà, ma anche equazioni prive di quella proprietà ed equivalenti però ad equazioni che la posseggano; ed avendo sempre riguardo che anche le equazioni dedotte, od abbiano quella proprietà, od equivalgano ad equazioni aventi la proprietà medesima. Così per esempio nella precedente ricerca si potrà procedere come segue: Ritenuto dx infinitesimo, avremo, come sopra,

$$ds^2 = dx^2 + \Delta y^2,$$

ossia

$$ds^2 - dx^2 - \Delta y^2 = 0;$$

ma $\Delta y = dy$; e quindi si dedurrà la equazione

$$ds^2 - dx^2 - dy^2 = 0,$$

che è esatta.

§. 16. Attenendosi alle cose stabilite al §. 13, si può dimostrare che, se si moltiplica una quantità finita diversa da zero per una infinitesima, il prodotto sarà infinitesimo.

Sia infatti rappresentato con i un infinitesimo e con a una quantità finita diversa da zero. Sia

$$[1] \qquad \varphi(dx) = \psi(dx)$$

una qualsivoglia equazione falsa, ma avente la proprietà che il rapporto de' suoi membri converga verso l'unità al di-

minuire indefinitamente di dx. Questa proprietà sarà posseduta ancora dalla equazione

$$\phi(adx)=\psi(adx),$$

giacchè al diminuire indefinitamente di dx, diminuisce indefinitamente anco adx. Pertanto se in quest'ultima equazione pongo i in luogo di dx, avrò una equazione esatta (§. 13). La equazione

$$\phi(ai)=\psi(ai)$$

è dunque esatta. Ma questa medesima equazione si ottiene ponendo ai in luogo di dx nella [1]. Dunque ai è una quantità che, posta in luogo di dx nella [1], cioè in una qualsivoglia equazione falsa ma avente quella tal proprietà, la rende esatta. Ma ai non è zero, perchè non è zero a nè i, dunque ai è un infinitesimo (§. 13).

§. 17. In maniera affatto analoga si può dimostrare che qualunque potenza d'esponente intiero e positivo di una quantità infinitesima dee ritenersi essa pure un infinitesimo. Indi si può avvertire che, ritenuto i infinitesimo e detto per convenzione infinitesimo del primo ordine, ed indicate con $a, b, c, \ldots$ delle quantità finite diverse da zero, i prodotti $ai, bi^2, ci^3, \ldots$ si chiamano infinitesimi del primo, secondo, terzo, ecc. ordine rispettivamente.

§. 18. Le equazioni

$$a+bdx+cdx^2+gdx^3+\ldots+kdx^m=a,$$

$$adx^n+bdx^{n+1}+cdx^{n+2}+\ldots+kdx^{n+m}=adx^n,$$

nelle quali $a, b, c, g, \ldots k$ rappresentano quantità finite diverse da zero, ed m, n due numeri intieri e positivi, hanno ciascuna la proprietà di cui si è tante volte parlato. Dunque, ritenuto dx infinitesimo del primo ordine, esse

sono vere. Di qui il principio che gl'infinitesimi sono trascurabili rispetto alle quantità finite, e che gl' infinitesimi d'ordine superiore sono trascurabili rispetto a quelli d'ordine più basso.

§. 19. Dal fin qui detto si comprende abbastanza quale sia la maniera che io stimerei conveniente di adottare nello stabilire i principj del metodo infinitesimale; e credo superfluo di parlare dei casi in cui abbiansi a considerare simultaneamente due o più quantità analoghe al dx.

Io ritengo di aver esposto al §. 13 il vero spirito del metodo infinitesimale; e parmi che il principiante, iniziato a questo metodo nel modo che proposi, comprenderà tosto che esso metodo accortamente usato potrà condurre speditamente ad importanti risultati, quantunque per se solo non costituisca una piena e rigorosa dimostrazione dei medesimi; ed è questo il giusto conto che di tal metodo deve farsi nelle matematiche.

LA SORGENTE
SALSO-JODICA DELLA SALVAROLA
PRESSO SASSUOLO

MEMORIA

DEL SIG. PROF. DOTT. PIETRO DODERLEIN

LETTA ALLA R. ACCADEMIA

nell' adunanza del 19 *Maggio* 1855

PARTE I.ª
STORICO-DESCRITTIVA

Nell' amena valle ove il fiume Secchia si scioglie dalle strette de' monti Modenesi, frammezzo alle ridenti colline che fiancheggiano da ponente Montegibbio, circa mille passi a meriggio di Sassuolo, scaturiscono tre sorgenti salso-jodiche, conosciute da tempo immemorabile sotto il nome di sorgenti della Salvarola. Queste acque usate sovente a farmaco salutare dagli abitanti delle ville circonvicine, vantate quali efficacissime nel gozzo, nelle ostruzioni ghiandalari, nelle coliche, sulle dissenterie, richiamarono a' nostri giorni l' attenzione de' scienziati e de' filantropi, nella lusinga di poterne estendere l' uso a vantaggio della sofferente umanità. Ed invero mentre da riputato Ingegnere dirigevansi sopra luogo opportune escavazioni per determinare l' abbondanza e la provenienza delle acque suddette, si faceva invito ai più valenti chimici dell' Italia superiore, affinchè volessero intraprenderne l' analisi quantitativa; e conosciuta per tal

guisa la composizione e l'efficacia loro, potessero queste più ragionevolmente essere prescritte nelle relative infermità. — Eccitato io pure a compilare una nota geognostica sul terreno circostante alla sorgente medesima, soddisfo al gentile invito, annettendovi un breve cenno storico-descrittivo della fonte, nella fiducia che tale argomento possa interessare il patrio amore de' Modenesi, ed essere svolto da più dotta e da più felice penna.

L'acqua della Salvarola è fredda, di una temperatura media di 11° a 12°; limpida ne' tempi placidi, lievemente bianchiccia e torbida nelle stagioni piovose, di sapore intensamente salso ed un pò lisciviale; ha un odore acutissimo di nafta; segna allo areometro circa 3 gradi; offre una gravità specifica di 1,014 e giusta antecedenti analisi qualitative contiene in 100 parti circa 2 di sali e di mineralizzatori, e tra questi, *gas idrogeno carburato, cloruro di sodio, di calcio, di magnesio, solfato di soda, di magnesia, bicarbonato di magnesia e di soda, joduro di sodio* in notevole quantità, *bromuro di sodio,* traccie di *nafta o petrolio, materia organica* ec. (1). A tal che, è dessa un' acqua mi-

---

(1) All' analisi quantitativa di quest' acqua dànno presentemente opera i chiarissimi professori sigg. Francesco Ragazzini di Padova, Alessandro Savani di Modena, Giovanni Giorgini di Reggio, le quali analisi non sì tosto ultimate verranno rese di pubblico diritto mercè le stampe.

A completare le nozioni risguardanti l' acqua minerale della Salvarola, credo opportuno di riferire qui i risultamenti della sua analisi quantitativa, quali vennero ottenuti dai prelodati chiarissimi Professori, e sono esposti nelle stesse memorie autografe che essi trasmisero al Sig. Ragioniere Gaetano Moreali dopo la pubblicazione del presente scritto, delle quali presento altresì un succinto estratto:

« Il Sig. Prof. Ragazzini dietro varii esami praticati negli anni 1845-46 ottenne la convinzione che l' acqua suddetta è inalterabile ne' suoi caratteri chimici e fisici; che la quantità offerta in ogni stagione è costantemente all' incirca 80 litri all' ora; ch' essa non presenta limpidezza allorchè scaturisce per sostanza limaciosa che tiene in sospensione, della quale si spoglia col solo riposo. » — Caratteri tutti che concordano pienamente con quanto esposi nel corso della presente memoria. —

« Il Sig. Prof. Ragazzini soggiunge ancora, che l' acqua suddetta ha sapore salino leggiermente lisciviale; che la sua temperatura in tutte le stagioni si mantiene fra gli 11, 12 gradi Reaumuriani. — Segna 3 gradi Baumè; ha una densità eguale

nerale salso-jodica di sommo pregio, doviziosa di sali alcalini, ottima sì per bagni che per uso interno ed applicabile con tutta franchezza e buon risultato ad usi terapeutici.

Le fonti della Salvarola escono gorgogliando in direzione pressochè verticale da un terreno argilloso frammisto a svariatissime rocce erratiche, e si appalesano su breve ripiano di suolo fiancheggiato da ripidi burroni, che le acque piovane scavarono nel terreno molle circostante. La sorgente

---

a 1,0201. Non arrossa la tintura di torneasole, anzi restituisce il proprio colore alla predetta tintura arrossata dall' Acido Acetico. Analizzata presenta in 100 grammi i seguenti mineralizzatori.

Cloruro sodico	grammi	1, 546
Joduro sodico	«	0, 157
Bromuro sodico.	«	0, 022
Bicarbonato sodico.	«	0, 041
« calcico	«	0, 053
« magnesico.	«	0, 025
« di protossido di ferro.	«	0, 008
Solfato calcico	«	0, 019
Acido silicico	«	0, 011
Acqua, traccie di materia organica di petrolio e perdita	«	98, 218
	grammi	100, 000

Il Gas che svolgesi insieme coll' acqua venne riconosciuto essere *Proto carburo d' Idrogene* con traccie di bicarburo e di petrolio, il quale perennemente sortendo, potrebbe agevolmente raccogliersi in un gazzometro ed essere utilizzato economicamente in molteplici guise, e principalmente nell' illuminazione notturna di uno stabilimento balneare annessovi, e nel riscaldamento della minerale per uso di bagni.

Dietro l' analisi eseguita dal Sig. Prof. Giorgini, quest' acqua, (da esso ritrovata della gravità specifica di 1,1016), si mostrò composta de' principii seguenti:

Acido carbonico libero e combinato in dissoluzione .	grammi	0, 019
Acido silicico	«	0, 009
Cloruro sodico	«	1, 529
Joduro sodico	«	0, 151
Bromuro sodico.	«	0, 022
Solfato di soda	«	0, 025
Carbonato di soda	«	0, 039
Carbonato di magnesia, di calce e di ferro	«	0, 101
Materia organica	«	0, 002
Acqua e petrolio	«	98, 101
	grammi	100, 000

Avverte però il sullodato Sig. Prof. Giorgini che in altri esperimenti analitici egli ottenne per alcuni principii componenti risultati proporzionali un po' diversi.

è di ragione della R. Ducale Camera, goduta per privilegio dal sig. ragioniere Gaetano Moreali, erede di un grazioso livello perpetuo con cui la munificenza di Francesco III duca di Modena investì nell' anno 1766 il dott. Giambattista Moreali medico degli ospitali civili e militare della capitale, quale scopritore ed illustratore di molte acque salutifere del territorio Modenese. Due di queste sorgenti stanno disposte in una direzione pressochè paralella al meridiano, la terza è alquanto discosta a mattina, e forma colle precedenti un triangolo scaleno di pochi metri di superficie (2).

Queste sorgenti per rigida che sia l' invernata mai gelano intorno al punto di uscita; allorchè il tempo volge al cattivo gorgogliano con maggior forza, e tramandano un limo biancastro (3), dipendentemente da una minore pressione dell' aria atmosferica sui gas che si sprigionano da sotterra. E diffatto cotale gorgoglìo, come nelle vicine salse, viene prodotto dallo svolgersi di certa quantità di gas *proto-carburo d' idrogene*, misto ad *acido carbonico*, e ad altri *gas carboniosi*, dappoichè appressandovi un lume, il gas s' accende e brucia con fiamma azzurro-rossastra.

L' acqua della Salvarola non è gran fatto soggetta a variare nella sua quantità e saturazione, per quanto piovosa od asciutta corra la stagione. Dai computi fatti dal sig. ingegnere Pietro Leveque la polla settentrionale che è la più copiosa tramanda circa 80 litri d' acqua all' ora, ed un getto pressochè continuo di gas idrogene carbonato, il quale, acceso che sia, forma una fiamma perenne di un mezzo metro circa d' altezza. Le altre due sorgenti somministrano quantità proporzionatamente minori, ed il loro gorgogliare è più

---

(2) Vedi nella tavola I. il piano annesso e le lettere S^1, S^2, S^3.

(3) Il limo cenerognolo eruttato dalle attigue salse di Montegibbio che sembra analogo al presente, giusta l' analisi fattane dal dottissimo prof. Brignoli di Brunnoff, è un silicato d' allumina, di calce, e di magnesia, con traccie di ferro e di petrolio. — Brignoli, *Relazione accademica dell' ultima eruzione della Salsa di Sassuolo.* Reggio, 1836, p. 16.

lento ed intermittente. — Ma stante la natura molle e permeabile del suolo, evvi molta probabilità che altre vene d' acqua vadano perdute in quelle vicinanze, (mentre svolgesi un manifesto odore di petrolio ne' sottoposti burroni), e che tutte insieme possano unirsi sotterra e provenire da un' unica polla centrale.

Il maggior pregio dell' acqua suddetta è riposto nella sua inalterabilità, e nella costante proporzione de' suoi joduri. Il ch. sig. prof. Ragazzini che ebbe ad esaminarne parecchi saggi attinti in differenti epoche dell' anno, asserisce di averli trovati costantemente eguali (4). Tale proprietà permette a' medici d' adoprarla con fiducia, e senza tema dei funesti effetti che potrebbero risultare da una variabile saturazione, a differenza di molte altre acque salso-jodiche della penisola, e di quelle rinomatissime di Sales in Piemonte che in certe stagioni contengono jodio libero o combinato a sostanze organiche, e sogliono perciò recare tristissimi effetti all' animale economia.

Comunque non sieno peranco note le analisi fatte dai predetti valentissimi chimici non pertanto possiamo fin d' ora asserire, che per la natura de' suoi principj mineralizzatori, l' acqua della Salvarola riesce consimile alle celebri termali Leopoldine e del Tettuccio di Monte Catini in Toscana, alla così detta fonte delle donzelle della Poretta nel Bolognese, alle minerali di Sales in Piemonte, di Zandobbio, di Castrocaro nel Forlivese, ed alla salso-jodica di S. Pellegrino nel Bergamasco; e che esse differiscono dalle acque minerali del Mediterraneo per la presenza di certa quantità di joduro di sodio, e di qualche diversità di proporzione fra i sali ed i principj mineralizzatori che contengono.

Non è questa la prima volta che le acque minerali della Salvarola fissarono l' attenzione degli scienziati; parecchi scrittori Modenesi ed esteri le conobbero ed encomiarono

(4) Vedi l' analisi.

per lo passato. — Infine dallo scorso secolo, e segnatamente nell' anno 1660 sotto il dominio di Alfonso IV d' Este Duca di Modena, scrisse di loro Antonio Frassoni celeberrimo medico e professore di que' tempi. Egli le analizzò coi pochi mezzi di che disponeva la chimica dei suoi tempi, ed avendole trovate *contenere sale, bitume, solfo e nitro* le prescrisse vantaggiosamente per bagno nelle malattie cutanee, nella struma, nelle sciatiche, come si ha dal suo trattato *De thermarum Montis Gibii natura, usu, atque praestantia, Tractatus ad communem Patriae et praesertim pauperum utilitatem, Mutinae,* 1660, *ex typis Andreae Cusani.*

Successivamente cadute in obblio vennero nel 1760 richiamate a novella vita dal dott. Domenico Vandelli, che fu poi professore di Botanica nell' Università di Coimbra in Portogallo, il quale nel suo Opuscolo *dell' Analisi di alcune acque medicinali del Modenese* edito in Padova pel Lampato, le enumerò fra le più attive ed importanti dello Stato.

Più tardi nel 1764 il dott. Giambattista Moreali di Sassuolo diede alla luce per le stampe degli Eredi Soliani un trattatello speciale su codeste acque, intitolandolo l'*Acqua della Salvarola rediviva* ec. In esso annoverando parecchi casi di erpeti, di risipole, di affezioni podagrose sanate colle acque medesime, le encomiò non solo ad uso esterno, ma ben anche quale specifico interno efficacissimo nella dissenteria e nei dolori colici.

Venuto alla luce il trattatello del Moreali il dott. Giuseppe Ramazzini, dottissimo priore che fu del Collegio Medico Modenese, ne inserì un erudito *estratto nel Giornale di Medicina di Venezia del* 9 *agosto* 1764; ove convalidando con proprie esperienze l' efficacia della Salvarola nelle dissenterie e nelle lente flogosi intestinali, eccitò i Medici contemporanei ad esperimentarla anco nella tisi incipiente, e nelle malattie de' reni e della vescica, quale rimedio prestantissimo per siffatte infermità.

L' ultimo a scrivere sull' acqua suddetta si fu nel 1770

il dott. Antonio Moreali figlio del prelodato dott. Giambattista, e professore temporario d'istituzioni patologiche nel patrio Archiginnasio. Pubblicò egli una memoria *sulle qualità medicinali dell' acqua della Salvarola, Modena* 1770 *per gli Eredi Soliani*, nella quale rammentati i lavori del Padre, ed accennati gli scrittori Modenesi che dissertarono sopra l'argomento medesimo, vi aggiunse un metodo pratico di cura per adoprarla con maggior profitto nelle singole infermità.

Altre notizie intorno la fonte suddetta si trovano indirettamente tracciate in parecchie opere di estraneo argomento, comunicatemi dal zelantissimo sig. Luigi Cavoli di Sassuolo, e fra le altre nelle seguenti:

Il Cronista Antonio Vivi nella descrizione che fa di Sassuolo parlando delle acque della Salvarola scrive: « In questo luogo pur anche detto della Salvarola in mezzo alla strada, evvi una fonte che di continuo bolle, quale acqua è esperimentata ottima per la gotta; anche in detto luogo vi è una cava d' acqua fangosa che viene posta in opra per fare empiastri sopra li nervi ritirati. »

Nel libro intitolato la *Varietà del Mondo del dott. Giuseppe Rosaccio* stampato in Venezia presso Gio. Battista Giotti, 1620. *Nel trattato del teatro del cielo e della terra,* si legge alla pag. 18: « e di questo mi dò amiratione posciachè ho veduto sopra Sassuolo nel Modenese in un luogo che si chiama Monte Zibio molte pozze d' acqua sopra le quali è un olio molto salutifero alle infermità frigide, ed abbrucia facilmente. »

Queste acque non erano punto ignote al celebre Vallisnieri come egli medesimo lo attesta in una lettera diretta a Giacinto Cestoni e pubblicata nel tomo terzo della Galleria della Minerva; ed a quanto ne dice il Frassoni, ignote non furono nè manco al Bellonio ed al Cesio, eruditi scrittori di cose naturali dei secoli XVI e XVII.

Finalmente, per ciò che riguarda a tempi più recenti, in un libro giuridico stampato nel 1808 dal conte Federico

d' Espagnac, evvi il seguente periodo: « Au milieu de son domaine de Sassuolo, la salsa cet ancien volcan nous fournit l' huile de Petrole, le sel purgatif de Modéne, des eaux et des boues thermales. Les premiéres, excellent par la cure des maladies de la peau qui affligent les armées, les secondes par celle des anciennes bléssures. Une partie de la division Victor, dont la pluparts des soldats etoient affectés de la premiére de ces incommodités, a été radicalment guérie pendant son sejour a Sassuolo. »

Nè a soli scritti si riducono le solerti cure degli antichi verso le fonti saline della Salvarola; ben altre prove si hanno del loro interesse e dell' uso che ne fecero ne' singolari lavori e manufatti che gli scavi recenti fecero scoprire. E per vero innanzi al 12 settembre dello scorso anno le sorgenti della Salvarola abbandonate alla ventura ristagnavano in un breve laghetto ingombro di sterpaglie e di sassi che da se medesime eransi scavate, ove quantunque esposte all' intemperie, e ad ogni arbitrio de' viandanti, accorrevano pertanto ad attingerle, in ispecie durante la primavera, gli abitanti di Sassuolo e delle ville circonvicine.

In quel giorno l' attuale loro possessore sig. Gaetano Moreali coadjuvato dai valenti consigli del sig. ingegnere Pietro Leveque di Modena, e dalle zelanti cure del sig. Luigi Cavoli di Sassuolo, fece por mano alle prime escavazioni, ad oggetto di isolare la sorgente e di liberarla dagli ostacoli che ne intralciassero o sviassero il corso. Nè andò guari che presso la fonte maggiore si trovò una vasca rettangolare di mattoni (V), della capacità di circa un metro e mezzo cubo, apparentemente destinata a serbare e chiarificare la minerale (5). Questo manufatto era altre volte contenuto in una specie di casotto di massicciate ora completamente distrutto, i materiali del quale, secondo che riferirono i villici dei dintorni, servirono alla fabbricazione di un forno.

---

(5) Tav. I. lett. V.

La rozzezza di cotale costruzione, e la forma abbastanza comune de' mattoni adoprativi, indicavano troppo evidentemente che essa non apparteneva ad un' epoca remota, nè probabilmente oltrepassava i tempi del Moreali. L' acqua destinata ad alimentarla scaturiva in un punto alquanto più orientale alla vasca medesima, (M) che come vedremo fra breve non era il vero suo punto di origine.

Ed invero le prime apparenze che risultarono dall' esame topografico del luogo, avevano fatto congetturare al chiarissimo Ingegnere che le varie sorgenti minerali fossero state anticamente allacciate in una vena comune, e tradotte in qualche recipiente sconosciuto. Per assicurarsene e per chiarire altresì quanto i villici provetti de' dintorni asserivano, che queste sorgenti altre volte scaturissero copiose in differenti punti dell' isolotto, fece egli aprire un solco trasversale, che dal punto di uscita della sorgente maggiore dirigevasi verso le sorgenti minori (a-b). Ma non appena gli operaj si furono internati di 70 centimetri nel suolo, che v' incontrarono una specie di stecconata verticale formata di palafitte e di legni trasversali, intorno alla quale era stato ad arte calcato un grosso strato d' argilla plastica. Cotale lavoro impedendo qualsiasi riflusso e comunicazione fra le sorgenti, induceva altresì nella credenza che queste dovessero sorgere in rami separati e verticali nelle singole località ove si manifestavano, come effettivamente lo indicava la natura loro, e la disposizione geognostica del terreno da cui scaturivano.

Perlochè rivolti gli scavi ad isolare la sorgente maggiore nel suo più basso punto di uscita, si giunse in breve a scuoprire ad oriente di essa un enorme pozzo verticale di forma quadrata, di 19 metri di profondità, formato da 160 grossi panconi di legno di quercia, mirabilmente contesti fra loro a coda di rondine, e terminato da un solidissimo selciato di legno (P). Codesto serbatojo offriva nelle sue pareti parecchi fori rotondi il più superficiale de' quali posto

a 3 metri circa di profondità, connettevasi con un condotto di legno sotterraneo, scoperto ne' successivi scavi, (o-a) il quale riuscendo ad un punto discosto di 5 metri N. O. dal pozzo principale, andava ad attingervi la sorgente nella sua vera e primaria scaturigine (O).

E diffatti, come asserivami il chiarissimo Ingegnere alla cui gentilezza debbo i presenti dettagli, a mano a mano che si andò progredendo negli scavi attigui al pozzo quadrato la sorgente accostavasi maggiormente alla vasca de' mattoni, (N) finchè alla profondità di 3 metri circa si fissò definitivamente nel punto indicato d' onde emerse in maggior copia e con un' emissione di gas pressochè continua (O). Il pozzo suddetto (P) doveva giungere ne' suoi primordii fino alla superficie del suolo, ma il tempo e l' incuria vi avevano guasta la parte superficiale. Cinque a sei rozze stanghe ne coprivano la bocca, e sopra questa eravi un metro 1/2 di terra che interamente lo celava. Il legno poi dei panconi non era punto infracidito, ed anzi offeriva una tinta nerastra ed una durezza quasi lapidea, solita ad aversi dai legnami che a riparo dalle influenze atmosferiche soggiornarono lungamente sotterra.

Durante il suddetto scavo altri se ne praticarono intorno la polla meridionale; ed ivi pure scoprivasi un pozzo o serbatojo verticale rotondo, (P'') della profondità di metri 8, centimetri 87, circoscritto internamente da 5 grandi tine di legno, regolarmente incastrate le une nelle altre.

Amendue i pozzi erano ostruiti da una finissima melma argillosa di tinta cenerognola, quella stessa che sogliono trar seco e depositare le salse di quei dintorni, cui a volta a volta interponevansi sassi, mattoni, legnami ed assoni caduti dall' alto. Gli scavi che si protrassero intorno al pozzo quadrato per lo spazio di circa 60 metri cubi fecero altresì conoscere che la roccia argillosa circostante era stata in parte smossa, quella porzione in ispecie che guidava al punto di scaturigine della sorgente; ed anzi il

ch. Ingegnere ritiene che gli antichi forassero in quel punto una galleria sotterranea che prolungavasi per tutto il tratto corrispondente all' acquedotto, e collocatovi questo ne ostruissero i vani con argilla plastica. Tutta la porzione settentrionale della roccia, all' incontro giacevasi in istato perfettamente naturale.

Ma la circostanza che aggiunge interesse agli scavi suddetti e porge qualche dato almeno intorno l' epoca in cui furono in attività i pozzi della Salvarola, si fu la scoperta fattavi di parecchie lancie, di mattoni antichi, e di una moneta Romana (6). — Le lancie avevano forma e grandezza diversa; tre di queste conformate a modo di cuspidi e di lame ambitaglienti, attingevano la lunghezza di 30, 40, 50 centimetri; una quarta più lunga e puntuta partivasi presso la base in due branche laterali leggiermente ricurve all' inbasso. Tutte erano di ferro e consunte alquanto dalla ruggine; e se mal non m' appongo, appartenevano ad una epoca prossima al Medio Evo. — Le due lancie maggiori si rinvennero nel pozzo quadrato alla profondità di 15 metri; la terza un metro più superficialmente; la quarta giacevasi nel pozzo rotondo alla profondità di 5 metri, 7 centimetri. Qualora si dovesse avventurare qualche supposizione in proposito, potrebbesi credere, che allorquando i 2 pozzi attingevano l' anzidetta profondità, o per meglio dire quando la melma depositata dalla sorgente aveva di già riempiuto i pozzi per lo spessore di 2 a 3 metri dall' epoca di loro costruzione, avvenisse in que' contorni una battaglia fra genti armate di lancia; ma ci mancano i dati per computare in quanta serie d' anni codeste sorgenti avrebbero potuto depositare tanta belletta, e per chiarire se per lo innanzi que' pozzi fossero stati soggetti ad espurgo.

I mattoni avevano tutti dimensioni notevoli, e forme generalmente quadrate; nel pozzo rotondo però alcuni se ne

(6) Vedi tavola II.

rinvennero conformati a segmento di cerchio, coi quali erasi costrutto il davanzale d' altri pozzi. Tali caratteri, ed in particolare l' omogeneità e l' elaborazione della loro pasta, ne indusse dapprima a ritenerli di costruzione romana; ma il prelodato ingegnere sig. Leveque avendo osservato dei mattoni esattamente consimili nelle fondamenta di una delle torri maggiori sulle quali erasi poi edificato il castello o Palazzo di Sassuolo, si mostrò d' avviso che quelli pure appartenessero a bassi tempi; dappoichè la loro esistenza negli antichi monumenti di Sassuolo null' altro poteva attestare tranne che a' tempi della loro fabbricazione non erasi colà totalmente perduta l' arte delle buone costruzioni in cotto.

La moneta romana portava l' effigie ed il nome dell' Imperatore Antonino Pio, ma questo fatto è troppo isolato e forse accidentale per autorizzare a trarne opportune conseguenze, e vale soltanto a convalidare l' opinione emmessa, essere cotali lavori e l' uso delle acque minerali della Salvarola di un' epoca bastantemente inoltrata nell' antichità. Forse ulteriori scavi ed indagini ne porranno in grado di accedere a più preciso giudizio, mentre è indubitato che ben altre importantissime costruzioni sotterranee esistono presso la suddetta sorgente, a scoprire le quali ferve in questi giorni l' opra del chiarissimo ingegnere.

Sono questi i pochi cenni storico-descrittivi che mi venne fatto di raccogliere intorno la fonte salino-jodica della Salvarola. Ora si spetta a' dotti scrittori Modenesi approfondare siffatto argomento, e colle storie alla mano fissare l' epoca delle singole costruzioni, e degli avvenimenti occorsi in que' contorni; mentre terrommi dell' opra mia soddisfatto, ove abbia potuto fissare momentaneamente l' attenzione degli scienziati e del pubblico sovra un argomento di patrio interesse ed utilità, ed ottenere da loro benigna indulgenza anche per la parte geognostica della presente memoria che, per non tediare maggiormente, riserbo a prossima pubblicazione.

DELL' ACQUA MINERALE
DELLA SALVAROLA
PRESSO SASSUOLO

PARTE II.ª
GEOGNOSTICA

Come venni accennando nella precedente tornata Accademica, la seconda parte della presente memoria sull' Acqua minerale della Salvarola verte sulla costituzione geognostica de' terreni che circondano la fonte. Il terreno di fatto da cui scaturiscono le sorgenti salso-jodiche della Salvarola è un terreno argilloso *metamorfico,* quello stesso che accompagna generalmente nell'Apennino i depositi di gesso, di sal-gemma, ed i massi di offiolite; e sovra esso trovasi adagiato, per lo spessore di un metro e mezzo circa, un terreno d' irruzione, composto di argille, e di svariatissime rocce erratiche, già rigettate da antiche salse. La roccia fondamentale è conosciuta nella scienza sotto il nome di *argille scagliose*, nome appostole dal dottissimo prof. Bianconi di Bologna, per la proprietà che hanno queste di modellarsi in iscaglie lucenti, allorchè vengono disseccate dal sole (7).

Nella serie geognostica il terreno delle argille scagliose spetta al periodo terziario mioceno, e precisamente al suo piano medio e superiore, sebbene altre rocce mineralogicamente consimili si riscontrino ne' terreni anteriori e sottostanti ad esso. Dal prof. Pilla le argille scagliose venivano

(7) Bianconi, *Terreni ardenti.* Bologna, 1840, p. 75.

ascritte alla parte più recente del suo terreno *Etrurio* o *cretaceo* (8); ma i fossili acchiusi nelle rocce contemporanee ed alternanti della formazione (9), ne fissano sì evidentemente l' età, da escludere qualsiasi dubbio in proposito.

Per apprezzare convenientemente la natura di questa roccia, ed i fenomeni geologici che vi hanno sede, fa d' uopo volgere momentaneamente lo sguardo all' intera serie di terreni che costituiscono la pendice settentrionale dell' Apennino modenese.

Ogniqualvolta un viaggiatore dipartendosi dal vertice delle vicine montagne, imprenda a scendere verso la pianura percorrendo una delle molte valli trasversali che vi sono aperte, ad esempio le valli del Dragone e della Secchia, che da S. Pellegrino guidano a Sassuolo, egli incontrerà successivamente nel suo passaggio tre distinti terreni. 1° Il terreno del vero *macigno* il quale, insieme alle *marne scistose e calcari* che gli sono subordinate, appartiene al periodo *terziario Eoceno*. 2° Il terreno della *molasse* formato da varie sorta di conglomerati, frammisti a *calcari fucitici e marnosi* e ad *argille scagliose*, appartenente al periodo *terziario Mioceno*. 3° Il terreno delle *marne bleu* e delle *sabbie fossilifere gialle*, noto generalmente sotto il nome di *terreno subapennino*, spettante al periodo *terziario Plioceno*.

Il primo di questi terreni compone il crine dell' Apennino e le eminenze più centrali della catena, e si prolunga sino presso al paralello di Barigazzo, di Frassinoro e della Pietra di Bismantova, occultando sotto di se altre formazioni più antiche, che emergono nelle province transpennine, ed in alcuni limitatissimi punti del fianco settentrionale della catena.

Il secondo siede in istratificazioni discordanti sul macigno

(8) Pilla, *Trattato di Geologia*, t. II, p. 272.

(9) Con questa voce indicasi in Geognosia una serie di rocce formate sotto l' influenza di cause identiche od affini.

e domina per tutta quanta la montagna media Estense, dal paralello suddetto infino a Marano, alla Torre tagliata, a Montezibio, a Castellarano., a Pecorile, a Grassano; suddiviso in tre successivi piani geognostici, sommamente ricchi di fossili in alcune località del Modenese, e tanto più recenti in genere, quanto più prossimi alla pianura.

Il terzo riposa sugli strati smossi dalle formazioni precedenti, ed occupa l' estremo lembo della catena Apenninica, costituendovi gli ameni colli di Spezzano, di Fiorano, di Albinea, delle Quattro Castella, di S. Polo. E ad essi tengono dietro in ordine di età e di sovrapposizione i *terreni alluviali*, distinti in *Diluviani* ed in *Recenti*, che dipartendosi dall' estremo labbro della pianura modenese, formano il suolo sopra cui siede Modena.

Se tutte le rocce e le masse pietrose terrestri giacessero in natura nella stessa posizione ed orizzontalità nelle quali vennero deposte originariamente, tornerebbe agevol cosa al geologo distinguerle fra loro, e riferirle partitamente ai singoli periodi cui spettano; è innegabile però che innumerevoli cataclismi e sovvertimenti di suolo si avvicendarono sulla superficie della terra dalle prime epoche di sua creazione, e che a questi vennero altresì partecipando in più o meno vaste proporzioni le montagne del vicino Apennino. — Sui quali complicatissimi effetti spazia l' occhio investigatore del filosofo-naturalista, il quale mentre cerca per una parte di determinare le molteplici cause che loro diedero origine, tenta dall' altra di diradare la fitta nebbia che avvolge il mistero della natura inorganica, e cogli sparsi elementi ricostruire la storia fisica della terra.

Il mezzo più agevole cui possieda il geologo per distinguere i terreni fra loro, e per chiarire i molteplici dislocamenti che questi subirono nelle antiche epoche della natura, oltre lo studio stratigrafico de' loro piani di sovrapposizione, e la determinazione degli esseri organici fossili ivi acchiusi, consiste in un attento esame comparativo della direzione

assunta dalle valli e dalle squarciature intersecanti un distretto montuoso.

Ed invero chi percorra le montagne centrali dell' Apennino Estense ove predominano i terreni Eocenici e Cretacei, scorgerà manifestamente che tanto gli strati di questi, quanto le principali valli che vi sono aperte, corrono nella direzione E. 18° S. - O. 18° N. (valle del Serchio in Garfagnana); e che queste linee più generali vengono intersecate da altre valli e fenditure trasversali dirette dal S. al N., entro le quali si incanalarono i primi rami d' acqua che scendono dall' Apennino. Da questo fatto geologico si può inferire che le rocce dell' alto Apennino subirono due principali spostamenti, per l'azione de' quali gli strati loro vennero raddrizzati in due differenti direzioni, l' una paralella, l' altra alquanto obbliqua al grand' asse della catena Apennina. — Confrontate cotali inflessioni colla serie dei sollevamenti avvenuti nel restante dell' Europa, si osserva che essi corrispondono esattamente ai *sistemi* di sollevamento *de' Pirenei* e *della Corsica*, sorti l' uno prima, l' altra dopo il deponimento de' terreni Eocenici, e che coincidono altresì colla prima emersione de' Serpentini in Toscana, in Liguria e nel restante dell' Apennino.

Passando successivamente alla parte media della montagna Estense formata di molassi mioceniche e di argille scagliose, si troverà che queste vennero profondamente dislocate nella direzione S. 26° O. - N. 26° E., con immersione di 40° circa al N. O.; in guisa che dai profondi avvallamenti che ne risultarono, restando deviati a mezzo il corso i principali fiumi Secchia, Dolo, Scoltenna, Panaro, dovettero questi ripiegarsi verso mattina in una direzione assai più obbliqua all' asse della catena. Codesto movimento che si estese per vasti tratti dell' Europa continentale, corrisponde al così detto *sollevamento delle Alpi occidentali*, sorto immediatamente dopo la deposizione de' terreni miocenici, e collegasi, secondo le dotte investigazioni de' recenti

naturalisti, al secondo trabocco delle Serpentine, e all' injezione de' filoni quarzo-metalliferi dell' Etruria (10).

Discendendo infine ai terreni pliocenici subapennini, anche questi si trovano attraversati da altri sistemi di fratture più recenti, che si estesero anche a' terreni anteriori, e soprattutto dal *sistema delle Alpi principali*, e del *Capo Tenaro*, i cui complicati effetti intrecciandosi fra loro, porsero il mezzo ai fiumi di raddrizzare il proprio corso e di volgerlo direttamente alla pianura. — E da questa svariata serie di rialzi e di avvallamenti, operati dalle antiche azioni plutoniche nel vicino Apennino, Modena ottenne quel benefico sistema d' irrigazione al quale è commessa la fertilità e il benessere di questa piccola, ma pur felice e ricca parte dell' Italia.

Tracciata così di volo la costituzione geognostica delle vicine montagne, volgiamo ora la mente al terreno mioceno ed alle argille scagliose, d'onde scaturiscono le sorgenti della Salvarola, e cerchiamo d' indagare, se fia possibile, qual parte si ebbero queste negli accennati travolgimenti, e se per avventura occultino tuttora in seno il germe delle sofferte alterazioni.

Tanto nell'Apennino modenese quanto nel restante dell' Italia, il terreno mioceno componesi di *conglomerati grossolani*, di *molassi-macigni*, di *molassi-scistosi*, di *calcari fucitici*, non meno che di *argille fossilifere* e *scagliose*. Cotali roccie disposte ed alternate fra loro a strati e banchi di notevole potenza, formano nel loro insieme una zona di parecchie miglia di larghezza, diretta dal S. E. al N. O., che, fasciando a mezzo la catena Apenninica, si estende dal Piemonte all' estrema Calabria, restando da un lato appoggiata ai macigni Eocenici dell' alto Apennino, e limitata dall' altro dalle marne e dalle sabbie plioceniche che ne rivestono interpolatamente il piede. Alle rocce argillose stansi generalmente

(10) Scarabelli, *Carta geologica del Bolognese*, pag. 9.

subordinati i calcari, le molassi, ed incompleti straterelli di lignite; ai calcari, banchi ed ammassi di gesso.

Principalissima roccia adunque di questa formazione sono le argille scagliose, quelle argille appunto che col nudo ed uniforme loro aspetto rendono sì melanconica la prospettiva della media montagna Estense, sì cedevole e ruinoso il suolo. — Considerata questa roccia sotto aspetto litologico, componesi di una sorta di argille friabili, di tinta bruna o piombata, di aspetto ceroide, di struttura eminentemente scagliosa, lucenti alla superficie, ed in genere sì untose al tatto da sospettarle composte di notevole quantità di sali magnesiaci. Secondo l' analisi fattane in Bologna dal sig. dott. Muratori, in 100 parti di detta roccia si contengono allumina 6, silice 21: 50, ossido di ferro 10, carbonato calce 42: 50, acqua igrometrica 15 (11). — Il chiarissimo prof. Savani, che anni sono ne analizzò varj saggi metalliferi, tratti da Gombola e da Monte Galbone, ottenne principj e proporzioni diverse; laddove l' esimio naturalista sig. Scarabelli di Imola assicura in una sua recente memoria, che quelle dell' Imolese offrono in 100 parti 42 di calce, e contengono parecchi minerali che accenneremo di poi (12); d' onde si può dedurre che questa roccia ha composizione e caratteri diversi a seconda delle singole località, e dei piani stratigrafici cui appartiene.

Le argille scagliose del Modenese facilmente s' impastano coll' acqua, ed immersevi aumentano di volume, e sebbene poco o nulla usate nelle arti, può dirsi che egualmente bene potrebbero servire al gualchiere qual terra da purgo, ed alla fabbricazione delle stoviglie, avendone osservato parecchi saggi egregiamente modellati in Imagini sacre presso il degnissimo sig. Arciprete di Sassuolo D. Leopoldo Grassi, solerte amatore degli studj naturali; nè inutili le crederei

---

(11) Bianconi, *Terreni ardenti*, pag. 76.

(12) Scarabelli, *Sur la formation miocène du Bolognois*, 1851, p. 17.

altresì al tecnologo, il quale coll'associarle convenientemente ad altre terre ed argille dello Stato, volesse tentare con esse la fabbricazione de' mattoni, e dei supporti refrattarj. — In questa roccia rare volte avviene di ravvisare indizj di stratificazione, nè mai s'incontrano fossili od avanzi organici, sebbene abbondantissimi sieno questi nelle altre rocce contemporanee della formazione.

A convincerci delle numerose alterazioni chimico-plutoniche che queste argille subirono nelle antiche epoche della natura, basti l'accennare che esse trovansi quasi per ogni dove compenetrate da infiltramenti metallici di ferro, di manganese, di rame, di zinco. Cotali infiltramenti contrassegnati da singolarissime zone rossigne, brune, verdi, bianchiccie, che si designano in forma di vortici, di ondulazioni, o di svariatissime inflessioni angolari sul fondo generalmente bruno delle argille inalterate, appalesano effettivamente all'analisi di contenere ossidi di ferro, di manganese, di rame, non meno che carbonati e solfati di queste medesime basi. — In alcune località il manganese potè compenetrare concentricamente i massi erratici di calcare fucitico, e convertirli parte in onici margacee, in pietre frammentarie, e ruiniformi, e parte in *marcesina* od ossido terroso di manganese e di ferro. — Altrove il rame metallico si accumulò nelle zone di tinta verde, modellandovisi in iscaglie od in lamine irregolari, rivestite da sottil crosta di rame carbonato. Che anzi nelle argille scagliose di Monte Modino, di Gombola, di Monte Galbone evvi tanta copia di siffatto materiale metallico, che i villici de' dintorni ne trassero, anni sono, partito nel getto delle campane delle loro parrocchie. Cotali infiltramenti però non vengono giammai accompagnati da regolari filoni, o depositi metalliferi, e sembrano piuttosto essere un effetto di sublimazioni, anzichè di regolari injezioni metalliche.

Le argille scagliose, all'infuori degl'infiltramenti metallici, vennero altresì attraversate da potentissime esalazioni

di vapori sulfurei. Il calcare fucitico che vi è contenuto trovasi sovente convertito in gesso, nè è raro di riscontrare nuclei e cristalli isolati di zolfo nella massa di alcune argille del Reggiano, non meno che nelle fenditure de' calcari, e de' gessi che vi sono acclusi. Ingannati forse dall' aspetto realmente plutonico della formazione, alcuni geologi credettero di ravvisare in codesti gessi, roccie eruttive alla foggia de' serpentini, e de' porfidi; ma le superstiti traccie della loro originaria stratificazione, la continuità, il paralellismo, e la perfetta rassomiglianza loro co' calcari fucitici, ne' punti ove questi sono meno alterati, tolgono qualsiasi dubbio in proposito.

Tale per appunto si è l' origine de' Gessi di Vignola, di Gesso, di Jano, di Vezzano che in forma di ristretta zona si prolungano, in ispecialità nel territorio Reggiano, parallellamente alla catena Apenninica, sporgendo in erti e nudi cumuli successivi, dimezzo alle argille scagliose, ed anche alle marne blù subapennine, ne' siti ove queste ultime rivestono tuttora il piede delle precedenti formazioni.

Convien però credere che le emanazioni solforose non si estendessero con eguale intensità a tutta quanta la zona argillosa, dappoichè il predetto calcare a fucoidi per alcuni tratti della collina modenese giacesi perfettamente inalterato; in altri punti invece è convertito in una roccia cavernosa o scoriforme, intersecata da vene di spato cristallino; ed altrove ancora trovasi compenetrato da irregolari filoni quarzo-ferruginei.

Alle argille scagliose inoltre stanno evidentemente collegati i massi o *diche di serpentino*, ed anzi può dirsi non esservi località dell' Apennino modenese ove questa roccia di trabocco non si vegga associata a conglomerati offiolitici e ad argille scagliose. Emersero queste singolari roccie plutoniche a varia potenza ed elevazione in più di una località dell'Apennino Estense, e segnatamente a Varana, a Sassomorello, a Moncerrato, a Gombola, a Renno, a Romanoro, a Lago ec.

e più estesamente ancora ai Cinghi di Vetta presso Boccassuolo, ove di recente erasi tentata l'escavazione del rame.

Per una particolarità eminentemente caratteristica della *formazione*, le argille scagliose in parecchie località dell'Apennino, ed in ispecie ne' loro strati più attigui alla pianura, si trovano intensamente impregnate di petrolio e di muriato di soda; il che le rende talmente sterili e spoglie di vegetazione, da farle ravvisare a molte miglia di distanza. Evidentemente questo sale che provenne da antiche infiltrazioni di acque salse, potè immedesimarsi cogli strati più molli e pervii delle argille, in guisa che, non sì tosto vengono questi ritemprati dalle acque piovane, lo svelano disseccandosi con superficiali efflorescenze saline.

L'ultimo fenomeno geologico che riscontrasi in questo terreno, è costituito dall'incessante gorgogliare delle salse, e dallo scaturire delle sorgenti minerali salate e bituminose. — Io non istarò certamente a descrivere questo fenomeno troppo bene conosciuto ed illustrato da sommi Naturalisti Modenesi, ed Esteri; nè a discuterne la verisimile origine. — Dirò soltanto che nel breve giro di 2 a 3 miglia ad Oriente del punto ove scaturiscono le polle della Salvarola, si contano da 15 a 20 bollidori di maggiore o minore entità; e che lungo la stessa linea altri ancora se ne riscontrano a distanze maggiori, quali sono quelli di Nirano, della Maina, di Puglianello nel Modenese; di Canossa, di Casola, di Querzola nel Reggiano; i quali ultimi certamente di poco inferiori in energia alle celebri Salse di Macalubba in Sicilia. — Dirò pure che tutte queste Salse sono disposte paralellamente alla catena Apenninica, e segnano, internamente poste, l'estremo limite settentrionale della formazione gessifera e miocena; quantunque sovente perforanti i terreni pliocenici a loro addossati. Che quantunque assai bene distinte all'esterno, si trovano esse in una costante relazione sotterranea colle sorgenti salso-jodiche della Salvarola, e coi celebri pozzi di petrolio di Montegibbio, dappoichè

contengono come le prime cloruri, bromuri, e joduri alcalini, in guisa da potersi ritenere che provengano tutte da un identico focolare o laboratorio sotterraneo della natura. — Dirò infine che le Salse del Modenese come quelle di ogni altra parte dell' Italia, vanno a tratto a tratto soggette a violentissimi parossismi ed eruzioni, cagionate da soverchio accumulamento di vapori infiammabili nelle parti più ime della formazione; ed esempio ce ne porsero anche a' dì nostri la famosa eruzione della salsa di Sassuolo, avvenuta li 9 giugno 1835, ed egregiamente descritta e comentata dallo eruditissimo prof. Brignoli; non meno che quelle occorse negli anni 1599, 1628, 1689, 1784, 1790 e già registrate negli annali della scienza (13); per la cui azione gran parte delle colline attigue a Montegibbio vennero ricoperte da un terreno eruttivo sommamente caratteristico e complicato.

Ecco in qual modo avvenne che l' isolotto da cui sgorgano le acque della Salvarola « trovasi oggidì rivestito da un notevole strato di terreno eruttivo »; e come questo altresì ripetasi in molti altri colli argillosi della montagna Estense, tanto attigui quanto lontani dalle attuali Salse. Dappoichè basta confrontare siffatti terreni con quelli che trovansi adagiati sui fianchi di Montegibbio, e del vulcanetto di Querzola, per assicurarsi che i Vulcani Fangosi arsero altre volte assai più numerosi e potenti nell'Apennino Modenese, che non sono a' nostri giorni.

È chiaro che l' avvicendarsi di cotante catastrofi e reazioni nel terreno delle argille scagliose doveva renderne oltremodo complessa la composizione, ed ingenerarvi una numerosa serie di minerali interessanti a conoscersi per lo studio de' fenomeni naturali. Ed invero oltre i suaccennati infiltramenti metallici e solforosi, nelle argille scagliose si trovano più o meno frequentemente la *barite solfata radiata*, l'*aragonite mammellonare*, il *gesso prismatico a ferro*

---

(13) Brignoli, *Relazione dell' ultima eruzione della Salsa di Sassuolo.*

di lancia, la *marcesina; soda muriata, solfata* e *carbonata;* cristalli ed arnioni di *pirite di rame e di ferro; blocchi di argille indurite* fasciate da rilegature d' *aragonite*, i quali, subìta l' azione diluente delle acque atmosferiche, che ne esportarono la parte più molle, si convertirono in quelle strane masse a favo vespaio, cui gli antichi naturalisti diedero il nome di *Ludus Helmontii* o di *pietre geometriche.* — Nelle argille stesse s' incontrano pure a volta a volta *grossi tronchi di legno* di quercia, di castagno, di faggio convertiti in *xiloidi silicee*, ed ingemmati da esilissimi cristallini di quarzo; e presso Castel-vecchio *pezzetti d' ambra* staccati da antichi alberi resinosi, che gettati sulle bragie ardenti tramandano un soave odore empireumatico; ed inoltre massi isolati *di calcare, di macigno,* appartenenti a formazioni e terreni anteriori, sovente *spatificati*, o convertiti in *gabbri varicolori; arenarie* e *molassi silicee* fuse nella loro superficie esterna, e simulanti popponi, mammelle, o stillicidj di acque congelate, ed infine *massi* e *diche* più o meno vaste di *serpentino* e di *granitone*, ricinti da analoghi *conglomerati offiolitici*, che giganteggiano fra le squallide e nude frane formate dalle argille scagliose, e si connettono sotterra a masse offiolitiche forse più vaste e più potenti.

Da questi pochi cenni torna agevole inferire che le argille scagliose di origine evidentemente nettunica o pelasgica, sono roccie *metamorfiche*, alterate cioè da azioni plutoniche, e collegate geologicamente ai gessi, ai filoni metallici, ed alle serpentine, dal cui successivo trabocco derivarono i numerosi dislocamenti e le modificazioni che presentano oggidì; e che le salse e le sorgenti saline e bituminose, i soli fenomeni che attualmente persistono in questo terreno, sono le ultime manifestazioni di attività, o per così dire, l' ultimo rappresentante delle ingenti forze plutoniche che imperversarono un tempo sulla massa degli Apennini.

Al cospetto di effetti sì potenti e complicati, evidentemente

prodotti da cause sotterranee ignote, sorge spontaneo il desiderio di conoscere ove risieda il focolare di tante reazioni. Da quali condizioni geologiche è desso costituito? E dappoichè perdette di sua attività, sarebbe esso mai per riprendere l' energia che appalesò nelle antiche epoche della natura? — A siffatte inchieste mi è d' uopo rispondere accennando alla meschinità delle umane cognizioni, ed all'impossibiltà di poter forse mai sorprender natura nell' atto di cotali processi. — Al geologo sagace si compete registrare i fatti quali li riscontra sul globo, discuterli se questi non oltrepassano la sfera delle sue cognizioni, nè pretendere mai di figgere lo sguardo in que' misteri de' quali il Sommo Creatore riserbò a se solo la conoscenza e la conservazione. — Miglior partito sarà forse quello di coordinare siffatte nozioni a vantaggio della società, il che noi pure tenteremo di fare nelle seguenti linee.

Uno de' più interessanti criterj tecnologici che possono trarsi dall' esame geologico di questo terreno si è, che nelle profondità delle colline argillose di Montegibbio e della Salvarola dee esistere un potente ammasso di *sal-gemma*. — Ed invero codeste argille siccome unitamente a' gessi accompagnano ovunque i depositi salini, e riescono il più costante contrassegno della loro esistenza sotterranea, può dirsi con verisimiglianza che ciò debba aver luogo anche nei terreni del Modenese. — Varj fatti sembrano avvalorare questa supposizione. Lo prova per primo la perfetta somiglianza che queste argille offrono colle roccie circostanti alle celebri saline di Wieliska, di Bex, di Cardona; ce lo attestano le numerose sorgenti salate che scaturiscono lungo il piede dell' Apennino, alcune delle quali notevolmente sature e mineralizzate di cloruro di sodio; ce lo indica l' identità di composizione delle nostre sorgenti con quelle della Toscana, del Piacentino, del Piemonte già utilizzate nell' estrazione del sale; le quali, come asserisce il dottissimo prof. Savi, traggono effettivamente origine dai sotterranei banchi

di sal-gemma (14); ce lo manifestano infine i gessi disposti nella direzione stessa delle Salse, delle sorgenti bituminose e saline, roccia che contrassegna d'ordinario l'estremo limite delle formazioni saline sotterranee; talchè l'illustre naturalista svizzero sig. Studer dalla sola ispezione di gessi consimili a quelli di Bex, potè preconizzare l'esistenza d'importantissimi ammassi di sal-gemma in paesi ove non avevasi il minimo sentore della loro esistenza; ed impegnati gli speculatori a perforare cotal roccia, addimostrare col fatto la giustezza delle sue teoriche previsioni.

La notevole estensione cui attinge la linea delle Salse Estensi indurrebbe forse taluno a credere che questo deposito salino debba essere o parziale, e suddiviso in frammenti di poca entità, oppure si estenda per una lunghezza eccessiva e pari a quella presentata dalla linea delle Salse. Tuttochè manchino molti dati per giudicare convenientemente in proposito, non pertanto, vista la maggiore affluenza delle Salse nelle due località di Montegibbio e di Querzola nel Reggiano, inclinerei piuttosto a credere, ch'esso sia disposto in due principali ammassi sottoposti alle suddette località, connessi forse fra loro per massi più brevi e più limitati.

Ma forse più che della loro esistenza sotterranea, a molti interesserà conoscere a quale probabile profondità cotali ammassi si trovino depositati e giacenti. E qui invocheremo altre importantissime cognizioni geologiche. — È noto ed ormai sancito a teorema geologico, che le sorgive in genere a misura che direttamente provengono da maggiori profondità terrestri, offrono nel loro scaturire sovraterra una temperatura vieppiù elevata e corrispondente al punto stratigrafico d'onde si dipartirono. Cotale aumento di temperatura per le acque sorgive procede in ragione media di 1 grado di calore, per ogni 29 a 30 metri di profondità al di sotto

---

(14) V. Savi, *Delle rocce offiolitiche della Toscana*, p. 110; e Savi e Meneghini, *Considerazioni sulla geologia della Toscana*, p. 506.

della zona a temperatura costante; talchè il famoso pozzo forato del macellatojo di Grenelle a Parigi, che raggiunge la profondità assoluta di 548 metri, pari a quella di 517 metri sotto il livello del mare, somministra un' acqua potabile di 27° del centigrado, ed il pozzo di Neuzatzwerk nella Prussia Renana, avente 680 metri di profondità assoluta (il più profondo che si conosca), dà un' acqua di 32° di temperatura.

Riflettendo ora che le sorgenti salate della Salvarola, non meno che le acque delle attigue Salse, e de' pozzi bituminosi, che traggono evidentemente origine da siffatti depositi, non sono punto termali, e tutto al più segnano una temperie di 12°, diffalcata l' altezza di Modena sul livello del mare di 41 metri, e quella delle colline della Salvarola sul piano Modenese, sommanti in totalità a 100 metri circa, si può verisimilmente ritenere che i primi depositi salini, debbano esistere alla profondità di 150 metri circa sotto il livello del mare, e quindi da 250 a 300 metri di profondità assoluta sotto il punto ove sgorgano attualmente le sorgenti minerali.

Nè credo cotale profondità così enorme da incutere terrore ad una società di azionisti che aspirasse ad intraprenderne l' escavazione, stante i moltiplici lavori che nelle varie parti del globo si eseguirono oltre a cotale profondità; stante l'omogeneità e la facile perforazione della roccia argillosa, non meno che l' utile che ne trarrebbero il Governo, gli azionisti, e la pubblica società. — Oh se le società private d' industria anzichè sperdere i loro capitali in vane ricerche di metalli sul versante settentrionale dell' Apennino, che non è punto il luogo de' regolari filoni metalliferi, e, se pur talvolta li presenta, questi non ponno essere che appendici o lontane diramazioni della vera catena metallifera delle Maremme toscane; se, dico, in luogo di correr dietro a sognate ricchezze metalliche sotterranee, i capitalisti volgessero le loro speculazioni allo scavo dei depositi che

indubitatamente esistono ne' vicini monti, ed utilizzassero per tal guisa in fabbriche di vetri, di finissime porcellane, di mattoni refrattarj le arenarie silicee, i caolini, le argille che sì copiose vengono retribuite dagli Apennini, qual fonte di onesto guadagno, e di prosperità non ne verrebbe al sobrio abitatore delle montagne, quale impulso all' industria, al commercio?

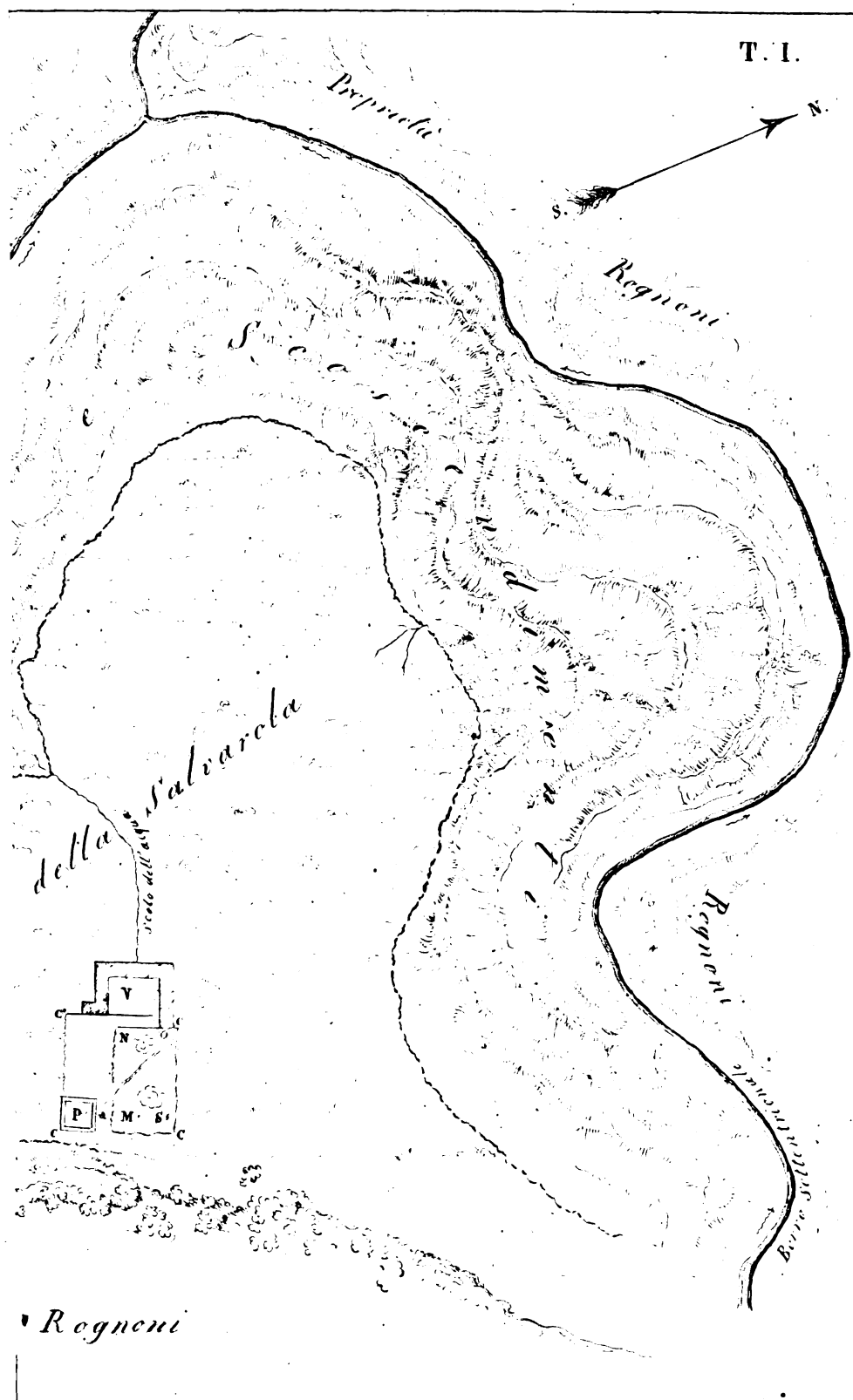
Esaurita per tal guisa la parte geognostica e tecnologica della presente memoria, vediamo se tanto materiale ne resti da avventurare qualche verisimile ipotesi sulla origine e sulla mineralizzazione delle sorgenti, che a sì ardua prova posero quest' oggi la sofferenza del lettore.

Giusta la teoria sì sagacemente concepita dal sommo Vallisnieri, sembra adunque che le acque dolci piovane incanalate negli strati pervi dell' alto Apennino, discendendo per legge di gravità lungo i piani e le roccie impermeabili con quelli alternanti, si pongano a contatto delle masse sotterranee di sal-gemma; che quivi, sia formando temporarj depositi, o semplicemente attraversando le masse saline, sciolgano e si carichino dei cloruri, solfati, e bromuri alcalini e terrosi che quelle sogliono contenere, finchè sospinte da quell' avanzo di forza d' impulsione che acquistarono nel discendere laggiù, e coadjuvate dalla incessante concorrenza d' altre acque correnti, si volgano novellamente verso la superficie terrestre, e vi ricompariscano associate alle argille scagliose, ed ai fluidi aeriformi che poterono incontrare per via. — Quanto alla provenienza dei joduri, e del petrolio non contenuti nel sal gemma, potrebbesi credere che le acque salso-jodiche li traggano da qualche banco di fucoidi o di piante marine bituminizzate che d' ordinario si consociano alle formazioni saline, e che effettivamente si riscontrano nei calcari marnosi miocenici dell' Apennino; noto essendo che i fucoidi marini contengono amendue questi principj. — Durante la lenta dissoluzione delle masse saline, sembra che il gas idrogeno carburato racchiuso in forma di

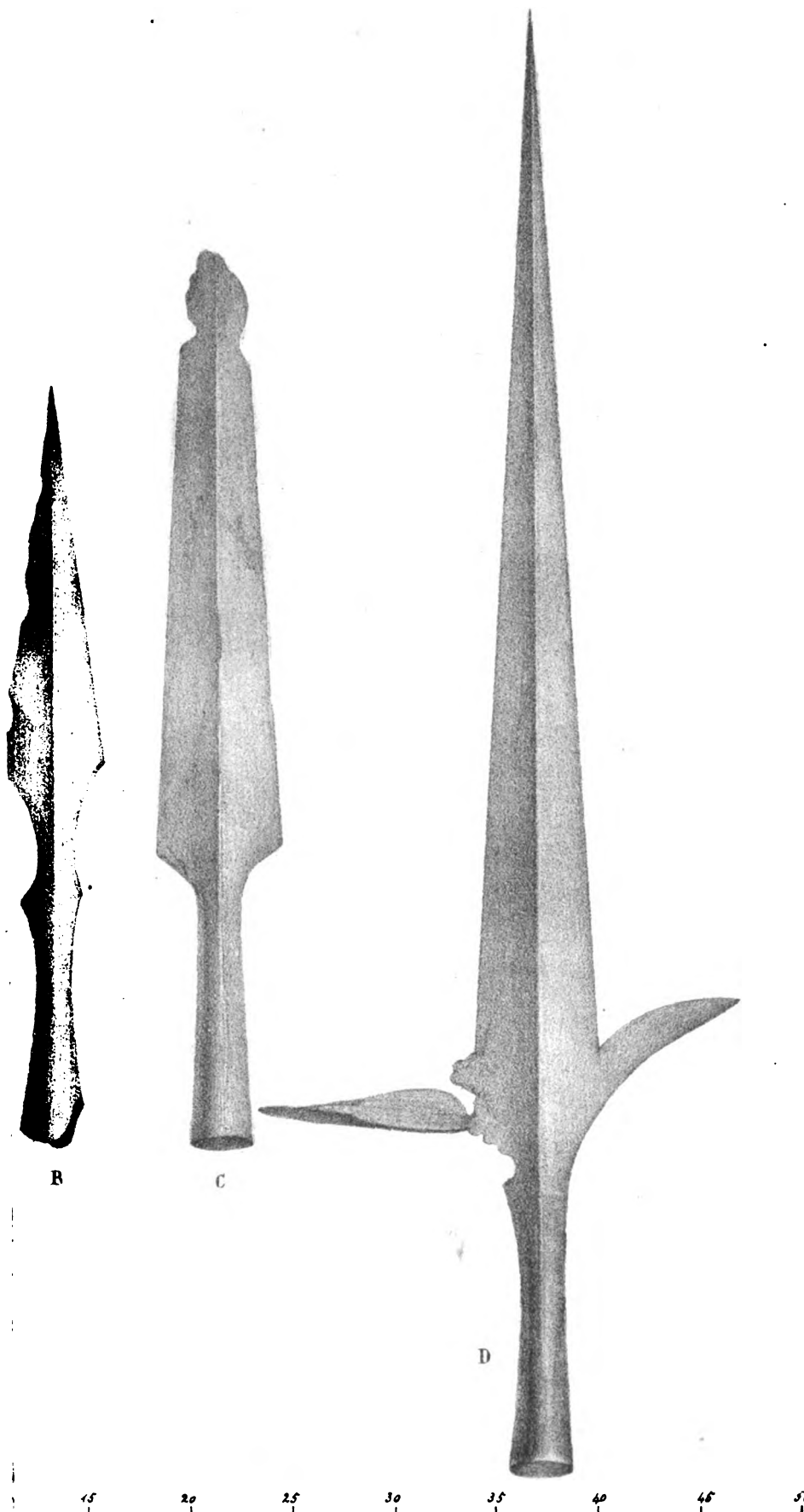
moffetta e di *grisou* fra i banchi bituminosi o salini di questo terreno, od interposto secondo le dotte osservazioni del prof. Bianconi fra le lamine cristalline di quella varietà di sal-gemma che dicesi crepitante (15), venga posto in libertà, e si associi del pari alla sorgente minerale.

Evvi anche probabilità che ne' primordj della formazione, questo gas coll' accumularsi in gran copia nelle cavità sotterranee attigue al sal-gemma, mercè una prima eruzione simile a quella delle Salse, abbia potuto schiudere una diretta e più facile via alla sorgente medesima, e stabilita questa, proceda seco lei a svolgersi da secoli nello stesso modo e nella stessa proporzione. — Comunque questa non sia che una semplice supposizione, a niuno essendo dato di conoscere gl' intimi processi della natura inorganica, non è men vero che tutti i principj minerali contenuti nelle acque della Salvarola esistono realmente nella suddetta formazione salina, nè richiedono veruno sforzo d' immaginazione per ispiegarne la derivazione.

Tale sembrami possa essere la più verisimile ipotesi sulla mineralizzazione delle acque salso-jodiche della Salvarola. Se abbia colto nel segno, e se questo sia il vero senso dei misteri della natura, lo deciderà l' illuminato giudizio del lettore, e le ulteriori scoperte.

(15) Bianconi, *Terreni ardenti*, p. 161.

Pietro Doderlein. Modena Lit. Goldoni.

Memoria del Professore Sig.r Pietro Doderlein.

Modena. Lit. Goldoni.

SUL CALCOLO APPROSSIMATIVO
DEGLI INTEGRALI DEFINITI
MEMORIA

DEL SIG. PROFESSORE ANTONIO ARALDI

LETTA ALLA R. ACCADEMIA

nell' adunanza del 10 *Marzo* 1859

La ricerca del valore di un Integrale definito

$$\int_a^b dxf(x)$$

geometricamente espressa corrisponde alla determinazione del valore dell' area della curva rappresentata dall' equazione $y=f(x)$, limitata dalle ordinate y_a, y_b corrispondenti alle ascisse $x=a$, $x=b$. Quando la funzione differenziale non si sappia integrare in un numero finito di termini algebraici o trascendentali, dei quali si posseggano le tavole, uopo è ricorrere ai metodi di approssimazione, ed il primo, e più ovvio, che si offre alla mente, consiste nel supporre diviso il tratto $b-a$ dell' asse delle x frapposto alle ordinate y_a y_b in un numero m di parti eguali cadauna a $\frac{b-a}{m}$ conveniente al grado di esattezza, che si richiede, e pei punti di divisione $1, 2, \ldots m-1$ condotte le applicate $y_1, y_2, \ldots, y_{m-1}$ dalle quali l' area supposta verrà divisa in m parti, e poscia nel sostituire a questa la somma degli m rettangoli ad esse in-

scritti, aventi basi eguali a $\frac{b-a}{m}$, e per altezze l'ordinata y_a, che noteremo anche y_0, e le $y_1, y_2, \ldots, y_{m-1}$, onde si avrà un primo valore approssimato dell' area stessa nella

[1] $\frac{b-a}{m}\left(y_0+y_1+y_2\ldots+y_{m-1}\right)=\frac{b-a}{m}\Sigma_0^m y_x=\Sigma_0^m y_x \Delta x$, posto $\frac{b-a}{m}=\Delta x$, il quale sarà tanto più prossimo al vero quanto più grande si assuma il numero m, più piccola la Δx; l' errore che si commette usando la formola [1] eguaglia la somma dei triangoli mistilinei compresi fra gli archetti, nei quali viene diviso l' arco della curva terminato alle ordinate y_a, y_b, dalle ordinate $y_1, y_2, \ldots, y_m = y_b$, e le parallele all' asse delle x condotte dai primi estremi di essi archetti fino alle ordinate dei secondi estremi, riuscendo questo errore minore della quantità $(y_b - y_a)\Delta x$, quando la y sia crescente al crescere di x, e può all' indefinito crescere della m divenire minore di qualsivoglia quantità data, di modo che l' Integrale

$\int_a^b dxf(x)=\int_a^b y_x dx$ sarà il limite di $\Sigma_0^m y_x \Delta x$ per l' indefinito scemare di Δx. Questo concetto veniva appunto adombrato dal Leibnitz quando disse rappresentarsi da $\int dxf(x)$ la somma dei detti rettangoletti corrispondenti ad m infinita, ossia a Δx infinitesima, denotata da dx, e ciò per indicare che si passava al limite, come egli stesso ne avvertiva nel Giornale di Trevoux dell'anno 1701 (1). Se non che ad evitare

(1) Con queste poche parole si viene a sgombrare dai principj del calcolo Differenziale, ed Integrale quelle nebbie nelle quali si vollero involti fino a ritenere che fossero soggetti ad errori, che però, come intese dimostrare il Carnot, esattamente si compensavano: avvegnacchè se vi hanno compensamenti di errori, dessi sono soltanto di parole, come nell' Adunanza del Maggio 1827 dimostrai avanti questa Sezione medesima in una mia memoria su questo argomento. Erravasi, diceva io, la prima volta quando asserivasi che l' area richiesta era eguale alla somma $\int dxf(x)$ degli infiniti elementi, nei quali intendevasi divisa, mentre non

calcoli troppo laboriosi converrà scegliere per m un numero di grandezza limitata, e l'indicato errore non sarà più trascurabile; quindi l'utilità delle seguenti ricerche dirette a sempre più accostarsi al vero valore dell'errore medesimo, e però a quello dell'area richiesta.

2.° Tirate le m corde di detti archetti, si comincia dal sostituire alla somma dei triangoli mistilinei mentovati quella dei triangoli rettilinei ad essi inscritti espressa da

$$\frac{b-a}{m}\left(\frac{y_1-y_0}{2}+\frac{y_2-y_1}{2}+\ldots+\frac{y_m-y_{m-1}}{2}\right)=\frac{b-a}{m}\left(\frac{y_m-y_0}{2}\right)$$

che aggiunto al valore approssimato [1] dell' area, ne darà un secondo valore

[2] $\frac{b-a}{2m}\left(y_0+2y_1+2y_2+\ldots+2y_{m-1}+y_m\right)$ sensibilmente più vicino al vero, avvegnacchè l'errore viene ora ridotto alla somma delle aree degli m segmenti racchiusi fra gli archetti e le loro corde.

Per diminuire questo errore immaginiamo sostituiti a questi archetti degli archi di parabole di 3° grado che abbiano

---

ne è che il limite: erravasi la seconda quando nel calcolare il valore di $\int dxf(x)$ intendevasi di trovare il valore di quella somma quando non si trova che il limite, con che si compensa precisamente il primo equivoco. Per ciò nella citata lettera il Leibnitz avverte, come il suo metodo non sia altro che un mezzo di tradurre in termini analitici quello dei limiti usato da Archimede nelle ricerche geometriche. Per determinare il valore della circonferenza di un circolo non sostituivagli già egli il contorno di un poligono inscritto di infiniti tali, ma dopo aver dimostrato che dessa è limite dei contorni dei poligoni inscritti, il numero de' cui lati aumenta oltre ogni misura, determina il valore approssimato di questo limite. Così nel calcolo integrale, avvegnacchè si enunciò con poco rigore essere l'arco della curva $y=f(x)$ eguale alla somma $\int dx\sqrt{1+y'^2}$ degli infiniti latercoli $dx\sqrt{1+y'^2}$ di un poligono inscritto a quell'arco, pure nel calcolare quell'arco non si determina che il limite della somma di quei latercoli, il cui numero si supponga crescere indefinitamente, giugnendo al vero valore dell'arco, *de sorte qu'on ne diffère du stile d'Archimède que dans les espressions, qui sont plus directes dans notre méthode, et plus conformes à l'art d'inventer*. Così chiude Leibnitz la citata memoria.

con essi nei loro estremi contatti di 1° ordine, ed ai mentovati segmenti sostituiremo quelli parabolici sottesi dalle medesime corde. Supponiamo calcolato il valore della somma di questi segmenti nell' ipotesi che gli archi parabolici siano frapposti alla data curva, ed alle corde rispettive, il che è sempre lecito perchè se quella condizione talvolta non fosse vera il calcolo darebbe pei corrispondenti segmenti dei valori negativi, e guiderebbe sempre a risultamenti esatti. Aggiugnendo detta somma al precedente valore [2] si otterrebbe un valore anche più vicino al vero dell' area cercata, riducendosi l' errore alla somma delle aree delle lunule comprese fra gli archetti della curva supposta ed i parabolici corrispondenti. Intendiamo ora al primo sistema di archi parabolici di 2° grado sostituiti successivamente altri sistemi di 5°, 7°, ec. gradi, i quali abbiano rispettivamente cogli estremi degli m archetti della curva supposta contatti di 2°, 3°, ..., ordine, e calcolando il valore della somma delle aree delle lunule comprese fra le parabole del 1° sistema e quelle del secondo, poi quello delle aree delle lunule comprese dalle parabole del 2°, e 3° sistema, e così di seguito, ed aggiungendo sempre il trovato valore, che talvolta potrà riuscire negativo, all' ultimo valore precedentemente calcolato dell' area, si otterrà di sempre più avvicinarsi al vero valore della medesima.

3.° Cominciando dal considerare l' area della supposta curva terminata da due successive delle $m+1$ ordinate $y_0, y_1, \ldots, y_m$, per agevolare il calcolo supporremo trasformate le coordinate in modo che l' origine loro cada sull' asse delle x ad egual distanza $\frac{b-a}{2m}=\alpha$ da quelle due ordinate, che dovranno venire denotate dalla $y_{-\alpha}$, y_{α}.

Rappresentata dalla
$Y=Ax^{2n+1}+Bx^{2n}+Cx^{2n-1}+Dx^{2n-2}$ .... l' ordinata di quelle parabole che passano per gli estremi delle ordinate $y_{-\alpha}$, y_{α}, osservando che l' area della medesima terminata alle ordinate

y_{-a}, y_a espressa da $\int_{-a}^{a} Y dx = 2\left(\frac{Ba^{2n+1}}{2n+1} + \frac{Da^{2n-1}}{2n-1} + \frac{Fa^{2n-3}}{2n-3} + \ldots\right)$ la quale non contiene traccia dei termini della precedente espressione di Y affetti da potenze dispari di x, nelle seguenti ricerche terremo conto soltanto dei termini delle Y contenenti potenze pari di x, limitandoci ad indicare colla funzione $H(x)$ la somma dei termini che vi si volessero dotati di potenze impari di x, quindi anche il primo termine della supposta Equazione, onde la sua derivata $H'(x) = K(x)$ sarà una funzione contenente sole potenze pari di x.

4.° Ciò premesso, sia

$\overset{\circ}{Y} = Bx + C$, l' equazione della retta che congiunge le sommità delle ordinate y_{-a}, y_a, onde $y_{-a} = \overset{\circ}{Y}_{-a} = -Ba + C$, $y_a = \overset{\circ}{Y}_a = Ba + C$, ed $y_a - y_{-a} = 2Ba$, $y_a + y_{-a} = 2C$ che porremo $= \overset{\circ}{F}$, quindi $C = \frac{\overset{\circ}{F}}{2} = \frac{y_a + y_{-a}}{2}$, $B = \frac{y_a - y_{-a}}{2a}$, ed

$$\int_{-a}^{a} \overset{\circ}{Y} dx = 2Ca = a\overset{\circ}{F} = a(y_a + y_{-a}),$$

ove ponendo per a il suo valore $\frac{b-a}{2m}$, e successivamente per le y_{-a}, y_a le y_0, y_1; y_1, y_2; .... ; y_{m-1}, y_m si avranno i valori delle aree degli m trapezii sostituiti agli m elementi nei quali è stata divisa l' area della curva, e la loro somma darà la formola [2].

Sia in secondo luogo espressa dalla

$\overset{1}{Y} = A_1 x^2 + C_1 + H_1(x)$ la parabola che ha contatti di 1° ordine colla curva negli estremi delle ordinate y_{-a}, y_a, onde l'area del segmento chiuso dalla parabola stessa, e dalla corda suddetta verrà rappresentata dalla $\int_{-a}^{a} \left(\overset{1}{Y} - \overset{\circ}{Y}\right) dx$. Poniamo

$\overset{1}{Y} - \overset{\circ}{Y} = \overset{1}{Z} = a_1 x^2 + c_1 + H(x)$, e perchè $\overset{1}{Y}_{-a} = \overset{\circ}{Y}_{-a} = y_{-a}$, $\overset{1}{Y}_a = \overset{\circ}{Y}_a = y_a$;

$\overset{1}{Y}'_{-a}=y'_{-a}$, $\overset{1}{Y}'_a=y'_a$, $\overset{0}{Y}'=B$ costante, si avrà $\overset{1}{Y}_a-\overset{0}{Y}_a=0=a_1a^2+c_1$ $+H_1(a)$, $\overset{1}{Y}_{-a}-\overset{0}{Y}_{-a}=0=aa^2+c_1-H_1(a)$, onde $H_1(a)=0, c_1=-aa^2_1$, e dalla $\overset{1}{Y}'-\overset{0}{Y}'=2a_1x+K_1(x)$ si hanno le $y'_a-B=2a_1a+K_1(a)$, $y'_{-a}-B=-2a_1a+K_1(a)$, onde $y'_a-y'_{-a}=4a_1a$, e però

$a_1=\frac{y'_a-y'_{-a}}{4a}$ $c_1=-a_1a^2=-\frac{(y'_a-y'_{-a})}{4}a$ ed essendo

$\int\left(\overset{1}{Y}-\overset{0}{Y}\right)dx=\frac{a_1x^3}{3}+C_1x+L_1(x)$, ove $L_1(x)$ di grado pari,

si avrà il valore del segmento parabolico $=\int_{-a}^{a}\left(\overset{1}{Y}-\overset{0}{Y}\right)dx$

$$=2\left(\frac{a_1a^3}{3}+c_1a\right)=2\left(\frac{(y'_a-y'_{-a})a^2}{3.4}-\frac{(y'_a-y'_{-a})a^2}{4}\right)=-a^2\left(\frac{y'_a-y'_{-a}}{3}\right)$$

$=-\frac{a^2\overset{1}{F}}{3}$ posto $\overset{1}{F}=y'_a-y'_{-a}$. Questo valore aggiunto al precedente $a(y_a+y_{-a})$ darà un 2° valore più prossimo al vero, dell'elemento dell'area della curva, ossia di $\int_{-a}^{a}ydx$.

Rappresentisi in terzo luogo dalla

$\overset{2}{Y}=A_2x^4+C_2x^2+E_2+H_2(x)$ la parabola che negli estremi dell' archetto considerato della curva proposta ha contatti di secondo ordine, onde le $\overset{2}{Y}$, $\overset{2}{Y}'$, $\overset{2}{Y}''$ eguagliano le y, y', y'' corrispondentemente ai valori a $-a$ di x, e posto

$\overset{2}{Z}=\overset{2}{Y}-\overset{1}{Y}=a_2x^4+c_2x^2+e_2+h_2(x)$, perchè $\overset{2}{Y}_a-\overset{1}{Y}_a=0$, $\overset{2}{Y}_{-a}-\overset{1}{Y}_{-a}=0$, $\overset{2}{Y}'_a-\overset{1}{Y}'_a=0$, $\overset{2}{Y}'_{-a}-\overset{1}{Y}'_{-a}=0$, $\overset{1}{Y}''=2a_1$, costante si avranno le equazioni

$$\overset{2}{Y}_a-\overset{1}{Y}_a=a_2a^4+c_2a^2+e_2+h_2(a)=0, \overset{2}{Y}_{-a}-\overset{1}{Y}_{-a}=a_2a^4+c_2^2a^2+e_2-h_2(a)=0$$

$$\overset{2}{Y}'_{-a}-\overset{2}{Y}'_a=4a_2a^3+2c_2a+k_2(a)=0, \overset{2}{Y}'_{-a}-\overset{1}{Y}'_{-a}=-4a_2a^3-2c_2a+k_2(a)$$

$$\overset{2}{Y}''_a-\overset{1}{Y}''_a=12a_2a^2+2c_2+h_3(a)\ \overset{2}{Y}''_{-a}-\overset{1}{Y}''_{-a}=12a_2a^2+2c_2-h_3(a);$$

dalle quali si deducono le seguenti $h_2(a)=0$, $k_2(a)=0$; $0=a_2a^4+c_2a^2+e_2$; $0=2a_2a^2+c_2$; $y''a+y''_{-a}-4a_1=24a_2a^2+4c_2$, e fatto $\overset{2}{F}=y''a+y''_{-a}-\frac{(y'a-y'_{-a})}{a}$ da esse si ricavano le

$$a_2=\frac{\overset{2}{F}}{2^4a^2},\ c_2=\frac{-2\overset{2}{F}}{2^4},\ e_2=\frac{\overset{2}{F}a^2}{2^4}.$$

Pertanto l'area della lunula chiusa dagli archetti delle parabole dalle ordinate $\overset{1}{Y}$, $\overset{2}{Y}$, espressa dalla

$$\int_{-a}^{a}\left(\overset{2}{Y}-\overset{1}{Y}\right)dx=2\left(\frac{a_2a^5}{5}+\frac{c_2a^3}{3}+e_2a\right),$$

trovasi $=\frac{\overset{2}{F}a^3}{2^3}\left(\frac{1}{5}-\frac{2}{3}+1\right)=\frac{\overset{2}{F}a^3}{1.3.5}$ che aggiunto all' ultimo valore approssimato di $\int_{-a}^{a}ydx$ ne darà un 3° valore

$$a\left(ya+y_{-a}\right)-\frac{a^2}{1.3}\left(y'a-y'_{-a}\right)+\frac{a^3}{1.3.5}\left(y''a+y''_{-a}-\frac{y'a-y'_{-a}}{a}\right)$$

anche più vicino al vero.

5.° Ora passando a trattare l' argomento con maggiore generalità esprimansi dalle

$\overset{n-1}{Y}=A_{n-1}x^{2n-2}+C_{n-1}x^{2n-4}+E_{n-1}x^{2n-6}+\ \ldots..\ +H_{n-1}(x)$,

$\overset{n}{Y}=A_nx^{2n}+C_nx^{2n-2}+E_nx^{2n-4}+\ \ldots\ldots..\ +H_n(x)$ le ordinate delle due parabole che negli estremi dell' archetto contemplato della data curva hanno rispettivamente contatti degli ordini $(n-1)$ esimo, ed ennesimo, e postone la differenza

$\overset{n}{Z}=\overset{n}{Y}-\overset{n-1}{Y}=a_nx^{2n}+c_nx^{2n-2}+e_nx^{2n-4}+\ \ldots\ldots\ +r_nx^2+s_n+h_n(x)$,

essendo $a_n=A_n$, $c_n=C_n-A_{n-1}$; ecc. corrispondentemente ai valori $a,-a$ di x verrà soddisfatta non solo l' Equazione $\overset{n}{Z}=\overset{n}{Y}-\overset{n-1}{Y}=0$, ma ben anche le sue Equazioni derivate fino all' ordine $(n-1)$ esimo, onde entrambe le $a,-a$ sono radici

n^{plo} dell'Equazione $\overset{n}{Z}=0$, il cui primo membro avrà la forma $\overset{n}{Z}=\overset{n}{Y}-\overset{n-1}{Y}=\overset{n}{M}(x^2-a^2)^n=\overset{n}{M}\Big(x^{2n}-nx^{2n-2}a^2+\frac{n(n-1)}{2}x^{2n-4}a^4+\ldots\ldots$ $(-1)^n\frac{n(n-1)}{2}x^4a^{2n-4}-(-1)^n nx^2a^{2n-2}+(-1)^n a^{2n}=0$ che confrontata col supposto valore di $\overset{n}{Z}$ dà

$a_n=\overset{n}{M}$, $c_n=-n\overset{n}{M}a^2$, $e_n=\frac{n(n-1)}{2}\overset{n}{M}a^4$, $\ldots\ldots r_n=-\overset{n}{M}(-1)^n na^{2n-2}$, $s_n=\overset{n}{M}(-1)^n a^{2n}$ ove rimane a determinarsi la costante $\overset{n}{M}$.

L' ennesima derivata della $\overset{n}{Y}-\overset{n-1}{Y}=\overset{n}{M}(x^2-a^2)^n$ trovasi essere $\overset{n}{Z}^{(n)}=\overset{n}{Y}^{(n)}-\overset{n-1}{Y}^{(n)}=Mn(n-1)\ldots\ldots 1\ 2^n a^n+L(x^2-a^2)$, essendo L una funzione intera razionale di x^2-a^2, che pertanto si annulla da $x=\pm a$, onde

$\overset{n}{Z}{}_a^{(n)}=\overset{n}{M}n(n-1)\ldots\ldots 1\ 2^n a^n$; $\overset{n}{Z}{}_{-a}^{(n)}=(-1)^n\overset{n}{M}n(n-1)\ldots\ldots 1\ 2^n a^n$, quindi $\overset{n}{Z}{}_a^{(n)}+(-1)^n\overset{n}{Z}{}_{-a}^{(n)}=2\overset{n}{M}n(n-1)\ldots 1\ 2^n a^n$, e posto $\overset{n}{Z}{}_a^{(n)}+(-1)^n\overset{n}{Z}{}_{-a}^{(n)}=\overset{n}{F}$, si otterrà

$$\overset{n}{M}=\frac{\overset{n}{F}}{2n(n-1)\ldots\ldots 1\ 2^n a^n},\quad \text{e però}$$

$$a_n=\frac{\overset{n}{F}}{2n(n-1)\ldots 1\ 2^n a^n},\ c_n=\frac{-n\overset{n}{F}}{2n(n-1)\ldots 1.2^n a^{n-2}},\ e_n=\frac{\frac{n(n-1)\overset{n}{F}}{2}}{2n(n-1)\ldots 1.2^n a^{n-4}},\ \ldots$$

$$r_n=\frac{-(-1)n\overset{n}{F}.a^{n-2}}{2n(n-1)\ldots 1\ 2^n},\ s_n=\frac{(-1)^n\overset{n}{F}a^n}{2n(n-1)\ldots 1\ 2^n}$$

: e l' area della lunula compresa fra gli archi delle due parabole dalle ordinate $\overset{n-1}{Y}$, $\overset{n}{Y}$ verrà espressa dalla

$$\int_{-a}^{a}Zdx=\int_{-a}^{a}\Big(a_nx^{2n}+c_nx^{2n-2}+e_nx^{2n-4}+\ldots+r_nx^2+s_n+h_2(x)\Big)dx=$$

$$=2\Big(\frac{a_na^{2n+1}}{2n+1}+\frac{c_na^{2n-1}}{2n-1}+\frac{e_na^{2n-3}}{2n-3}+\ldots+\frac{r_na^3}{3}+s_na\Big)=$$

$$=\frac{\overset{n}{F}a^{n+1}}{n(n-1)\ldots 1.2^n}\left(\frac{1}{2n+1}-\frac{n}{2n-1}+\frac{\frac{n(n-1)}{2}}{2n-3}-\ldots\ldots\right.$$

$$\left.-\frac{(-1)^n n}{3}+(-1)^n\right),$$

ossia scrivendo i termini posti fra le parentesi in ordine inverso

$$\int_{-a}^{a}\overset{n}{Z}dx=(-1)^n\frac{\overset{n}{F}a^{n+1}}{n(n-1)\ldots 1.2^n}\left(1-\frac{n}{3}+\frac{\frac{n(n-1)}{2}}{5}-\frac{\frac{n(n-1)(n-2)}{2.\,3}}{7}\ldots+\frac{(-1)^n}{2n+1}\right)$$

$$=\int_{-a}^{a}\overset{n}{M}(x^2-a^2)^n dx.$$

6.° Nella $\int_{-a}^{a}\overset{n}{M}(x^2-a^2)^n dx$, poniamo $x^2-a^2=a^2u^2$, onde dx $=\frac{audu}{\sqrt{1+u^2}}$ ed $\int_{-a}^{a}\overset{n}{M}(x^2-a^2)^n dx=\overset{n}{M}a^{2n+1}\int\frac{u^{2n+1}du}{\sqrt{1+u^2}}$.

Ora nella nota forma di riduzione

$$\int x^{m-1}dxX^p=\frac{x^{m-n}X^{p+1}}{m+np}-\frac{(m-n)a}{(m+np)b}\int x^{m-n-1}X^p, \text{ ove } X=a+bx^n,$$

fatto $x=u$ $m=2n+2$, $n=2$, $a=1$, $b=1$, $p=\frac{1}{2}$ si deduce

$\int\frac{u^{2n+1}du}{\sqrt{1+u^2}}=\frac{u^{2n}\sqrt{1+u^2}}{2n+1}-\frac{2n}{2n+1}\int\frac{u^{2n-1}du}{\sqrt{1+u^2}}$, nella quale ponendo successivamente per la n le $n-1$, $n-2$, ..., 1 si avranno i valori delle $\int\frac{u^{2n-1}du}{\sqrt{1+u^2}}$, $\int\frac{u^{2n-3}du}{\sqrt{1+u^2}}$, che ordinatamente sostituiti negli integrali precedenti verranno a far dipendere $\int\frac{u^{2n+1}du}{\sqrt{1+u^2}}$ da $\int\frac{udu}{\sqrt{1+u^2}}$ che si sa essere $=\sqrt{1+u^2}$, e si otterrà $\int\frac{u^{2n+1}du}{\sqrt{1+u^2}}=\sqrt{1+u^2}\left(\frac{u^{2n}}{2n+1}-\frac{2n\;u^{2n-2}}{(2n+1)(2n-1)}\right.$

$$+\frac{2n(2n-2)u^{2n-4}}{(2n+1)(2n-1)(2n-3)}-\ldots-\frac{(-1)^n 2n(2n-2)\ldots 4u^2}{(2n+1)(2n-1)\ldots 3}\Big)+$$

$$+(-1)^n\frac{2n(2n-2)\ldots 2}{(2n+1)(2n-1)\ldots 1}$$ e però

$$\int \overset{n}{M}(x^2-a^2)^n dx=\overset{n}{M}a^{2n+1}\sqrt{1+u^2}\Big(\frac{u^{2n}}{2n+1}-\frac{2nu^{2n-2}}{(2n+1)(2n-1)}+\ldots\ldots$$

$$+\frac{(-1)^n 2n(2n-2)\ldots\ldots 2}{(2n+1)(2n-1)\ldots\ldots 1}\Big),$$ ove rimesso per u^2 il suo valore $\frac{x^2-a^2}{a^2}$, che riesce $=0$ per $x=\pm a$, ed $\frac{x}{a}$ per $\sqrt{1+u^2}$ si consegue

$$\int_{-a}^{a}\overset{n}{Z}dx=\int_{-a}^{a}\overset{n}{M}(x^2-a^2)^n dx=2\overset{n}{M}a^{2n+1}(-1)^n\frac{2n(2n-2)\ldots\ldots 2}{(2n+1)(2n-1)\ldots 1}$$

$$=\frac{(-1)^n a^{n+1}\overset{n}{F}}{(2n+1)(2n-1)\ldots 1};$$ perchè

$$\overset{n}{M}=\frac{\overset{n}{F}}{2n(n-1)\ldots 1.2^n a^n}=\frac{\overset{n}{F}}{2.2n(2n-2)\ldots\ldots 2.a^n}.$$

Confrontando questo risultamento col precedente si trae

$$\frac{2n(2n-2)(2n-4)\ldots 2}{(2n+1)(2n-1)\ldots 3.1}=1-\frac{n}{3}+\frac{\frac{n(n-1)}{2}}{5}-\frac{\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}}{7}\ldots\frac{(-1)^n}{2n+1},$$

da cui si enuncia il teorema; che il prodotto dei primi n numeri pari diviso pel prodotto dei primi $n+1$ numeri dispari eguaglia la somma delle $n+1$ frazioni, i cui numeratori sono i coefficienti degli $n+1$ termini dello sviluppo di $(a-b)^n$, ed i denominatori ordinatamente i detti $n+1$ numeri dispari.

7.° Passiamo ora a determinare la legge, colla quale si succedono le quantità $\overset{0}{F},\overset{1}{F},\overset{2}{F},\ldots,\overset{n}{F}$.

Dalle $\overset{n-1}{Y}-\overset{n-2}{Y}=\overset{n-1}{Z}$, $\overset{n-2}{Y}-\overset{n-3}{Y}=\overset{n-2}{Z},\ldots,$ $\overset{1}{Y}-\overset{0}{Y}=\overset{1}{Z}$, $\overset{0}{Y}=\overset{0}{Z}$, assieme sommate si ha

$\overset{n-1}{Y} = \overset{n-1}{Z} + \overset{n-2}{Z} + \ldots + \overset{1}{Z} + \overset{0}{Z}$, ed essendo $\overset{n}{F} = \overset{n(n)}{Z_a} + (-1)^n \overset{n(n)}{Z_{-a}} = \overset{n(n)}{Y_a}$ $- \overset{n-1(n)}{Y_a} + (-1)^n \left(\overset{n(n)}{Y_{-a}} - \overset{n-1(n)}{Y_{-a}} \right)$, e perchè $y^{(n)}_a = \overset{n(n)}{Y_a}$, $y^{(n)}_{-a} = \overset{n(n)}{Y_a}$ sarà

$$\overset{n}{F} = y^{(n)}_a + (-1)^n y^{(n)}_{-a} - \left(\overset{n-1(n)}{Z_a} + (-1)^n \overset{n-1(n)}{Z_{-a}} \right) - \left(\overset{n-2(n)}{Z_a} + (-1)^n \overset{n-2(n)}{Z_a} \right)$$
$$- \left(\overset{n-3(n)}{Z_a} + (-1)^n \overset{n-3(n)}{Z_{-a}} \right) - \text{ ecc.}$$

Nella $\overset{n}{Z} = \overset{n}{M}(x^2 - a^2)^n$ posto $x^2 - a^2 = z$, quindi $z' = 2x$, $z'' = 2$, $z''' = 0$, e $\overset{n}{Z} = \overset{n}{M} z^n$, le cui derivate si trovano essere

$$\overset{n}{Z}' = n\overset{n}{M} z^{n-1} z,$$
$$\overset{n}{Z}'' = n(n-1)\overset{n}{M} z^{n-2} z'^2 + n\overset{n}{M} z^{n-1} z'',$$
$$\overset{n}{Z}''' = n(n-1)(n-2)\overset{n}{M} z^{n-3} z'^3 + 3n(n-1)\overset{n}{M} z^{n-2} z' z''$$
$$\overset{n}{Z}^{\text{IV}} = n(n-1)(n-2)(n-3)\overset{n}{M} z^{n-4} z'^4 + 6n(n-1)(n-2)\overset{n}{M} z^{n-3} z'^2 z''$$
$$+ 3n(n-1)\overset{n}{M} z^{n-2} z''^2$$ ec. ec. generalmente espresse dalla

$$\overset{n}{Z}^{(r)} = \overset{n}{M} \Big\{ n(n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-r+1) z^{n-r} z'^r + \frac{r(r-1)}{2} n(n-1)\ldots\ldots (n-r+2) z^{n-r+1} z'^{r-2} z''$$
$$+ \frac{r(r-1)(r-2)(r-3)}{2.\ 4} \Big(n(n-1)\ldots(n-r+3) \Big) z^{n-r+2} z'^{r-4} z''^2$$
$$+ \frac{r(r-1)(r-2)(r-3)(r-4)(r-5)}{2.\ 4.\ 6} \Big(n(n-1)\ldots(n-r+4) \Big) z^{n-r+3} z'^{r-6} z''^3 + \text{ ec.} \Big\}$$

la quale si riduce sempre ad un solo termine da $x = \pm a$, o $z = 0$, cioè a quel termine nel quale l'esponente della z è $= 0$, perchè tutti i termini precedenti sono moltiplicati per quell'esponente, e vengono da esso annullati, e tutti i susseguenti hanno per fattore la z elevata ad una potenza positiva, e rendonsi nulli da $z = 0$, quindi quando $r = n - 1$, $r - n + 1 = 0$, la $\overset{n}{Z}^{(r)}$ riducesi al secondo termine, al terzo se $r = n - 2$, e via; onde, posto per n le $n-1$, $n-2$, ..., e per r la n,

$$\overset{n-1}{Z}{}^{(n)}=\overset{n-1}{M}\frac{n(n-1)}{2}(n-1)(n-2)\ldots1.2^{n-1}x^{n-2};$$

$$\overset{n-2}{Z}{}^{(n)}=\overset{n-2}{M}\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.\ 4}(n-2)(n-3)\ldots1.2^{n-2}x^{n-4};$$

$$\overset{n-3}{Z}{}^{(n)}=\overset{n-3}{M}\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{2.\ 4.\ 6.}(n-3)(n-4)\ldots1.2^{n-3}x^{n-6};$$

e per le costanti $\overset{n-1}{M}$, $\overset{n-2}{M}$, $\overset{n-3}{M}$,..., ponendo i loro valori (n.° 5)

$$\overset{n-1}{M}=\frac{\overset{n-1}{F}}{2(n-1)(n-2)\ldots1.2^{n-1}a^{n-1}},\quad \overset{n-2}{M}=\frac{\overset{n-2}{F}}{2(n-2)(n-3)\ldots1\ 2^{n-2}a^{n-2}},$$

$$\overset{n-3}{M}=\frac{\overset{n-3}{F}}{2(n-3)(n-4\ldots1.2^{n-3}\,a^{n-3}}$$ si ha

$$\overset{n-1}{Z}{}^{(n)}=\frac{\frac{\overset{n-1}{F}n(n-1)x^{n-2}}{2}}{2\ a^{n-1}},\quad \overset{n-2}{Z}{}^{(n)}=\frac{\frac{\overset{n-2}{F}n(n-1)(n-2)(n-3)x^{n-4}}{2.\ 4}}{2\ a^{n-2}};$$

$$\overset{n-3}{Z}{}^{(n)}=\frac{\frac{\overset{n-3}{F}n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)x^{n-6}}{2.\ 4.\ 6}}{2\ a^{n-3}}.$$

Quindi trovasi, sia n pari o dispari,

$$\overset{n-1}{Z}{}^{(n)}{}_a+(-1)^n\overset{n-1}{Z}{}^{(n)}{}_{-a}=\frac{n(n-1)\overset{n-1}{F}}{2\ a},\quad \overset{n-2}{Z}{}^{(n)}{}_a+(-1)^n\overset{n-2}{Z}{}^{(n)}{}_{-a}=\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)\overset{n-2}{F}}{2.\ 4.\ a^2};$$

$$\overset{n-3}{Z}{}^{(n)}{}_a+(-1)^n\overset{n-3}{Z}{}^{(n)}{}_{-a}=\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)\overset{n-3}{F}}{2.\ 4.\ 6.\ a^3};$$ ec. che

poste nell' espressione di $\overset{n}{F}$, dà

$$\overset{n}{F}=y^{(n)}{}_a+(-1)^ny^{(n)}{}_{-a}-\frac{n(n-1)\overset{n-1}{F}}{2.\ a}-\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)\overset{n-2}{F}}{2.\ 4.\ a^2}-$$

$$-\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)\overset{n-3}{F}}{2.\ 4.\ 6.\ a^3}$$ ec. da cui successi-

vamente ponendovi $n=0, 1, 2,\ldots$, si hanno le

$$\overset{0}{F}=y_a+y_{-a}\,,$$

$$\overset{1}{F}=y'_a-y'_{-a}\,,$$

$$\overset{2}{F}=y''_a+y''_{-a}-\frac{\overset{1}{F}}{a}\,,$$

$$\overset{3}{F}=y'''_a-y'''_{-a}-\frac{3\overset{2}{F}}{a}\,,$$

$$\overset{4}{F}=y^{iv}_a+y^{iv}_{-a}-\frac{6\overset{3}{F}}{a}-\frac{3\overset{2}{F}}{a^2}\,,$$

$$\overset{5}{F}=y^{v}_a-y^{v}_{-a}-\frac{10\overset{4}{F}}{a}-\frac{15\overset{3}{F}}{a^2}\,,$$

$$\overset{6}{F}=y^{vi}_a+y^{vi}_{-a}-\frac{15\overset{5}{F}}{a}-\frac{45\overset{4}{F}}{a^2}-\frac{15\overset{3}{F}}{a^3}\,,$$

$$\overset{7}{F}=y^{vii}_a-y^{vii}_{-a}-\frac{21\overset{6}{F}}{a}-\frac{105\overset{5}{F}}{a^2}-\frac{105\overset{4}{F}}{a^3}\,,$$

ec. ec.

essendo espressi dalle

1.° $\int_{-a}^{a}\overset{0}{Y}dx=\int_{-a}^{a}\overset{0}{Z}dx=a\overset{0}{F}=a(y_a+y_{-a})=\overset{0}{P}$,

il valore del trapezio terminato dalle ordinate y_a, y_{-a}, dalla corda che ne congiunge le estremità, e dall' asse delle x.

2.° $\int_{-a}^{a}\overset{1}{Z}dx=-\frac{a^2\overset{1}{F}}{3}=-\frac{a^2}{3}(y'_a-y'_{-a})=\overset{1}{P}$, quello del segmento parabolico racchiuso dalla corda suddetta, dall' archetto della parabola dall' ordinata $\overset{1}{Y}$.

3.° $\int_{-a}^{a}\overset{2}{Z}dx=\frac{a^3\overset{2}{F}}{3.5}=a^3\frac{(y''_a+y''_{-a})-a^2(y'_a-y'_{-a}}{3.\ 5}=\overset{2}{P}$,

il valore della prima lunula compresa fra le parabole dalle ordinate $\overset{1}{Y}$, $\overset{2}{Y}$;

$$4.^\circ \int_{-a}^{a} \overset{3}{Z} dx = \frac{-a^4 \overset{3}{F}}{3.5.7} =$$

$$-a^4 \frac{(y'''_a - y'''_{-a}) + 3a^3(y''_a + y''_{-a}) - 3a^2(y'_a - y'_{-a})}{3.\ 5.\ 7} = \overset{3}{P},$$

quello della 2.ª lunula frapposta alle parabole delle ordinate $\overset{2}{Y}$, $\overset{3}{Y}$;

$$5.^\circ \int_{-a}^{a} \overset{4}{Z} dx = \frac{a^6 \overset{4}{F}}{3.5.7.9} =$$

$$= a^6 \frac{(y^{iv}_a + y^{iv}_{-a}) - 6a^4(y'''_a - y'''_{-a}) + 15a^3(y''_a + y''_{-a}) - 15a^2(y'_a - y'_{-a})}{3.\ 5.\ 7.\ 9}$$

$$= \overset{4}{P},$$

quello della 3.ª lunula chiusa dalle parabole delle ordinate $\overset{3}{Y}$, $\overset{4}{Y}$, e così di seguito.

8.° Pertanto si avranno nelle

$$1.^\circ\ \Sigma_0^m \overset{0}{P} = \frac{b-a}{2m}(y_0 + 2y_1 + 2y_2 + \ldots\ldots + 2y_{m-1} + y_m)$$

la somma degli m trapezii inscritti all' area della nostra curva limitata dalle ordinate y_0, y_m.

$$2.^\circ\ \Sigma_0^m \overset{1}{P} = -\left(\frac{b-a}{2m}\right)^2 (y'_m - y'_0)$$

qnella dei corrispondenti m segmenti parabolici di terzo grado,

$$3.^\circ\ \Sigma_0^m \overset{2}{P} = \frac{\left(\frac{b-a}{2m}\right)^3 (y''_0 + 2y''_1 + 2y''_2 + \ldots\ldots + 2y''_{m-1} + y''_m) -}{3.\ 5}$$

$$-\left(\frac{b-a}{2m}\right)^2 (y'_m - y'_0) = \frac{\left(\frac{b-a}{2m}\right)^3 (y''_0 + 2y''_1 + \ldots\ldots + y''_m)}{3.\ 5} + \frac{\Sigma_0^m \overset{1}{P}}{5}$$

la somma delle aree delle prime lunule;

$$4.^{\circ}\ \Sigma_0^m \overset{3}{P} = \frac{-\left(\frac{b-a}{2m}\right)^4 (y'''_m - y'''_0) + 3\left(\frac{b-a}{2m}\right)^3 (y''_0 + 2y''_1 + 2y''_2 + \ldots}{3.\ 5.\ 7}$$

$$\frac{\ldots + 2y''_{m-1} + y''_m) - 3\left(\frac{b-a}{2m}\right)^2 (y'_m - y'_0)}{3.\ 5.\ 7} = \frac{-\left(\frac{b-a}{2m}\right)^4 (y'''_m - y'''_0)}{3.\ 5.\ 7} + \frac{3\Sigma_0^m \overset{2}{P}}{7},$$

quella delle seconde lunule;

$$5.^{\circ}\ \Sigma_0^m \overset{4}{P} = \frac{\left(\frac{b-a}{2m}\right)^5 (y_0^{IV} + 2y_1^{IV} + 2y_2^{IV} + \ldots\ldots + 2y^{IV}_{m-1} + y_m^{IV})}{3.\ 5.\ 7.\ 9} -$$

$$\frac{-6\left(\frac{b-a}{2m}\right)^4 (y'''_m - y'''_0) + 15\left(\frac{b-a}{2m}\right)^3 (y''_0 + 2y''_1 + \ldots + y''_m)}{3.\ 5.\ 7.\ 9}$$

$$-15\left(\frac{b-a}{2m}\right)^2 (y'_m - y'_0) = \frac{\left(\frac{b-a}{2m}\right)^5 (y_0^{IV} + 2y_1^{IV} + 2y_2^{IV} + \ldots + 2y^{IV}_{m-1} + y^{IV}_m)}{3.\ 5.\ 7.\ 9}$$

$+ \frac{6\,\Sigma_0^m \overset{3}{P}}{9} - \frac{3\,\Sigma_0^m \overset{2}{P}}{7.\ 9}$ quella delle 3.ᵉ lunule; e via. Ed i valori sempre più approssimati dell'area della curva supposta, e quindi del corrispondente integrale definito, verranno dati dalle

$$\Sigma_0^m \overset{0}{P},\ \Sigma_0^m(\overset{0}{P} + \overset{1}{P}),\ \Sigma_0^m(\overset{0}{P} + \overset{1}{P} + \overset{2}{P}),\ \Sigma_0^m(\overset{0}{P} + \overset{1}{P} + \overset{2}{P} + \overset{3}{P}),\ \text{ecc.}$$

9.° Applichiamo questo processo alla determinazione del valore dell'integrale definito

$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$, che sappiamo essere $= \frac{\pi}{4} = 0{,}785398163397$,

avendosi l'indefinito $\int_0^x \frac{dx}{1+x^2} = \text{Arc.}\ (\text{Tang.} = x)$, quindi

$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \text{Arc.}\ (\text{Tang.} = 1) = \frac{\pi}{4}$. Posto $y = \frac{1}{1+x^2}$, si ottiene

$y' = \frac{-2x}{(1+x^2)^2}$, $y'' = \frac{6x^2-2}{(1+x^2)^3}$, $y''' = \frac{24x-24x^3}{(1+x^2)^4}$, ...

e fatto $m=4$, quindi $\frac{b-a}{2m} = \frac{1}{8}$, si trova

1.° $y_0 = 1$, $y_1 = y(\frac{1}{4}) = 0,941176470588$, $y_2 = y(\frac{2}{4}) = 0,8$, $y_3 = y(\frac{3}{4})$ $= 0,64$, $y_4 = y(1) = 0,5$ ed $y_0 + 2y_1 + 2y_2 + 2y_3 + y_4 =$ $6,262352941176470$, $\Sigma_0^4 \overset{4}{P} = 0,782794117647$.

2.° $y'_0 = 0$, $y'_4 = y'(1) = -0,5$, $y'_4 - y'_0 = -0,5$,
$\Sigma_0^4 \overset{1}{P} = + \; 0,002604166666$.

3.° $y''_0 = -2$, $y''_1 = y''(\frac{1}{4}) = 1,354773051088$, $y''_2 = y''(\frac{1}{2}) =$ $= - \; 0,256$, $y''_3 = y''(\frac{3}{4}) = 0,360448$ $y''_4 = y''(1) = 0,05$,
$y''_0 + 2y''_1 + 2y''_2 + 2y''_3 + y''_4 = - \; 4,000650102177895$,
$\Sigma_0^4 \overset{2}{P} = - \; 0,000000084649$.

4.° $y'''_0 = 0$, $y'''_4 = 0$; $y'''_4 - y'''_0 = 0$; $\Sigma_0^4 \overset{3}{P} = - \; 0,0000000036278$

che poste nelle espressioni delle $\Sigma_0^4 \overset{0}{P}$, $\Sigma_0^4 (\overset{0}{P} + \overset{1}{P})$, ec. danno

$\Sigma_0^4 \overset{0}{P} = 0,782794117647$, 1.° valore approssimato
coll' errore $= -0,002604045750$

$\Sigma_0^4 (\overset{0}{P} + \overset{1}{P}) = 0,785398284313$, 2.ª approssimazione
coll' errore $= +0,000000120916$

$\Sigma_0^4 (\overset{0}{P} + \overset{1}{P} + \overset{2}{P} = 0,785398199664$, 3.ª approssimazione,
coll' errore $= +0,0000000036267$

$\Sigma_0^4 (\overset{0}{P} + \overset{1}{P} + \overset{2}{P} + \overset{3}{P} = 0,785398163386$ 4.ª approssimazione, che differisce dal vero valore 0,785398163397 in meno di 11 bilionesimi.

10.° Per un secondo esempio cerchiamo il valore del logaritmo iperbolico del numero 2, che si sa essere $= 0,693147180559...$, ed è espresso da $\int_1^2 \frac{dx}{x}$.

Avendosi $y=\frac{1}{x}$, trovasi $y'=\frac{-1}{x^2}$, $y''=\frac{2}{x^3}$, $y'''=\frac{-6}{x^4}$, $y^{iv}=\frac{24}{x^5}$,

e fatto qui pure $m=4$, $\frac{b-a}{2m}=\frac{1}{8}$ si hanno le

1.° $y_0=y(1)=1$, $y_1=y(\frac{5}{4})=\frac{4}{5}=0{,}8$, $y_2=y(\frac{6}{4})=\frac{4}{6}=0{,}6$, $y_3=y(\frac{7}{4})=\frac{4}{7}=$ $0{,}\overline{571428}$, $y_4=y(2)=\frac{1}{2}=0{,}5$ onde $y_0+2y_1+2y_2+2y_3+y_4$ $=5{,}5761904\overline{76190}$; $\Sigma_0^4 \overset{0}{P}=0{,}6970238\overline{09523}$

2.° indi $y'_0=y'(1)=-1$, $y'_4=y'(2)=-\frac{1}{4}$, $\frac{y'_4-y'_0}{3}=-0{,}25$;

$\Sigma_0^4 \overset{1}{P}=\frac{-25}{64}=-0{,}00390625$,

3.° poi $y''_0=y''(1)=2$, $y''_1=y''(\frac{5}{4})=1{,}024$, $y''_2=y''(\frac{6}{4})=0{,}5\overline{92}$, $y''_3=y''(\frac{7}{4})=0{,}373177842565559$, $y''_4=y''(2)=0{,}25$, $y''_0+2y''_1+2y''_2$ $+2y_3+y''_4=6{,}22954087031638\overline{3}$ da cui

$\Sigma_0^4 \overset{2}{P}=\frac{6{,}2295408703163\overline{84}}{7680}+\frac{\Sigma^4 \overset{1}{P}}{5}=$

$0{,}00081113813415-0{,}00078125=0{,}00002988813415$,
ed essendo

4.° $y'''_0=y'''(1)=-6$, $y'''_4=y'''(2)=\frac{-6}{16}$, $=-0{,}375$,

$y'''_4-y'''_0=-5{,}625$, e però

$$\Sigma_0^4 \overset{3}{P}=\frac{-5{,}625}{430080}\ \frac{+3\Sigma_0^4 \overset{2}{P}}{7}=-0{,}0000130789670 5+0{,}0000128092003 5$$
$$=-0{,}0000002697667$$

$\Sigma_0^4 \overset{0}{P}=0{,}697023809524$, 1.° valore coll'errore $=+0{,}003876628964$

$\Sigma_0^4(\overset{0}{P}+\overset{1}{P})=0{,}693117559524$, 2.° $=-0{,}000029621036$

$\Sigma_0^4(\overset{0}{P}+\overset{1}{P}+\overset{2}{P})=0{,}693147447658$, 3.° $=+0{,}000000267098$

$\Sigma_0^4(\overset{0}{P}+\overset{1}{P}+\overset{2}{P}+\overset{3}{P})=0{,}693147177891$, 4.° $=-0{,}000000002669$

con errore molto maggiore di quello che è risultato nell'esempio precedente colla quarta approssimazione, onde ne consegue che nel calcolo dei logaritmi l'approssimazione riuscendo più lenta, ma più ordinata, converrà protrarla più oltre. Infatti ricercando il valore di $\Sigma_0^4 \overset{4}{P}$, trovasi

3.° $y'^{v}_0 = 24$, $y'^{v}_1 = 15{,}72864$, $y'^{v}_2 = 6{,}3209876543209$,

$y'^{v}_3 = 2{,}92449574582019$, $y'^{v}_4 = 0{,}75$, ed

$y'^{v}_0 + 2y'^{v}_1 + 2y'^{v}_2 + 2y'^{v}_3 + y'^{v}_4 = 49{,}724123400141 09$, e

$$\Sigma_0^4 \overset{4}{P} = \frac{49{,}72412340014109}{30965760} + \frac{6\overset{3}{P}}{9} - \frac{3\overset{2}{P}}{9\cdot 7} = 0{,}0000016057775$$

$$- 0{,}0000001798444 - 0{,}00000014232440 = 0{,}0000016057775$$

$- 0{,}0000016030884$, $= + 0{,}00000000026891$ che aggiunto all' ultimo valore darà il 5.° valore approssimato

$\Sigma_0^4 (\overset{0}{P} + \overset{1}{P} + \overset{2}{P} + \overset{3}{P} + \overset{4}{P}) = 0{,}693147180579$ con un errore in eccesso sul vero valore $0{,}693147180559$ di soli 20 bilionesimi

$$= + 0{,}000000000020.$$

11.° Nell' esporre ed applicare l' esposto metodo si è ritenuto tacitamente che i limiti dell' integrale definito $\int_a^b dx\, f(x)$ siano finiti, e che la $f(x)$ si mantenga essa pure finita fra essi limiti. Che se avvenga che uno, ad entrambi i limiti siano infiniti converrà tentare di trasformare il dato integrale definito coi metodi noti in altro fra limiti finiti. Così nei casi semplicissimi, che siano chiesti i valori degli integrali definiti $\int_0^\infty \frac{1+x^2}{dx}$, $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ spezzato il primo

$\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2}$ nei due $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} + \int_1^\infty \frac{dx}{1+x^2}$ nella seconda parte di esso si porrà $x = \frac{1}{y}$, onde $\frac{dx}{1+x^2} = -\frac{dy}{1+y^2}$, ed ai valori 1, ∞ di x corrispondendo li 1, 0 di y si avrà

$$\int_1^\infty \frac{dx}{1+x^2} = -\int_1^0 \frac{dy}{1+y^2} = \int_0^1 \frac{dy}{1+y^2} = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \text{ perlocchè}$$

$\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2} = 2\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$, già calcolato (n.° 9). Così avendosi

$\int_\infty^\infty \frac{dx}{1+x^2} = \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{1+x^2} + \int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2}$ nella prima parte $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{1+x^2}$ ponendo $x = -y$, quindi $\frac{dx}{1+x^2} = -\frac{dy}{1+y^2}$, e a valori $-\infty$, 0 di x corrispondendo que' ∞, 0 di y, sarà

$$\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{1+x^2} = -\int_\infty^0 \frac{dy}{1+y^2} = \int_0^\infty \frac{dy}{1+y^2} = \int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2}, \text{ quindi}$$

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{1+x^2} = 2\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2} = 4\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

$\doteq 3{,}141159{,}265358\ldots$ (n.° 9); valore della semicirconferenza del circolo che ha per raggio l'unità.

12.° Quanto alla scelta del numero m delle parti nelle quali convenga dividere l'area espressa dal dato integrale definito, a rendere men brigoso il calcolo numerico, converrà assumere per la m il più piccolo numero intero possibile, e quando altro non si opponga, porre anche $m = 1$; non avendosi in questa ipotesi per ogni calcolo di approssimazione che a trovare i valori numerici di due $y = f(x)$, o di due sue derivate; se non che talvolta si cadrebbe, come nei due esempi arrecati, nell'inconveniente di dovere accrescere di soverchio il numero n dei calcoli di approssimazione per

raggiungere quel grado di esattezza che si richiede nel valore dell'integrale. È però da riflettere che quando si voglia calcolare le tavole di una data trascendente $\int_1^x dx\, f(x)$ cioè determinare i valori corrispondenti alla serie dei numeri naturali $1, 2, 3, \ldots, p-1, p \ldots$ scelti rispetto ai primi di essi numeri valori convenienti per la m, questi si potranno successivamente diminuire fino a potere d'ordinario ben presto porre $m=1$. Così nel calcolo delle tavole logaritmiche determinato il logaritmo del numero 2, si potranno calcolare ordinatamente i logaritmi dei numeri susseguenti mediante la formola $\log. p = \int_1^p \frac{dx}{x} = \int_1^{p-1} \frac{dx}{x} + \int_{p-1}^p \frac{dx}{x}$ $= \log. (p-1) + \Delta \log. (p-1)$ rimanendo a calcolarsi i valori delle differenze $\Delta \log. (p-1) = \int_{p-1}^p \frac{dx}{x}$, nel che, quando p non sia tanto piccolo, si potrà fare $m=1$, essendo queste differenze molto piccole in confronto dei rispettivi logaritmi. Le medesime avvertenze valgono pure per il calcolo delle tavole di qualsivoglia trascendente espressa da un integrale definito $\int_a^x dx\, f(x)$, quando però i valori di $f(x)$, e delle prime sue derivate nel corso del calcolo, non divengano, o non tendano a divenire infinite.

13.° A maggiore intelligenza dell'esposto processo termineremo colle seguenti riflessioni dirette a chiarire alcune difficoltà, che per avventura potrebbero insorgere sul medesimo. E prima potrà sembrare strano che, mentre si è inteso di sostituire alle aree corrispondenti agli archetti della curva $y=f(x)$ (*) quelle spettanti a parabole aventi negli estremi

(*) Così denominiamo la curva rappresentata dall'Equazione $y=f(x)$.

di que' archetti contatti di un supposto ordine nesimo, e trovati i valori delle aree medesime, non si sia curato di determinare completamente le parabole stesse, nelle cui Equazioni si sono negletti tutti i termini affetti da potenze impari della x, di modo che, senza alterare gli ultimi risultamenti, si potranno intendere posti al luogo di quei termini altri da essi differenti, ed anzi aggiungere alle Equazioni quanti altri termini si vogliano moltiplicati da potenze dispari della x positive o negative, ed altresì dei termini irrazionali delle forme $Mx^{\frac{2m+1}{2n+1}}$, $Mx^{\frac{2m}{2n}}$, o trascendentali, come della forma N Sen. ax, avendosi $\int_{-a}^{a} Mx^{\frac{2m+1}{2n+1}} dx = 0$, $\int_{-a}^{a} Mx^{\frac{2m}{2n}} dx = 0$

$$\int_{-a}^{a} N\, dx \text{ Sen. } ax = 0,$$

per lo che non influirebbero nei valori di quelle aree. A questa objezione si risponde che dalle or recate osservazioni emerge che i valori determinati delle aree suddette appartengono non solo alle parabole mentovate ma sono anche comuni ad infinite altre curve paraboliche, iperboliche, algebraiche di diversi generi, oppur trascendentali, le quali per lo più non toccano, e non possano nemmeno negli estremi degli archetti della curva $y = f(x)$, senza che da ciò vengano in modo alcuno lese le verità dimostrate.

14.° Resterebbe inoltre da conoscere, se, invece di impiegare le parabole adottate, non possa talvolta riuscire utile la ricerca di altre curve di genere differente, e di natura più omogenea a quella della curva $y = f(x)$, nella speranza di giungere ad altri metodi, che guidino ad un' approssimazione più rapida, ed a calcoli men laboriosi. Al qual proposito torna opportuna la seguente dimostrazione, la quale, mentre rende vana quella lusinga, serve a sempre più convalidare il nostro processo.

Rappresentiamo colle $\overset{n}{Y}$, $\overset{n-1}{Y}$ le ordinate di due curve del medesimo genere quale si voglia, che abbiano cogli estremi

dell' archetto della curva $y=f(x)$ terminato alle sommità delle ordinate y_{-a}, y_a contatti rispettivamente degli ordini nesimo, (n—1) esimo, e poniamo come al numero 4

$\overset{n}{Z}=\overset{n}{Y}-\overset{n-1}{Y}$. Col ragionamento ivi usato troveremo qui pure

che le $-a$, a devono essere radici n^{ple} dell' Equazione $\overset{n}{Z}=0$, onde questa potrà presentarsi sotto la forma

$\overset{n}{Z}=\underset{n}{\omega}(x)(x^2-a^2)^n+\underset{n}{\mu}(x)=0$, ove le $\underset{n}{\omega}(x)$, $\underset{n}{\mu}(x)$ siano funzioni

arbitrarie delle x, n, e la seconda tale che sia $\int_{-a}^{a}dx\,\underset{n}{\mu}(x)=0$

e non influisca nei risultati finali, e possa quindi ommettersi,

onde basterà porre $0=\overset{n}{Z}=\underset{n}{\omega}(x)(x^2-a^2)^n$; quindi

$\overset{n-1}{Z}=\underset{n-1}{\omega}(x)(x^2-a^2)^{n-1}$, $\overset{n-2}{Z}=\underset{n-2}{\omega}(x)(x^2-a^2)^{n-2}$, ec. ove le

$\underset{n-1}{\omega}(x)$, $\underset{n-2}{\omega}(x)$, ec. si intendono dedotte dalla $\underset{n}{\omega}(x)$ ponendovi

successivamente per la n le $n-1$, $n-2$, ec.

Nella $\overset{n}{Z}=\underset{n}{\omega}(x)(x^2-a^2)^n$ posto $x^2-a^2=z$, onde $z'=2x$, $z''=2$,

$z'''=0$, e $\overset{n}{Z}=\underset{n}{\omega}\left(\sqrt{(z+a^2)}\right)z^n$, le cui derivate si trovano essere

$$\overset{n}{Z}'=nz^{n-1}z'\,\underset{n}{\omega}\left(\sqrt{(z+a^2)}\right)+\underset{1}{L}(z)$$

$$\overset{n}{Z}''=\left(n(n-1)z^{n-2}z'^2+nz^{n-1}z''\right)\underset{n}{\omega}\sqrt{(z+a^2)}\Big)+L(z)$$

$$\overset{n}{Z}'''=\left(n(n-1)(n-2)z^{n-3}z'^3+3n(n-1)z^{n-2}z'z''\right)\underset{n}{\omega}\left(\sqrt{(z+a^2)}\right)+\underset{3}{L}(z)$$

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

$$\overset{n}{Z}^{(r)}=\Big(n(n-1)(n-2)\ldots..(n-r+1)z^{n-r}z'^r+\frac{r(r-1)}{2}n(n-1)\ldots\ldots..$$

$$........(n-r+2)\, z^{n-r+1} z'^{r-2} z'' + \frac{r(r-1)(r-2)(r-3)n(n-1)}{2.\,4}.......$$

$$....(n-r+3)\, z^{n-r+2} z'^{r-4} z''^{2} + \frac{r(r-1)(r-2)(r-3)(r-4)(r-5)n(n-1)}{2.\,4.\,6}...$$

$$....(n-r+4)\, z^{n-r+3} z'^{r-6} z''^{3} + \text{ ec.}\Big)\underset{n}{\omega}\left(\sqrt{(z+a^2)}\right) + \underset{r}{L}(z)$$

— — — — — — — — — — — — — — — — — —

$$\overset{n}{Z}{}^{(n)} = n(n-1)(n-2)\ldots 1\,.z'^{n}\underset{n}{\omega}\left(\sqrt{(z+a^2)}\right) + \underset{n}{L}(z),$$

ove tutte le L si annullano colla z, cioè quando $x = \pm a$. Quindi

$$\overset{n}{Z}{}^{(n)}_{a} = n(n-1)(n-2)\ldots 1\,.2^n a^n \underset{n}{\omega}(a),$$

$$(-1)^n \overset{n}{Z}{}^{(n)}_{-a} = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots 1\,.2^n a^n \underset{n}{\omega}(-a),$$ onde

$$\overset{n}{Z}{}^{(n)}_{a} + (-1)^n \overset{n}{Z}{}^{(n)}_{-a} = n(n-1)(n-2)\ldots 1\,.2^n a^n \left(\underset{n}{\omega}(a) + \underset{n}{\omega}(-a)\right),$$ che

anche quì porremo $= \overset{n}{F}$, per cui $\underset{n}{\omega}(a) + \underset{n}{\omega}(-a) = \dfrac{\overset{n}{F}}{n(n-1)..1\,.2^n a^n}.$

Ponendo nell'espressione di $\overset{n}{Z}{}^{(r)}$ la n per la r e per la n prima la $n-1$, poi le $n-2$, $n-3$, ec. come al n.° 6 si trovano le

$$\overset{n-1}{Z}{}^{(n)} = \frac{n(n-1)}{2}(n-1)(n-2)..1\,.2^{n-1} x^{n-2} \underset{n-1}{\omega}(x) + \underset{n-1}{L}(x^2-a^2)$$

$$\overset{n-2}{Z}{}^{(n)} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.\,4}(n-2)(n-3)..1\,.2^{n-2} x^{n-4} \underset{n-2}{\omega}(x) + \underset{n-2}{L}(x^2-a^2),$$

$$\overset{n-3}{Z}{}^{(n)} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{2.\,4.\,6}(n-3)\ldots 1\,.2^{n-3} x^{n-6} \underset{n-3}{\omega}(x)$$

$+ \underset{n-3}{L}(x^2-a^2)$, ricordando le

$x^2-a^2=z\quad x=\sqrt{(z+a^2)}$, $z'=2x$, $z''=2$, e da esse si hanno le

$$\overset{n-1}{Z}{}^{(n)}_{a} + (-1)^n \overset{n-1}{Z}{}^{(n)}_{-a} = \frac{n(n-1)}{2}(n-1)(n-2)..1\,.2^{n-1} a^{n-2}\left(\underset{n-1}{\omega}(a) + \underset{n-1}{\omega}(-a)\right)$$

$$\overset{n-2}{Z}{}^{(n)}{}_a+(-1)^n\overset{n-2}{Z}{}^{(n)}{}_{-a}=\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.\ 4}(n-2)\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots 1.2^{n-2}\,\alpha^{n-4}\left(\underset{n-2}{\omega}(\alpha)+\underset{n-2}{\omega}(-\alpha)\right)$$

$$\overset{n-3}{Z}{}^{(n)}{}_a+(-1)^n\overset{n-3}{Z}{}^{(n)}{}_{-a}=\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{2.\ 4.\ 6}(n-3)\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots 1.2^{n-3}\alpha^{n-6}\left(\underset{n-3}{\omega}(\alpha)+\underset{n-3}{\omega}(-\alpha)\right),$$ ec. ma dalla

$$\underset{n}{\omega}(\alpha)+\underset{n}{\omega}(-\alpha)=\frac{\overset{n}{F}}{n(n-1)\ldots 1\ 2^n\alpha^n}$$ si hanno le

$$\underset{n-1}{\omega}(\alpha)+\underset{n-1}{\omega}(-\alpha)=\frac{\overset{n-1}{F}}{(n-1)(n-2)\ldots 1.2^{n-1}\alpha^{n-1}},$$

$$\underset{n-2}{\omega}(\alpha)+\underset{n-2}{\omega}(-\alpha)=\frac{\overset{n-2}{F}}{(n-2)\ldots 1\ 2^{n-2}\alpha^{n-2}},$$

$$\underset{n-3}{\omega}(\alpha)+\underset{n-3}{\omega}(-\alpha)=\frac{\overset{n-3}{F}}{(n-3)\ldots 1.2^{n-3}\alpha^{n-3}}$$

che poste nelle precedenti danno

$$\overset{n-1}{Z}{}^{(n)}{}_a+(-1)^n\overset{n-1}{Z}{}^{(n)}{}_{-a}=\frac{n(n-1)}{2}\,\frac{\overset{n-1}{F},}{\alpha}$$

$$\overset{n-2}{Z}{}^{(n)}{}_a+(-1)^n\overset{n-2}{Z}{}^{(n)}{}_{-a}=\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.\ 4}\,\frac{\overset{n-2}{F}}{\alpha^2},$$

$$\overset{n-3}{Z}{}^{(n)}{}_a+(-1)^n\overset{n-3}{Z}{}^{(n)}{}_{-a}=\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{2.\ 4.\ 6}\,\frac{\overset{n-3}{F}}{\alpha^3},$$ ec.

e trovandosi come al citato n.° 6

$$\overset{n}{F}=y^{(n)}{}_a+(-1)^n y^{(n)}{}_{-a}-\left(\overset{n-1}{Z}{}^{(n)}{}_a+(-1)^n\overset{n-1}{Z}{}^{(n)}{}_{-a}\right)$$

$$-\left(\overset{n-2}{Z^{(n)}}_a+(-1)^n\overset{n-2}{Z^{(n)}}_{-a}\right)-\left(\overset{n-3}{Z^{(n)}}_a+(-1)^n\overset{n-3}{Z^{(n)}}_{-a}\right)-\text{ ec.}$$

si avrà la

$$\overset{n}{F}=y^{(n)}_a+(-1)^n y^{(n)}_{-a}-\frac{n(n-1)}{2}\frac{\overset{n-1}{F}}{a}-\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.\,4}\frac{\overset{n-2}{F}}{a^2}$$

$$-\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{2.\,4.\,6}\frac{\overset{n-3}{F}}{a^3}-\text{ ec.}$$

che è identica a quella che fu trovata al n.° 6., e guida alle medesime conseguenze ivi dedotte, onde si conchiude che, qualunque sia il genere di curve che si voglia adoperare in luogo delle parabole da prima scelte, si giungerà sempre alle stesse finali risultanze, con che si conferma l'ordine di calcolo precedentemente stabilito, cui pertanto si ritiene dovuta piena fiducia.

15.° E di vero se invece di sostituire alla nostra curva $y=f(x)$ un sistema discreto di m pezzi di curva differenti cadauno dei quali termina alle sommità di due y_{-a}, y_a (n.° 2) delle $m+1$ ordinate $y_0, y_1, \ldots\ldots y_m$ del n.° 1, toccandovi la curva nel modo indicato, si volesse usare di tratti di curva più estesi che passassero per un maggior numero di punti successivi, ne' quali fu divisa la curva, per esempio, per gli estremi delle ordinate..... y_{-5a}, y_{-3a}, y_{-a}, y_a, y_{+3a}, y_{+5a} ed ivi secondo l'ordine supposto la toccassero, oppure si volesse impiegarvi una sol curva continua, che passando per tutti i punti di divisione della curva $y=f(x)$, la toccasse sempre secondo l'ordine nesimo, si troverebbe che la $\overset{n}{Z}$ del n.° 14, oltre il fattore $(x^2-a^2)^n$, deve avere anche i fattori (x^2-9a^2), $(x^2-25a^2)^n$ perchè anche le $-3a, +3a$; $-5a, +5a$, dovrebbero essere radici n^{ple} dell'equazione $\overset{n}{Z}=0$. Per lo che la funzione arbitraria ω della $\overset{n}{Z}=(x^2-a^2)^n \underset{n}{\omega}(x)$ deve concepirsi della forma $\underset{n}{\omega}(x)=(x^2-9a^2)^n(x^2-25a^2)^n v_n$

ove $v_n(x)$ sia anche essa una funzione arbitraria della x, il che senza alterare per nulla l'ordine dei precedenti ragionamenti per la determinazione del valore approssimato del proposto integrale definito condurrebbe al nostro solito metodo descritto ai n.^{i} 6, 7, applicato ai n.^{i} 9, 10 e nel precedente n.^{o} 14 generalmente dimostrato. E perchè la funzione arbitraria v_n che rimane nell'espressione della $\overset{n}{Z}$ lascia indeterminata la curva che si intende sostituire alla $y=f(x)$, sarà lecito l'immaginare che nell'eseguita ricerca fra le molte curve indicate dalla $\overset{n}{Z}=0$, che passano per tutti i punti di divisione della data curva $y=f(x)$, toccandola secondo l'ordine nesimo, siasi usata quella che le scorre più da vicino, e meglio si applica alla sua curvatura, somministrando la più soddisfacente soluzione della propostaci questione.

SPONTANEA USCITA

DI UN PEZZO DI GROSSA SPILLA D'ACCIAJO

DAL LATO INTERNO

DEL GINOCCHIO SINISTRO DI UNA GIOVINETTA

MEMORIA

DEL SIGNOR PROFESSORE PAOLO GADDI

LETTA ALLA R. ACCADEMIA

nell' adunanza del 10 *Marzo* 1859

Non è caso nuovo per la scienza, che corpi estranei di natura organica od inorganica, per cause e per vie diverse siansi introdotti nell' organismo umano, e soggiornandovi più o meno a lungo, siansi trasportati insensibilmente di regione in regione, schiudendosi alla perfine una uscita. A tale genere di fatti appartiene appunto quello intorno al quale, o Signori, è mio divisamento brevemente ragionarvi.

Una giovinetta lavandaja di 13 anni, nata a Reggio ma in Modena domiciliata, figlia di madre tratta a morte da tabe tubercolare, e dalla quale ebbe in retaggio abito scrofoloso, venne nel dì 5 settembre 1858 accolta nel nostro ospitale civile, ed alle mie cure affidata. Sottoposta a conveniente regime medicamentoso, la giovinetta notabilmente migliorò in salute, a segno che diminuiti gl' ingorghi glandulari, a capo di tre mesi, ella poteva coadjuvare le persone addette al servizio delle inferme, come volontaria assistente. In sul cominciare però del gennajo ultimo scorso,

venne presa da febbre, da oftalmia, da dolori ch' ella indicava come cardiaci, e da reumatismo articolare. Di nuovo obbligata al letto, ed opportunamente curata giusta i sintomi comparsi, provò novello miglioramento. Però il ginocchio sinistro soverchiamente le restava dolente non solo, ma dopo pochi giorni manifestavasi in esso, calore, rossore, e gonfiezza. Localizzato così il morbo artritico, le altre articolazioni si andarono man mano sciogliendo, e cessando in quelle i dolori, le funzioni loro si resero per gradi libere. La diminuzione de' sintomi artritici fu preceduta dalla scomparsa dei patimenti cardiaci, e poscia della stessa oftalmia. La febbre però si mantenne ardita, onde facile era il concepire sospetto che l' articolazione del ginocchio fosse per addivenire sede di un tumore, che dubitai potesse in progresso assumere caratteri scrofolosi. Durante però il processo infiammatorio, oltre al dolore vivo, ed alla immobilità dell' articolazione, la giovinetta provò costantemente senso di puntura nella parte media e più profonda del tumore. Medicata convenientemente l' affetta articolazione, non andò guari che all' infiammazione tenne dietro una raccolta marciosa, e finalmente l' apertura spontanea dell' abscesso. Erasi questo formato al lato interno del ginocchio sinistro e precisamente nel luogo ove i muscoli, sartorio, retto interno, semitendinoso, e semimembranoso, hanno il loro attacco inferiore sulla superiore estremità della tibia. Uscitane copiosa quantità di materia purulenta, di molto diminuirono i patimenti della giovinetta, restavale però costante il senso di puntura. Fu nel giorno 12 dello scorso febbrajo che mentre da se sola stava operando il pulimento della piaga, le venne sott' occhio un punto nero, e diretto a quello il dito, dopo avere operato qualche spostamento, estrasse l' irruginito frammento di spilla di ferro, per tale giudicato alla calamita, e che alla vostra osservazione sottopongo. È questo della lunghezza di otto in nove millimetri appuntito all' un estremo, ed all' altro, offerente la sezione di un cilindro

del diametro di un millimetro. Uscito questo ospite molesto, la piaga volse ben presto al meglio, a segno tale che nel dì 21 successivo, ella abbandonò l' ospitale in istato di salute.

È questa, o Signori, l' esposizione del fatto, che, lo ripeto, non è nuovo in faccia alla scienza. E come ai cultori delle scienze naturali spetta, quando si possa, la spiegazione dei fenomeni che in natura si offrono, così è dovere mio il cercare modo di spiegare questo fatto stesso, rischiarandolo colla luce degli studj anatomici. Onde giungere frattanto a questa meta, io ben m' avvedo essere nell' obbligo di fare a me stesso due dimande, ed a quelle adequatamente rispondere.

1.ª Dimanda. Come mai il frammento di spilla sarà penetrato nell' organismo di questa giovinetta?

2.ª Dimanda. Quali vie avrà percorse quel frammento per uscire dall' organismo, nel lato interno del ginocchio sinistro?

E per cominciare col rispondere alla prima, premetto l' importante riflessione, essere la cute dell' uomo organo sommamente ricco di estremità periferiche nervose, provenienti da nervi dell' asse cerebro-spinale, e che in ordine alla innervazione, si può dire che la cute supera di gran lunga non pochi altri organi. Posto il quale irrefragabile fatto scatente dall' anatomica composizione elementare della cute, ne consegue che nell' uomo ella è dotata della più squisita sensibilità, e che ad acuirla viemaggiormente, vi concorre eziandio la circostanza di essere ella sede dell' organo del tatto, e di essere nell' umana specie pressocchè tutta nuda, nè già coperta da peli, da scaglie, da piume, come in altri animali. Il frammento di spilla, quale voi, o Signori, osservate, offre la punta all' uno de' suoi estremi, e qualora si volesse supporre che si fosse introdotto nella cute, converrebbe supporre del pari, ch' egli l' avesse ferita colla parte pungente, e che nella cute si fosse introdotto, ed entro di quella per l' intiera sua lunghezza sepolto. Ma tutto questo

avrebbe dovuto operarsi senza che la giovinetta se ne fosse accorta, poichè ella mi assicurò replicatamente di non essersi mai sentita forare, nè al lato interno del ginocchio sinistro nè altrove. D'altra parte, non essendovi alcun tratto della cute umana, in cui non si distribuiscano a dovizie estremità nervose, non si può supporre che la spilla abbia potuto infiggersi in un tratto di cute non dotato di sensibilità. Per le quali cose, se io non erro, può escludersi che avvertitamente il frammento di spilla siasi introdotto entro il tessuto cutaneo di questa giovinetta. Ma all'insaputa, senza cioè che la di lei sensibilità ne dasse avviso al principio senziente, vi potrebbe essere il caso, che il frammento di spilla avesse traforata la cute, ed in quella si fosse del tutto nascosto, senza nemanco lasciare traccia di se all'esterno? Questo modo di vedere ove si volesse accogliere per vero, costringerebbe a supporre, che durante il sonno si fosse operata l'introduzione del pezzo di spilla nella cute. E qui mi piace fare osservare, che è bensì vero esservi individui nei quali durante il sonno la sensibilità tattile viene ottusa, ma ch'ella poi venga soppressa in guisa da non iscuoterci all'impianto di una grossa spilla, fino a nascondersi del tutto nella di lei tessitura, questo certamente non si vorrà così di leggieri accogliere per vero. D'altronde gl'individui che profondamente dormono, sono quelli i quali esercitano mestieri faticosi, onde affranti dalla stanchezza, si abbandonano al sonno. Aggiungasi ancora, che la sensibilità della cute si fa meno squisita in quegl'individui che all'esercizio incombono di mestieri, pei quali la cute soggiace a compressioni, per cui ingrossandosi lo strato epidermico, le papille cutanee restano difese come da corneo astucchio, e meno sentono le esterne impressioni. Nulla di questo si verifica nella nostra giovinetta, la cui cute è quale si compete all'abito scrofoloso, cioè molle, delicata, pallida, e sensibilissima. Nè a renderla callosa vi contribuiva l'arte da essa lei esercitata, poichè è bensì vero ch'ella attendeva

al mestiere di lavandaja, ma con quella intensità che a lei permetteva lo stato valetudinario, e la tenera età. Per le quali cose parmi assai difficile, per non dire impossibile, che inavvertitamente durante il sonno, il frammento di spilla possa essersi introdotto nella cute di questa giovinetta. E giova eziandio notare, che se è vero che vi sono individui nei quali il sonno ottunde la sensibilità cutanea, altri ve ne sono, e sono pur tanti, che al minimo tocco, od alla semplice e lieve puntura di una zanzara, di una pulce, od anche di una mosca, sono immediatamente svegliati. Di più ancora, perchè durante il sonno la punta della spilla avesse potuto insinuarsi nella cute, avrebbe dovuto la spilla stessa poggiare contro corpo resistente, come tavola, altrimenti anzichè infiggersi nella cute, si sarebbe infossata nelle lenzuola, nel materasso, o nel pagliericcio su cui giaceva la giovinetta, giacchè ella asserì di dormire sopra letto soffice, nè già sopra tavola. D' altronde la parte del corpo da cui uscì il frammento di spilla, cioè il lato interno del ginocchio sinistro, non è una di quelle parti su cui poggia di preferenza il corpo dormendo, come sarebbero le natiche, le spalle, le regioni troncateriche, per cui non si saprebbe comprendere, come ivi si fosse operata l' introduzione del frammento di spilla. Da questo complesso di argomenti mi sembra potersene giustamente dedurre, che il frammento di spilla uscito dalla regione interna del ginocchio sinistro di questa giovinetta, non entrò nell' organismo di lei per la via esterna, cioè coll' essersi introdotto nella cute.

In quale modo adunque e per quale via sarà egli penetrato nei tessuti organici? Io credo che questo fatto sia avvenuto per la via della bocca, e che il pezzo di spilla sia nello stomaco disceso intromesso al cibo. E già la condizione di povera miserabile pone questa giovinetta nella circostanza di cibarsi di pane inferigno di preferenza. Il pane inferigno contiene molto cruschello, lo staccio quindi di cui si servono i panattieri per abburattare la farina per

quel genere di pane, ha pertugi così ampj, da permettere il passaggio al cruschello, e pel foro pel quale tragitta il cruschello, può passare certamente il frammento di spilla che avete sott' occhio. La fame d' altronde da cui la giovinetta, per la sua condizione miserrima, era di frequente tormentata, l' avrà di certo in molti incontri costretta ad ingojare il pane appena agirato in bocca, o malamente masticato. Onde è ammissibile senza dubbio la possibilità, che il frammento di spilla sia entrato nel di lei ventricolo in un col bolo del pane. Oppure può benissimo essersi dato il caso, che il frammento di spilla si nascondesse in qualche pezzo di carne di bue o di vaccina. Nè questo mio modo di vedere sembrerà strano qualora si sappia, come i bovini pascolando nei prati, in un colle erbe ingojano di frequente delle spille, le quali si introducono per le vie digerenti nel loro organismo. E già nella magnifica collezione di pezzi di anatomia comparata che figurano nel ricco Museo Bolognese, diretto dall' Illustre e preclaro Cavaliere Prof. Alessandrini, oriondo modenese, si osservano parecchi cuori bovini, in cadauno de' quali si rinvenne infissa una lunga spilla, di quella forma che usano le contadine ad assicurarsi sul capo le treccie di capelli. Il cuore dei bovini macellati d' altronde è la parte meno ricercata dalle persone agiate per farne cibo, onde di preferenza viene comprato, pel suo minore prezzo, dai miserabili, per cui potrebbe in questa fanciulla essersi introdotto nel ventricolo il frammento di spilla, mangiando ella cuore bovino. Ed io conservo nel Museo Patrio di Anatomia un cuore umano, nel quale vedesi un ago da cucire incrostato di materia rugginosa, infisso ed immedesimato nella grossezza della parete anteriore del ventricolo destro. Debbo alla gentilezza del Chiarissimo naturalista presso il Liceo di Reggio, Signor Prof. Giuseppe Galliani, il cortese dono di così interessante pezzo, fattomi nell' anno 1845. Apparteneva quel cuore ad individuo che travagliato per anni da sintomi cardiaci, morì vittima di

quelli, ed alla sezione del cadavere fornì il pezzo di cui discorro. Più consentaneo al vero si è adunque il credere, che il pezzo di spilla siasi introdotto coi cibi nel ventricolo della giovinetta, anzichè il supporlo introdotto nell' organismo, coll' esterna puntura, e colla completa intromissione nello spessore della cute. Per le quali argomentazioni credo avere risposto al primo dei quesiti ch' io mi era prefisso di svolgere.

Una volta che il frammento di spilla si trovò depositato nel ventricolo, come mai e per quale via si sarà portato fino al lato interno del ginocchio sinistro? Seconda dimanda alla quale mi accingo a rispondere. Che corpi stranieri all' organismo possano occultamente aggirarsi fra gli organi degli animali, non v' ha dubbio, ed i pezzi conservati nei musei Modenese e Bolognese, ne fanno piena fede. Oltre a questi fatti, sono notorj pur tanti casi di traslocamento di palle o palline di piombo, quali uscirono dopo lasso di tempo più o meno lungo, da parti della superficie del corpo, assai lontane ai punti del loro ingresso. Nè questo solo è noto, chè le così dette *metastasi* o trasporti di materie morbose da luogo a luogo, fanno conoscere questa facile permeabilità di alcuni tessuti dell' umano organismo. Onde nel caso nostro speciale, il frammento di spilla trovavasi nella condizione di quei corpi stranieri all' organismo, i quali cercano una via per uscire dall' organismo stesso percorrendo appunto tessuti di natura permeabile. I passi veramente cospicui che lo studio anatomico ha fatti in ordine ai tessuti celluloso, e membranacei, vengono opportunamente a spargere molta luce allo spiegamento di questi fatti in apparenza stranissimi. Limitandomi pertanto a delucidare quello di cui, o Signori, vi ragiono, comincierò dal tener dietro alla spilla entrata già coi cibi nel ventricolo.

Il bolo alimentare, percorse le vie della cavità orale, della faringe e dell' esofago, entra, prima che in altra parte dello stomaco, nella di lui grande insaccatura. Ivi giunto il cibo,

è tosto agitato in varie direzioni pel movimento peristaltico ed antiperistaltico del ventricolo, onde in un col bolo alimentare ivi arrivato il frammento di spilla, per l' accennato movimento si sarà svincolato dalle materie alimentari. Stimolando allora colla sua presenza e punzecchiando la membrana mucosa dello stomaco, le contrazioni della parete muscolare di quel viscere, si saranno fatte più energiche. Vuotatosi quindi il ventricolo dalle sostanze alimentari, il pezzo di spilla sarà rimasto ravvolto nei corrugamenti della membrana mucosa, ed investito dall' azione incalzante della tunica musculare, avrà traforata la membrana mucosa, e passato oltre la di lei stratificazione. Ed a conferma di questo mio modo di argomentare, mi piace fare riflettere, come le strette relazioni che passano fra l' estremità cardiaca dello stomaco ed il cuore, la mercè dell' interposto diaframma, spiegano come probabilmente allorquando operavasi questo traforamento, la giovinetta provasse i dolori e le molestie ch' ella riferiva alla regione del cuore. Tosto che il pezzo di spilla superò la grossezza della membrana mucosa, si trovò a contatto dello strato muscolare, strato che la spilla poteva tanto più facilmente oltrepassare, in quanto che le fibre sono disposte in fasci che lasciano fra loro degli interstizi occupati solo dalla cellulare. Guadagnato uno di questi interstizi, il pezzo di spilla si sarà portato immediatamente al disotto della membrana scierosa addominale, cioè del peritoneo ventricolare, coadiuvato anche dall' azione contrattile delle fibre. Arrivato ivi avrà egli traforato anche il peritoneo? Nò certamente. Il foro del peritoneo, che è membrana della più facile irritabilità, avrebbe portato la peritonite, od almeno destati molti sintomi di lei, tanto più che per uscire la spilla dal cavo peritoneale, e farsi poscia strada all' esterno dell' organismo, lo avrebbe dovuto ferire e passare in due punti. Aggiungasi ancora, che se la spilla avesse perforato il peritoneo che veste lo stomaco, si sarebbe portata per le leggi della gravità, e per l' azione dei moti intestinali, od

alle regioni inguinali o crurali interne, oppure alle basse regioni del peritoneo, ma in nessuno delli indicati luoghi, ella fece mostra di se. Oppure se uscendo dal ventricolo, ella si fosse posta fra i fogli del peritoneo formanti il grande epiploon perforandone il lembo estremo, si sarebbe depositata più direttamente alle regioni crurali od inguinali interne. Per le quali ragioni a parere mio il frammento di spilla non traforò il peritoneo, nè penetrò mai nella sua grande cavità. Uscito quindi dalla grande insaccatura dello stomaco, rimasto fra la peritoneale e la muscolare, il pezzo di spilla ha tosto rinvenuto i così detti vasi brevi o gastro-splenici, e guidato da questi si è collocato fra le lamine dell'epiploon gastro-splenico. Questo epiploon coprendo i vasi splenici, rassicura la milza ed il ventricolo alla colonna vertebrale, onde fra le lamine di lui, si portò contro la parte laterale sinistra dei corpi delle vertebre lombali, cioè sotto al diaframma, e precisamente sotto l' arcata tendinea di lui, che lascia il passo ai muscoli psoas dalla cavità toracica all'addominale. I muscoli psoas sono anch' essi coperti del peritoneo, ma fra il peritoneo e la loro superficie carnea, trovasi una fascia od aponeurosi denominata lombo-iliaca, la quale fedelmente li accompagna nel loro andamento. Il frammento di spilla quindi, abbandonando le lamine dell' epiploon gastro-splenico, si sarà portato sull'aponeurosi lombo-iliaca, e scorrendo poscia passo passo sopra di lei, sempre sotto al peritoneo, avrà percorsa tutta la lunghezza del grande psoas, e con lui tragittato sotto l' arcata femorale o legamento del nostro immortale Falloppio. Lasciati dietro di se vasi e nervi femorali, alla perfine si sarà posato in prossimità al piccolo trocantere del femore, punto estremo dell' attacco tendineo del muscolo psoas maggiore in unione al muscolo iliaco interno. Se il frammento di spilla anzichè sopra, fosse stato sotto l'aponeurosi lombo-iliaca, non avrebbe oltrepassati i confini del piccolo trocantere, ed ivi operando la formazione dell' abscesso, si sarebbe aperta l' uscita alla

regione superiore interna della coscia. Ma trovandosi egli, come si è detto, sopra la menzionata aponeurosi, facile gli fu penetrare nel tessuto celluloso, che nella regione posteriore della coscia unisce le aponeurosi che inviluppano, in quanto al lato interno i muscoli semimembranoso, semitendinoso, e retto interno, ed in quanto al lato esterno il muscolo bicipite femorale, tessuto celluloso assai permeabile e che serve di guida a cospicui tronchi vascolari e nervosi. Guidato di simil guisa il frammento di spilla dall' indicato tessuto, discese fino al poplite, giunto al quale, seguendo segnatamente l' andamento de' muscoli sopra nominati, appartenenti al lato interno della coscia, si depositò a ridosso di quelle parti tendinee che formano la così detta *Zampa d' oca*. Ivi si comportò alla maniera dei corpi irritativi, destò il processo flogistico cui successe la raccolta purulenta, che cercando libera uscita, manifestò la presenza di lui, onde da se stessa, lo estrasse la giovinetta.

Dimostrato, o Signori, come il frammento di spilla non abbia potuto introdursi nell' organismo, per la via della cute esterna, ma sibbene per la via della digestione, io credo che soltanto nella maniera da me esposta, possa giungersi ad intendere il lungo giro da esso lui percorso per uscire dall' organismo di questa giovinetta nel lato interno del ginocchio sinistro.

SUGLI EFFLUSSI DEI LIQUIDI DA' RECIPIENTI
NE' QUALI AFFLUISCE PERMANENTEMENTE UN VOLUME D' ACQUA
DIVERSO DA QUELLO CHE NELLO STESSO TEMPO È EROGATO DALLA LUCE

MEMORIA

DEL SIG. PROF. CESARE RAZZABONI

LETTA ALLA R. ACCADEMIA

nell' adunanza dell' 11 *Aprile* 1859

§. 1.° I trattatisti d'Idraulica comunemente usano restringere la teorica degli efflussi dei liquidi, o più specialmente dell' acqua, al caso dei recipienti tenuti costantemente pieni, o dei recipienti che si vuotano senz' acqua affluente. Il caso intermedio, quello cioè degli efflussi da' recipienti ne' quali affluisce un volume d' acqua diverso da quello che nello stesso tempo viene erogato dalla luce, è stato bensì considerato dal Montucla, Bossut, ed altri, ma unicamente limitato all' efflusso per una piccol luce ed a bocca libera. Questo qualsiasi lavoro, ch' io, o Signori, ho l' onore di presentarvi, considera l' indicato caso intermedio con tutta quella generalità che è comportata dalla possibilità dell' integrazione delle equazioni differenziali del movimento lineare di una massa liquida, possibilità ognor più ardua a conseguirsi per qualunque condizione, che alle già esistenti si vada mano mano aggiungendo.

§. 2.° La riuscita dell'integrazione di siffatte equazioni differenziali dipende dal modo con cui varia il volume d' acqua affluente, dalla figura della interna cavità del recipiente, dalla

grandezza e forma della luce, e dall' esser questa libera o soggetta a regurgito in altezza variabile o costante. Quanto al volume d' acqua affluente, riflettendo che ne' casi pratici il recipiente, per la cui luce si opera l' efflusso, è alimentato o da una sorgente o da un ruscello o da un canale composti allo stato di permanenza, così tale volume lo supporrò costante per ogni unità di tempo. I recipienti poi li considero prismatici e verticali rimettendo ai soliti metodi d' approssimazione usati dai pratici il caso in cui essi abbiano figure qualsivogliono. Rispetto alla grandezza e figura della luce distinguerò il caso in cui puossi considerarla un *foro* da quello in cui il battente o è nullo o di una grandezza comparabile coll' altezza verticale della luce: nel 1.° caso la figura del lume può essere qualunque, negli altri due vi attribuirò la figura più comunemente usata del rettangolo. Qualunque poi infine sia la luce considererò, tanto il caso che sia libera, come soggetta a regurgito.

§. 3.° Le caratteristiche differenze che si rinvengono nelle quistioni degli efflussi appena che varia il rapporto del battente colla dimensione verticale della luce mi obbligano di dividere il quisito in tre problemi distinti secondochè la luce è un foro, oppure che l' efflusso appartiene alla categoria dei così detti efflussi laterali a battente nullo o comparabile coll' altezza verticale della luce.

PROBLEMA I.

§. 4.° In un recipiente prismatico e verticale contenente acqua ad una data altezza e comunicante per via di un foro con un secondo recipiente contiguo contenente pur acqua sotto data altezza, affluisce in ogni unità di tempo un volume costante d' acqua. Scorso un dato tempo cercasi l' altezza dell' acqua nei due recipienti.

Denomino R, R' i due recipienti

m, n le loro sezioni orizzontali

f l' area del lume di comunicazione moltiplicato pel coeff. di contraz.

q il volume d' acqua affluente in R per ogni unità di tempo

a, b le cariche od altezze iniziali dei due livelli sul centro del foro

x, y le cariche al termine del tempo t contato dall' origine del moto.

Consideriamo il moto nell' istante dt seguente il tempo t: gli aumenti positivi o negativi delle cariche x, y durante il tempo dt saranno dx, dy; il volume d'acqua affluente introdottosi in R sarà qdt, quello che esce pel foro $f\sqrt{2g}\,\sqrt{x-y}\,.\,dt$, il volume d' acqua rimasto in R sarà mdx, e quello che si è introdotto in R' sarà ndy, onde l' equazione

$$qdt-mdx=fdt\sqrt{2g}\,\sqrt{x-y}=ndy$$

dalle quali si ricavano le due equazioni differenziali

$$[a] \;\ldots\; qdt=mdx+ndy,\quad \frac{mdx}{q-f\sqrt{2g}\,\sqrt{x-y}}=\frac{ndy}{f\sqrt{2g}\,\sqrt{x-y}}$$

Integrando la 1ª in modo che per $t=0, x=a, y=b$ si ottiene

$$[1] \;\ldots\; qt=mx+ny-ma-nb.$$

La 2ª poi delle [a] si rende razionale e separabile facendo $x-y=z^2$ con che si giugne alla

$$dx=\frac{2n}{(m+n)f\sqrt{2g}}\times\frac{f\sqrt{2g}\,.\,z^2dz-qzdz}{z-\dfrac{nq}{(m+n)f\sqrt{2g}}}=\frac{2n}{\alpha(m+n)}\cdot\frac{\alpha z^2dz-qzdz}{z-\beta}$$

intendendo che $\alpha=f\sqrt{2g}$, $\beta=\dfrac{nq}{(m+n)\alpha}$.

Tale equaz. diff. si cambia facilmente nella

$$dx=\frac{2n}{\alpha(m+n)}\left\{\alpha zdz+(\alpha\beta-q)z+\beta(\alpha\beta-q)\frac{dz}{z-\beta}\right\}$$

il cui integrale è

$$x=\frac{nz^2}{m+n}+\frac{2n}{a(m+n)}(a\beta-q)\left\{z+\beta\log.(z-\beta)\right\}+Cost.$$

il qual integrale, sostituendo per β, e per z i rispettivi valori, trasformasi nel

$$mx+ny=-\frac{2mnq}{a^2(m+n)}\left\{a\sqrt{x-y}+\frac{nq}{m+n}\log.\left\{\sqrt{x-y}-\frac{nq}{a(m+n)}\right\}\right\}+Cost.$$

ma per $t=0$, $x=a$, $y=b$, quindi

$$ma+nb=-\frac{2mnq}{a^2(m+n)}\left\{a\sqrt{a-b}+\frac{nq}{m+n}\log.\left\{\sqrt{a-b}-\frac{nq}{a(m+n)}\right\}\right\}+Cost.$$

Sottraendo queste due formole e ponendovi per a il suo valore $f\sqrt{2g}$, e combinando il risultato colla [1] si arriva alla

$$[2]\qquad t=\frac{mn}{gf^2(m+n)}\left\{f\sqrt{2g}\left\{\sqrt{a-b}-\sqrt{x-y}\right\}+\right.$$
$$\left.+\frac{nq}{m+n}\log\frac{f\sqrt{2g}(m+n)\sqrt{a-b}-nq}{f\sqrt{2g}(m+n)\sqrt{x-y}-nq}\right\}$$

colla quale e colla [1] si risolverà il quisito. Infatto sostituendo successivamente nella [2] i valori della y, e della x tratti dalla [1] si conseguono due equazioni l'una fra x e t, l'altra fra y e t, che risolute poi rispetto alla x, y daranno le cariche richieste a qualunque tempo.

§. 5.° Corol. I. Se il recipiente R' è assai più ampio di R, in allora si potrà assumere $y=b$, ed $m+n=m$, con ciò la [2] diviene

$$[3]\quad t=\frac{m}{gf^2}\left\{f\sqrt{2g}\left\{\sqrt{a-b}-\sqrt{x-b}\right\}+q\log.\frac{f\sqrt{2g}\sqrt{a-b}-q}{f\sqrt{2g}\sqrt{x-y}-q}\right\}$$

§. 6°. Corol. II. Se la luce è libera in allora si porrà nella [3] $b=0$, ed essa diverrà

$$[4]\quad t=\frac{m}{gf^2}\left\{f\sqrt{2g}\left\{\sqrt{a}-\sqrt{x}\right\}+q\log.\frac{f\sqrt{2g}\sqrt{a}-q}{f\sqrt{2g}\sqrt{x}-q}\right\}$$

§. 7.° Corol. III. Se infine nel recipiente R non affluisce acqua, in allora $q=0$, e le formole [2], [3], [4] si convertono in quelle che misurano il tempo dell' efflusso dei recipienti che si vuotano senz' acqua affluente, nel che si ha una conferma della verità e generalità della formola [2].

§. 8.° Noterò frattanto che quando col mezzo delle [1], [2] si cercano i valori separati delle cariche x, y a qualunque tempo, le equazioni relative contengono le variabili x, y soggette ad operazioni algebriche e trascendenti; tali equazioni nello stato attuale dell' analisi sono insolubili, e non ponno servire alla richiesta determinazione delle x, y se non che per via di tentativi, sostituendo cioè a tali variabili 1.° dei valori poco minori di $a, b,$ poi dei valori successivamente più piccoli ecc. finchè dopo tre o al più quattro sostituzioni si ottengono per x, y dei valori che gli stessi risultamenti indicheranno esatti almeno entro il limite di una fissata approssimazione. Ottenute in tal maniera x, y si potran calcolare le differenze $a-x$, $b-y$ dei livelli iniziali e finali in ciascun recipiente, come il volume $m(a-x)$, $n(b-x)$ dell' acqua passata dal 1.° nel 2.° recipiente.

PROBLEMA II.

§. 9.° In un recipiente, contenente acqua sotto un battente comparabile coll' altezza verticale della sua luce affluisce ad ogni istante un volume costante dello stesso liquido. La luce d' efflusso è rettangola verticale e soggetta in parte a regurgito in altezza costante. Cercasi il valore del battente a qualunque tempo del moto.

Dicasi m la sezione orizzontale del recipiente
b la larghezza della luce
a l' altezza della luce libera
a' l' altezza della parte di luce regurgitata
h il battente iniziale
x il battente alla fine del tempo t contato dall' origine del moto

q il volume costante dell' acqua affluente per ogni unità di tempo.

Considerando il movimento nell' istante dt che segue il tempo t, nel recipiente s' introdurrà un volume d' acqua $= qdt$; dalla parte della luce libera uscirà un volume

$$= \tfrac{2}{3} b\sqrt{2g} \left\{ (x+a)^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{3}{2}} \right\} dt;$$

e dall' altra porzione di luce regurgitata uscirà nel tempo dt un volume d' acqua

$$= a' b\sqrt{2g}\ (x+a)^{\frac{1}{2}} dt;$$

il volume poi d' acqua rimasto, od uscito dal recipiente sarà $= mdx$; quindi l' equazione differenziale del movimento sarà

$$qdt - \tfrac{2}{3} b\sqrt{2g} \left\{ (x+a)^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{3}{2}} \right\} dt - a'b\sqrt{2g}\,(x+a)^{\frac{1}{2}} dt = mdx$$

onde

$$[5] \qquad dt = \frac{mdx}{q - \tfrac{2}{3} b\sqrt{2g} \left\{ (x+a)^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{3}{2}} \right\} - a'b\sqrt{2g}\,(x+a)^{\frac{1}{2}}}$$

Il secondo membro di quest' equazione si rende razionale col porre $x = \frac{4az^2}{(1-z^2)^2}$ onde si ottiene

$$dt = \frac{8am(1+z^2)zdz}{q(1-z^2)^3 - \tfrac{2}{3} ab\sqrt{2ga}\left\{ (1+z^2)^3 - 8z^3 \right\} - a'b\sqrt{2ga}(1+z^2)(1-z^2)^2}$$

Il denominatore del 2.° membro è un polinomio intero e razionale del 6.° grado: perciò l' integrazione della preced. equazione differenziale dipenderà dalla risoluzione di un' equazione di sesto grado, e dalla solita decomposizione delle frazioni, operazioni che allorchè si possono eseguire conducono con molta facilità ad esprimere in termini finiti la relazione fra z e t e quindi per mezzo dell' equazion di posizione $x = \frac{4az^2}{(1-z^2)^2}$ anche la richiesta di x con t.

§. 10.° *Corol.* — Se la luce è interamente libera si farà $a'=0$, e l' equazione [5] diverrà

$$[6] \qquad dt=\frac{mdx}{q-\frac{2}{3}b\sqrt{2g}\left\{(x+a)^{\frac{3}{2}}-x^{\frac{3}{2}}\right\}}$$

che colla stessa posizione $x=\frac{4az^2}{(1-z^2)^2}$ rendesi pure razionale ed integrabile.

PROBLEMA III.

§. 11.° In un recipiente prismatico e verticale contenente acqua ad una data altezza affluisce ad ogni istante un volume costante del medesimo liquido. Operandosi l' efflusso per via di uno scaricatore rettangolare verticale e regurgitato in altezza costante, cercasi quale sia a qualunque tempo l' altezza del livello sulla soglia dello scaricatore.

Dicasi m la sezione orizontale del recipiente
- b la larghezza dello scaricatore
- a l' altezza iniziale della porzion libera dello scaricatore
- x l' altezza della parte libera dello scaricatore al termine del tempo t
- a' l' altezza costante della parte regurgitata dello scaricatore
- q il volume costante d' acqua affluente per ogni unità di tempo.

Considerando, come precedentemente, il movimento nell' istante dt seguente al tempo t sarà qdt il volume che in tale istante affluirà nel recipiente, $\frac{2}{3}b\sqrt{2g}\,x^{\frac{3}{2}}\,dt$ sarà il volume d' acqua deffluito dalla parte libera dello scaricatore nel medesimo istante, ed $a'b\sqrt{2g}\,x^{\frac{1}{2}}\,dt$ il volume escito dalla parte soggetta a regurgito; il volume d' acqua poi diminuito od accresciuto nel recipiente sarà $=mdx$, onde l' equazione

$$qdt - mdx = \tfrac{2}{3} b\sqrt{2g}\, x^{\frac{3}{2}} \cdot dt + a'b\sqrt{2g}\, x^{\frac{1}{2}} dt$$

dalla quale

$$[a] \quad dt = \frac{-mdx}{\frac{2}{3}b\sqrt{2g}\,.\,x^{\frac{3}{2}} + a'b\sqrt{2g}x^{\frac{1}{2}} - q} = \frac{-3m}{2b\sqrt{2g}} \cdot \frac{dx}{x^{\frac{3}{2}} + \frac{3a'}{2}x^{\frac{1}{2}} - \frac{3q}{2b\sqrt{2g}}}$$

e ponendo $\alpha = \frac{-3m}{2b\sqrt{2g}}$, $\beta = \frac{3a'}{2}$, $\gamma = +\frac{3q}{2b\sqrt{2g}}$

tale equazione diviene

$$dt = \frac{\alpha\, dx}{x^{\frac{3}{2}} + \beta\, x^{\frac{1}{2}} - \gamma}$$

Facciasi $x^{\frac{1}{2}} = y$, quindi $x = y^2$, $dx = 2ydy$, e sarà

$$dt = \frac{2\,\alpha y dy}{y^3 + \beta y - \gamma}$$

Essendo β, γ essenzialmente positivi, la $y^3 + \beta y - \gamma = 0$ ammetterà una radice reale positiva, e due radici immaginarie, perciò si potrà porre, indicando con A, B, C tre costanti,

$$\frac{1}{y^3 + \beta y - \gamma} = \frac{A}{y - r} + \frac{By + C}{y^2 + py + q}$$

onde

$$dt = 2\alpha \left\{ \frac{Ay\,dy}{y - r} + \frac{By^2\,dy}{y^2 + py + q} + \frac{Cydy}{y^2 + py + q} \right\}$$

e quindi

$$t = 2\alpha \left\{ A\int\frac{ydy}{y-r} + B\int\frac{y^2dy}{y^2+py+q} + C\int\frac{ydy}{y^2+py+q} \right\} + Cost.$$

Ora

$$A\int\frac{ydy}{y-r} = Ay + log.\,(y-r)^{Ar}$$

$$B\int\frac{y^2dy}{y^2+py+q} = By - \frac{Bp}{2}\,log.\,(y^2+py+q) + B\left(\frac{p^2}{2} - q\right)\int\frac{dy}{y^2+py+q}$$

$$C\int\frac{ydy}{y^2+py+q}=\frac{C}{2}\,log.\,(y^2+py+q)-\frac{Cp}{2}\int\frac{dy}{y^2+py+q}$$

quindi

$$t=2a\left\{(A+B)y+log.\frac{(y-r)^{Ar}}{(y^2+py+q)^{\frac{1}{2}(Bp-C)}}+\right.$$

$$\left.+\tfrac{1}{2}\left(Bp^2-Cp-2Bq\right)\int\frac{dy}{y^2+py+q}\right\}+Cost.$$

L' integrale $\int\frac{dy}{y^2+pq+q}$ è un Arc. tang. od un logaritmo secondochè $4q$ è $\lesseqgtr p^2$; indicandolo con $\phi(y)$, ed osservando che per $t=0$, $x=a$, così sarà

$$[7]\quad t=2a\left\{(A+B)(\sqrt{x}-\sqrt{a})+log.\left(\frac{\sqrt{x}-r}{\sqrt{a}-r}\right)^{Ar}\left(\frac{a+p\sqrt{a}+q}{x+p\sqrt{x}+q}\right)^{\frac{1}{2}(Bp-C)}+\right.$$

$$\left.+\tfrac{1}{2}\left(Bp^2-Cp-2Bq\right)\left(\phi(\sqrt{x})-\phi(\sqrt{a})\right)\right\}$$

equazione che vorrà risolta rispetto ad x per avere il valore di questa variabile a qualunque tempo, ed aggiugnendo a' al valore trovato di x, si otterrà il richiesto valore $a'+x$ dell' altezza dell' acqua nel recipiente sulla soglia dello scaricatore a qualunque istante del moto.

Noterò, come nel Prob. I, che la risoluzione della [7] rispetto ad x non si può ottenere coi mezzi di cui attualmente dispone l' analisi, sicchè quivi ci dovremo comportare come fu in allora indicato, vale a dire di determinare il valor di x per tentativi.

§. 12.° *Corol.* — Come caso particolare del precedente supporrò lo scaricatore interamente libero e di altezza $=a$. L' equazione differenziale del movimento sarà la [a] del problema ora risolto, in cui si dovrà porre $a'=0$, con che essa diviene

$$dt = \frac{-m dx}{\frac{2}{3} b\sqrt{2g}\, x^{\frac{1}{2}} - q} = \frac{-3m}{2b\sqrt{2g}} \cdot \frac{dx}{x^{\frac{1}{2}} - \frac{3q}{2b\sqrt{2g}}}$$

ossia ponendo $a = \frac{-3m}{2b\sqrt{2g}}$, $\beta^3 = + \frac{3q}{2b\sqrt{2g}}$, $x = y^2$

$$dt = \frac{2ay dy}{y^3 - \beta^3} = \frac{2ay dy}{(y-\beta)(y^2+\beta y+\beta^2)}$$

la quale pel solito metodo della decomposizione delle frazioni si cangia nella

$$dt = \frac{2a}{3\beta^2} \left\{ \frac{y dy}{y-\beta} - \frac{y^2 dy}{y^2+\beta y+\beta^2} - \frac{2\beta y dy}{y^2+\beta y+\beta^2} \right\}$$

Ora $\int \frac{y^2 dy}{y^2+\beta y+\beta^2} = y - \frac{\beta}{2} \log. (y^2+\beta y+\beta^2) - \frac{\beta^2}{2} \int \frac{dy}{y^2+\beta y+\beta^2}$

$$2\beta \int \frac{y dy}{y^2+\beta y+\beta^2} = \beta \log. (y^2+\beta y+\beta^2) - \beta^2 \int \frac{dy}{y^2+\beta y+\beta^2}$$

$$\int \frac{y dy}{y-\beta} = y + \beta \log. (y-\beta),\ \int \frac{dy}{y^2+\beta y+\beta^2} = \frac{2}{\beta\sqrt{3}} \text{ Ang. tang. } \frac{2y+\beta}{\beta\sqrt{3}}$$

quindi

$$t = \frac{2a}{3\beta^2} \left\{ \frac{\beta}{2} \log. \frac{(y-\beta)^2}{y^2+\beta y+\beta^2} + \beta\sqrt{3} \text{ Ang. tang. } \frac{2y+\beta}{\beta\sqrt{3}} \right\} + Cost.$$

sostituendo per y il suo valore $\sqrt{x}$, e ricordando che $t=0$ rende $x=a$, si avrà finalmente

$$[8] \qquad t = \frac{2a}{3\beta} \left\{ \tfrac{1}{2} \log. \left(\frac{\sqrt{x}-\beta}{\sqrt{a}-\beta} \right)^2 \frac{a+\beta\sqrt{a}+\beta^2}{x+\beta\sqrt{x}+\beta^2} + \right.$$

$$\left. + \beta\sqrt{3} \left(\text{Ang. tang. } \frac{2\sqrt{x}+\beta}{\beta\sqrt{3}} - \text{Ang. tang. } \frac{2\sqrt{a}+\beta}{\beta\sqrt{3}} \right) \right\}$$

la qual forma esprime direttamente il valore del tempo che

impiegherà il livello dell'acqua nel recipiente a passare dall'altezza a sulla soglia dello scaricatore all'altezza x, e servirà nello stesso tempo a determinare viceversa il valore di x in funzione t almeno per approssimazione, giacchè la x è legata sotto due trascendenti diversi, e simili equazioni non si san risolvere.

§. 13.° — La moltiplicità delle operazioni, che debbonsi eseguire per tener a calcolo nella teoria degli efflussi l'effetto dovuto all'acqua affluente, in contrapposizione della semplicità a cui si tende arrivare, ed a cui per avventura in gran numero di casi si è pervenuto, nella scoperta delle grandi leggi d'Idraulica, sembra dover ridurre questo mio debolissimo lavoro nel numero delle così dette curiosità scientifiche. Ed io mi rassegnerò a simile rilegazione, quando però il volume d'acqua affluente non apporti una sensibile alterazione sull'efflusso, o almeno finchè tale alterazione si possa intender rifusa negli errori inevitabili in ogni sorta d'osservazioni. Oltre questo limite, per quanto costi pena e fatica il ricorrere a formole così complicate, non si può, senza compromettere notabilmente l'esattezza, dalla quale la sana pratica non può esimere chichessia, non si può, dico, oltrepassarvi, ameno che esperienze più volte ripetute non arrivino a fornire leggi speciali che s'accordino bastantemente coi risultati, per modo che vi si possa tranquillamente confidare.

Tutti i problemi di Meccanica molecolare conducono a difficoltà delle quali le minori son quelle per cui siam passati: tutti i tentativi sperimentali ovunque praticati per eluderle ne forman una prova concludente. La teoria del moto lineare, e l'ipotesi per cui si assume la velocità dei punti fluidi che si presentan nelle luci laterali dovuta alla profondità di tali punti sotto il livello, quantunque così semplici in se medesime, pur conducono ad equazioni differenziali di 1.° ordine e di 1.° grado fra due variabili talora non separabili, e contenenti per lo più le stesse

variabili sotto operazioni radicali; causa per cui molte volte tali equazioni non si posson integrare, ed anche quando sieno integrabili contengon sempre nelle loro espressioni finite degli irrazionali, e per lo più ancora dei trascendenti circolari e logaritmici. Quest' è la via finora segnata ai quisiti d' Idraulica, nè vi è presentemente speranza di vederne aperta una migliore, a meno che ipotesi più felici o il potere dell' analisi più esteso, o tutti e due questi progressi riuniti non procurino ad una scienza, che sotto tanti rapporti è nelle sue applicazioni così vantaggiosa alla società, l' occasione di riuscire più razionale e meno empirica. —

SAGGIO
DI ANALISI GEOMETRICA
MEMORIA
DEL SIG. PROF. ANTONIO ARALDI

LETTA ALLA R. ACCADEMIA

nell' adunanza dell' 11 *Aprile* 1859

Le forme sotto le quali si presentano i resultati analitici che si ottengono nella risoluzione di Problemi trattati coi metodi della Geometria a due o tre coordinate si presentano di frequente così singolari e complesse che l' animo dell' analista viene naturalmente tratto all' esame delle medesime all' uopo di avverarne l' esattezza, ed iscoprire le cagioni della loro oscurità e complicazione, e per rintracciare altre vie che conducano a formole più semplici e regolari, e, quando si possa, simmetriche. Queste cagioni altro non sono che condizioni non considerate dal Calcolo, e che non erano memorate dagli enunciati delle quistioni discusse, alle quali quei risultamenti debbono altresì soddisfare. Desse possono soventi venire riconosciute col solo ragionamento, indipendentemente dal calcolo eseguito e da eseguirsi, discutendo colla sola mente le proprietà che, oltre quelle dichiarate dai temi proposti, devono venire adempiute dalle loro soluzioni, e possono inoltre servire a comporre le formole finali più semplici e regolari evitando le laboriose

operazioni cui si incorre coll' abbandonarsi all' empirismo del Calcolo. Seguendo questo metodo il ragionamento scorrendo sempre per verità conosciute relative alla quistione, che non perde giammai di vista, giunge alla determinazione delle cercate risultanze, mentre coi processi comunemente insegnati rappresentansi queste, delle quali si conoscono le formole generali, con espressioni contenenti un certo numero di incognite, delle quali col Calcolo si determinano successivamente i valori, quando siano note un numero di condizioni eguale a quello delle incognite, così chè si passa dall' ignoto al noto con ordine inverso a quello sopra indicato e che mi propongo di qui seguire nella risoluzione di alcuni pochi Problemi cardinali.

Sembrerà forse che a questo metodo di composizione possa appartenere l' attributo di Sintesi Geometrica, mentre ho preferito dare a questo tenue mio lavoro il nome di Saggio di Analisi Geometrica, perchè ogni verità in esso riconosciuta risulta da una discussione analitica, che essendo affidata alla sola mente, piuttosto che ad operazioni di Calcolo, gli dà a parer mio il carattere di un analisi più ragionata e rigorosa.

Per intraprendere con ordine l' esposizione del metodo proposto mi è d' uopo richiamare coi più concisi termini alcune nozioni fondamentali che si incontrano in tutti i Corsi di Geometria Analitica, limitandomi poscia allo sviluppo di alcune poche quistioni, colle quali mi lusingo di mostrare come l' indicato processo conduca alla risoluzione di Problemi di qualche importanza e complicazione.

1.° La posizione di un punto M sopra di un piano è data quando ne sieno note le distanze y, x da due rette date OX, OY, giacenti in esso piano, ed intersecantesi in un punto O sotto un' angolo dato XOY, che denotiamo $(XY)=-(YX)$, di inclinazione della OY sulla OX, e per semplicità supponiamo retto. Le normali x, y rispettivamente calate da M sulle OY, OX diconsi le coordinate

ortogonali, perchè $(XY)=90^\circ$, del punto M, che indichiamo col segno $[x, y]$, e le OX, OY chiamansi gli assi delle coordinate ortogonali $x\ y$ perchè prese sulle $OX\ OY$ rispettivamente le $Ox=x$, $Oy=y$, e dagli estremi x, y di esse condotte due parallele agli assi delle y, x, queste si intersecano nel punto M, e ne determinano la posizione sul piano supposto.

2.° Rappresentiamo colle $\bar{x}\ \bar{y}$ le coordinate di esso punto M rispetto ad altri due assi $\bar{O}\bar{X}\ \bar{O}\bar{Y}$ ortogonali dati nel piano delle $OX\ OY$, e si chiegga di esprimere per esse $\bar{x}$, $\bar{y}$ le prime coordinate $x\ y$, e viceversa. Rintracciando le espressioni delle $x\ y$ che debbono avere le forme $x=d_1+a_1\bar{x}+b_1\bar{y}$, $y=d_2+a_2\bar{x}+b_2\bar{y}$ di 1° grado rispetto alle $\bar{x}\ \bar{y}$ perchè ad ogni valore delle x, y corrisponder deve un sol valore delle $\bar{x}$, $\bar{y}$, per determinare i valori delle costanti $d_1\ d_2\ a_1\ a_2\ b_1\ b_2$ osserviamo da prima che quando il punto $[x, y]$ cade nel punto $\bar{O}$ origine delle coordinate $\bar{x}\ \bar{y}$ si ha $\bar{x}=0$, $\bar{y}=0$, quindi $x=d_1$, $y=d_2$, e però le $d_1\ d_2$ non saranno che le coordinate agli assi $OX\ OY$ dell' origine $\bar{O}$ delle $\bar{x}\ \bar{y}$. Quando il punto M cade in un punto dell'asse $\bar{O}\bar{X}$ diverso dall' origine $\bar{O}$ prontamente si scorge che la quantità $x-d_1$ rappresenta il coseno dell' angolo $(X\bar{X})$ di inclinazione dell' asse $O\bar{X}$ colle parallele all' asse OX preso per raggio la $\bar{x}$, onde $x-d_1=\bar{x}\,Cos\,(X\bar{X})$, ma, ricordando che $\bar{y}=0$, in allora si ha $x-d_1=a_1\bar{x}$; dunque $a_1=Cos\,(X\bar{X})$. Similmente si dimostrano le $b_1=Cos\,(X\bar{Y})$, $a_2=Cos\,(Y\bar{X})$, $b_2=Cos\,(Y\bar{Y})$, e però $x=d_1+\bar{x}\,Cos\,(X\bar{X})+\bar{y}\,Cos\,(X\bar{Y})$, $y=d_2+\bar{x}\,Cos\,(Y\bar{X})+$ $+\bar{y}\,Cos\,(Y\bar{Y})$, e se le origini dei due sistemi di coordinate coincidono, essendo $d_1=d_2=0$, si avrà $x=\bar{x}\,Cos\,(X\bar{X})+\bar{y}\,Cos\,(X\bar{Y})$, $y=\bar{x}\,Cos\,(Y\bar{X})+\bar{y}\,Cos\,(Y\bar{Y})$. Scambiando le x, y colle $\bar{x}\ \bar{y}$, e

corrispondentemente le X, Y colle $\overline{X}$ $\overline{Y}$ si hanno nell' ultima ipotesi $\overline{x}=x\,Cos\,(\overline{X}X)+y\,Cos\,(\overline{X}Y)$, $\overline{y}=x\,Cos\,(\overline{Y}X)+y\,Cos\,(\overline{Y}Y)$.

3.° Se si abbiano due Equazioni $F(x, y)=0$, $f(x, y)=0$ da cui si ricavino delle coppie di valori $x_1=a_1$, $y_1=b_1$; $x_2=a_2$, $y_2=b_2$; ecc. reali che soddisfacciano ad entrambe le equazioni cadauna di esse coppie determinerà la posizione di un punto nel piano delle coordinate, ed il sistema di questi punti dicesi rappresentato dalle date equazioni, e viceversa rappresentare le equazioni medesime.

4.° Se non vi sia che un' Equazione $F(x, y)=0$ il Problema è indeterminato, e vi saranno infiniti punti rappresentati dall' Equazione. La linea o il sistema di linee determinati da una o più serie continua di quei punti, diconsi espressi dalla data Equazione, ed esserne il luogo geometrico.

5.° Perchè questo luogo geometrico sia una rettalinea l' Equazione corrispondente dovrà essere di primo grado rispetto alle coordinate variabili x y de' suoi punti, perchè ad ogni valor finito di una di queste variabili deve corrispondere un sol valore finito dell' altra, fuorchè nel caso che la retta sia parallela ad uno degli assi, per esempio ad OX riuscendo la y costante ed x indeterminata. L' Equazione di una retta avrà pertanto la forma $Ax+By+D=0$.

6.° L' Equazione $\overline{y}=p$ appartiene a tutti i punti posti alla distanza p dall' asse $O\overline{X}$, e rappresenta una parallela a quest' asse riferita alle coordinate $\overline{x}$ $\overline{y}$. Volendo ora l' equazione della retta medesima relativa agli assi delle x y, che abbiano colle $\overline{x}$ $\overline{y}$ comune l' origine non si avrà che a porre nella $\overline{y}=p$, per la $\overline{y}$ il suo valore $x\,Cos\,(\overline{Y}X)+y\,Cos\,(\overline{Y}Y)$, onde l'Equazione $x\,Cos\,(\overline{Y}X)+y\,Cos\,(\overline{Y}Y)=p$ della retta supposta che chiameremo RR. Pel parallelismo delle RR, $O\overline{X}$ si ha $(XR)=(X\overline{X})=(Y\overline{Y})$, ed essendo $(\overline{Y}X)=90°+(\overline{X}X)=90°+(RX)$, quindi $Cos\,(\overline{Y}X)=-Sen\,(RX)$, $Cos\,(\overline{Y}Y)=Cos\,(RX)$, l' equazione diverrà $-x\,Sen\,(RX)+y\,Cos\,(RX)=p$, da cui

$$y=x\,tang.\,(RX)+\frac{p}{Cos\,(RX)}.$$

7.° Cerchiamo la condizione analitica dell' esistenza di tre punti $[a_1, b_1]$ $[a_2, b_2]$ $[a_3, b_3]$, che chiameremo 1° 2° 3°, sopra di una rettalinea. Dovrà dessa avere la forma di una funzione delle coordinate dei punti supposti uguagliata allo zero che dia un' Equazione di 1° grado rispetto alla a_1, perchè date le a_2 b_2, a_3 b_3 che determinano la posizione della retta, ad ogni valore della b_1 deve corrispondere un sol valore della a_1, e però l'Equazione stessa avrà la forma $Aa_1+B=0$, ove le A B saranno funzioni delle b_1 a_2 b_2 a_3 b_3. Per riconoscere la natura della A osserviamo che $a_1=-\frac{B}{A}$ può soltanto divenire infinita quando la retta è parallela all' asse delle x, ed abbiasi $b_2=b_3$, ossia $b_2-b_3=0$; quindi la A divenendo nulla colla b_2-b_3 avrà la forma $l'(b_2-b_3)$ ove la l' sarà una costante, perchè se si volesse funzione delle coordinate dei tre punti si avrebbe a_1 infinita anche quando si ponga $l'=0$. La condizione cercata dovrà dunque contenere il termine $l'a_1(b_2-b_3)$. Ripetendo sulle a_2, a_3 quanto si è detto della a_1 si troverà che la condizione medesima deve avere anche i termini $l''a_2(b_3-b_1)$ $l'''a_3(b_1-b_2)$ e potersi rappresentare dalla $l'a_1(b_2-b_3)+l''a_2(b_3-b_1)+l'''a_3(b_1-b_2)+L=0$ ove la L non può contenere le a, e lo stesso può dirsi delle b, perchè i termini della condizione affetti da quelle sono stati raccolti nelle quantità che moltiplicano le l. Questa condizione non deve cambiare se si scambino gli apici 1, 2 sotto le lettere a, b, onde si ha $l'a_2(b_1-b_3)+$ $+l''a_1(b_3-b_2)+l'''a_3(b_2-b_1)+L=0$, che può anche scriversi $l''a_1(b_2-b_3)+l'a_2(b_3-b_1)+l'''a_3(b_1-b_2)-L=0$, la quale confrontata colla precedente da $l''=l'$, $-L=L$ $L=0$. Egualmente scambiando fra loro gli apici 2, 3 si dimostra $l'''=l''=l'$, e l' Equazione divisa per l' diviene $a_1(b_2-b_3)+a_2(b_3-b_1)+$ $+a_3(b_1-b_2)=0$ equivalente alla $b_1(a_2-a_3)+b_2(a_3-a_1)+$ $+b_3(a_1-a_2)=0$ che si otterrebbe replicando sulle b il discorso fatto relativamente alle a.

8.° Chiesta l'Equazione della retta che passa pei punti 1° e

2° non si avranno che a considerare nella precedente variabili le coordinate a_3 b_3 del 3° punto, e porre per esse le x y, e l' Equazione cercata sarà $x(b_1-b_2)-y(a_1-a_2)+a_1b_2-a_2b_1=0$ che si può anche scrivere

$$x(b_2-b_1)-y(a_2-a_1)=\frac{(a_1+a_2)(b_2-b_1)-(b_1+b_2)(a_2-a_1)}{2}$$

da cui emerge che la differenza dei rettangoli che hanno per basi le projezioni b_2-b_1, a_2-a_1 della retta $\underline{12}$ sugli assi delle x y, e per altezze le coordinate x y di qualsivoglia punto della retta medesima preso entro o fuori de' suoi termini 1° e 2° dei dati punti, uguaglia la differenza dei trapezii corrispondenti racchiusi dalla retta $\underline{12}$, dalle sue projezioni sugli assi delle x, y, e dalle parallele agli assi delle x y condotte dai punti 1° e 2°.

9.° Ricerchiamo il valore dell' area del triangolo $\underline{123}$ dai vertici $[a_1\ b_1]$ $[a_2\ b_2]$ $[a_3\ b_3]$. Questo valore sarà una funzione delle coordinate dei vertici nulla quando questi si trovano in una rettalinea e sia $a_1(b_2-b_3)+a_2(b_3-b_1)+a_3(b_1-b_2)=0$, che denotiamo col simbolo $Sa_1(b_2-b_3)=0$, rappresentando col segno $Sa_1(b_2-b_3)$ la somma delle permutazioni in giro differenti che possono aversi permutando gli apici sotto le lettere. Il valore dell' area cercata avrà pertanto la forma $A=lSa_1(b_2-b_3)$. Per determinare la costante l riflettiamo che quando il 1° punto è sull' asse delle x, onde $b_1=0$, il 2° punto nell' asse delle y e sia $a_2=0$, il 3° punto cada nell' origine delle coordinate, quindi $a_3=b_3=0$, l' area del triangolo 123 è espressa da $\frac{a_1b_2}{2}$; ma in allora l' area $l(a_1(b_2-b_3)+a_2(b_3-b_1)+a_3(b_1-b_2))$ diviene la_1b_2 che, dovendo uguagliare $\frac{a_1b_2}{2}$, dà $l=\frac{1}{2}$; quindi $A=\frac{Sa_1(b_2-b_3)}{2}$, che può anche scriversi $\frac{S(a_1b_2-a_2b_1)}{2}=\frac{S(a_1+a_2)(b_2-b_1)}{2}$ la quale esprime la somma dei valori dei trapezii racchiusi dai lati

$\underline{12}$, $\underline{23}$, $\underline{31}$, dalle loro projezioni, e dalle normali projettanti i loro estremi su di un asse.

Avendosi manifestamente $Sa_1(b_2 - b_3) = -Sa_3(b_2 - b_1)$ ne consegue che il valore dell' area di un triangolo cambia segno quando nel leggerne il nome si gira attorno al suo perimetro in senso opposto a quello adottato per leggerlo positivamente, così chè i nomi di due triangoli contigui *ABC*, *CBD* o *BDC* debbono essere letti in modo che le lettere del lato comune vengan lette in ordine inverso se si susseguano in ambi i nomi, nell' ordin medesimo se si susseguano in un sol nome.

10.° Per trovare l' espressione A dell' area di un poligono $123 \ldots n$ di n lati, i vertici de' cui angoli siano nei punti $[a_1\ b_1]$ $[a_2\ b_2]$ $[a_3\ b_3]$ .... $[a_n\ b_n]$, si assumi entro l' area medesima un punto $[a_0\ b_0]$, per cui, guidando da esso delle rette ai vertici del poligono, rimanga questi diviso in n triangoli 012, 023, ..., $0(n-1)n$, $0n1$ la somma delle cui aree, e però l' area del poligono verrà espressa da

$$\frac{Sa_0(b_1-b_2)}{2}+\frac{Sa_0(b_2-b_3)}{2}+\ldots+\frac{Sa_0(b_{n-1}-b_n)}{2}+\frac{Sa_0(b_n-b_1)}{2}$$

sviluppando le quali somme dovranno scomparire le $a_0\ b_0$ perchè l' area del poligono è indipendente dalla posizione del punto $[a_0\ b_0]$; quindi si avrà

$$A=\frac{a_1b_2-a_2b_1}{2}+\frac{a_2b_3-a_3b_2}{2}+\ldots+\frac{a_nb_1-a_1b_n}{2}=\frac{S(a_1b_2-a_2b_1)}{2},$$

cioè, qui ancora, uguaglia la somma dei trapezii limitati dai lati del poligono, dalle loro projezioni su di un asse, e dalle coordinate dei loro estremi relative a quell' asse. (n. 9)

11.° Sia richiesto a qual condizione debbano soddisfare le coordinate di quattro punti $[a_1\ b_1]$ $[a_2\ b_2]$ $[a_3\ b_3]$ $[a_4\ b_4]$ perchè si trovino in una medesima circonferenza di circolo. Poichè i tre punti ultimi bastano a determinare la circonferenza supposta, dati questi ed inoltre la b_1, il valore del raggio rettore $r_1=\sqrt{a_1^2+b_1^2}$ del 1° punto, cioè della retta che questo congiunge coll' origine delle coordinate, dipenderà

da un'Equazione di 2° grado $Ar_1^2+Br+C=0$, rispetto alla r_1, rappresentante la condizione cercata, perchè ad ogni valore della b_1 corrisponder debbono due valori della a_1, quindi della r_1. Questi valori debbono ridursi ad un solo allorquando i tre punti 2°, 3°, 4° si trovino su di una retta, nella quale trasformasi la circonferenza di cerchio. In allora la A diverrà nulla colla $Sa_2(b_3-b_4)$ e potrà rappresentarsi da $A=l'Sa_2(b_3-b_4)$, onde la condizione ricercata dovrà contenere la quantità $l'r_1^2Sa_2(b_3-b_4)$, ove la l' sarà una costante perchè se si volesse funzione delle coordinate dei punti supposti la A diverrebbe nulla anche col porre $l'=0$, il che non può essere. Similmente si dimostra che la condizione richiesta deve contenere anche la quantità

$$l''r_2^2Sa_3(b_4-b_1),\ l'''r_3^2Sa_4(b_1-b_2),\ l^{v}r_4^2Sa_1(b_2-b_3)$$

e potrà rappresentarsi dalla (a) $l'r_1^2Sa_2(b_3-b_4)+l''r_2^2Sa_3(b_4-b_1)+$ $+l'''r_3^2Sa_4(b_1-b_2)+l^{v}r_4^2Sa_1(b_2-b_3)+M(1,2,3,4)=0$ ove $M(1,2,3,4)$ è quella costante, o funzione delle coordinate dei quattro punti, che si sospettasse mancare alla somma precedente, per compiere la condizione richiesta, e che troveremo esser sempre $=0$.

Occupandoci delle costanti l, osserviamo che la condizione non deve mutarsi se si scambino fra loro due qualsivoglia degli apici delle r, a, b per esempio li 1, 2 onde la (a) diviene

$$l'r_2^2Sa_1(b_3-b_4)+l''r_1^2Sa_3(b_4-b_2)+l^{v}r_3^2Sa_4(b_2-b_1)+l^{v}r_4^2Sa_2(b_1-b_3)+$$

$+M(2,1,3,4)=0$, ove trovasi essere $l'r_2^2Sa_1(b_3-b_4)=l'r_2^2Sa_3(b_4-b_1)$, perchè $Sa_1(b_3-b_4)=Sa_3(b_4-b_1)$;

$$l''r_1^2Sa_3(b_4-b_2)=l''r_1^2Sa_2(b_3-b_4),\ \ l'''r_3^2Sa_4(b_2-b_1)=-l'''r_3^2Sa_4(b_1-b_2),$$
$$l^{v}r_4^2Sa_2(b_1-b_3)=-l^{v}r_4^2Sa_1(b_2-b_3)$$

che sostituito nell' ultima, e cambiandovi tutti i segni, danno $-l''r_1^2Sa_2(b_3-b_4)-l'r_2^2Sa_3(b_4-b_1)+l'''r_3^2Sa_4(b_1-b_2)+l^{v}r_4^2Sa_1(b_2-b_3)-$ $-M(2,1,3,4)=0$ la quale confrontata colla (a) dà $l''=-l'$, $M(1,2,3,4)=-M(2,1,3,4)$.

Similmente scambiando fra loro gli apici 2, 3 si trova

$l'''=-l''=l'$, e scambiando gli apici 3, 4 si ha $l^{v}=-l'''=l''=-l'$, e la (a) divisa per l' diviene

$$r_1^2 Sa_2(b_3-b_4)-r_2^2 Sa_3(b_4-b_1)+r_3^2 Sa_4(b_1-b_2)-r_4^2 Sa_1(b_2-b_3)+\frac{M}{l'}=0$$

Questa si dovrà verificare se si faccia coincidere il 4° punto col 1° ponendo $a_4=a_1$, $b_4=b_1$, oppure col 2° fatto $a_4=a_2$, $b_4=b_2$, od il 4° col 3°, ed $a_4=a_3$, $b_4=b_3$, ma in allora si trova sempre $r_1^2 Sa_2(b_3-b_4)-r_2^2 Sa_3(b_4-b_1)+r_3^2 Sa_4(b_1-b_2)+r_4^2 Sa_1(b_2-b_3)=0$, adunque sarà anche $M=0$; che se si volesse M funzione delle coordinate dei quattro punti, dovrà contenere i fattori $(a_1-a_4)(b_1-b_4)$, $(a_2-a_4)(b_2-b_4)$, $(a_3-a_4)(b_3-b_4)$, cioè contenere dei termini affetti da potenze delle a_4, b_4 superiori alla prima, il che è assurdo, perchè tutti i termini della condizione affetti da tali potenze delle a_4, b_4 di 2° grado, sono stati raccolti nella quantità $r_4^2 Sa_1(b_2-b_3)$. Sarà dunque sempre $M=0$ e la richiesta condizione sarà

$r_1^2 Sa_2(b_3-b_4)-r_2^2 Sa_3(b_4-b_1)+r_3^2 Sa_4(b_1-b_2)-r_4^2 Sa_1(b_2-b_3)=0$, ossia

$$\text{(b)}\qquad (a_1^2+b_1^2)Sa_2(b_3-b_4)-(a_2^2+b_2^2)Sa_3(b_4-b_1)+$$
$$+(a_3^2+b_3^2)Sa_4(b_1-b_2)-(a_4^2+b_4^2)Sa_1(b_2-b_3)=0$$

che sviluppata si troverà composta di quaranta otto termini.

12.° Cercando l' equazione del circolo che passa pei punti 1° 2° e 3° non si avrà che a considerare variabili nella precedente le coordinate a_4 b_4 del 4° punto, e a porre per queste le x y coordinate di un punto qualsivoglia della circonferenza del circolo, e l' equazione sua si troverà essere

$$\text{(c)}\quad (x^2+y^2)Sa_1(b_2-b_3)-xS(a_1^2+b_1^2)(b_2-b_3)-yS(a_1^2+b_1^2)(a_3-a_2)=$$
$$=S(a_1^2+b_1^2)(a_2b_3-a_3b_2)$$ di 48 termini.

13.° Sembrerà singolare la soluzione or recata del precedente Problema non essendosi nei ragionamenti che vi condussero fatto uso della proprietà cardinale della circonferenza di un circolo, cioè dell' equidistanza di tutti i suoi punti dal suo centro. Però, ancorchè non si sia fatta menzione che di proprietà esclusivamente appartenenti al circolo, a confermare l' esattezza del risultamento ottenuto, osserve-

remo che la circonferenza di un circolo di raggio R, ed avente il suo centro nel punto $[\alpha, \beta]$ essendo espressa dall' equazione $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=R^2$, ossia $x^2+y^2-2\alpha x-2\beta y=R^2-\alpha^2-\beta^2$ che, confrontata colla (c), mostra che questa esprime la circonferenza di un circolo il cui centro è dato dalle coordinate

$$\alpha=\frac{S(a_1^2+b_1^2)(b_2-b_3)}{2Sa_1(b_2-b_3)},\quad \beta=\frac{S(a_1^2+b_1^2)(a_3-a_2)}{2Sa_1(b_2-b_3)}=\frac{S(a_1^2+b_1^2)(a_2-a_3)}{2Sb_1(a_2-a_3)}$$

ed essendo la $R^2-\alpha^2-\beta^2$, espressa da

$\dfrac{S(a_1^2+b_1^2)(a_2b_3-a_3b_2)}{Sa_1(b_2-b_3)}$, si ha il raggio

$$R=\sqrt{\frac{S(a_1^2+b_1^2)(a_2b_3-a_3b_2)}{Sa_1(b_2-b_3)}+\alpha^2+\beta^2}=$$

$$=\sqrt{\frac{\left(S(a_1^2+b_1^2)(b_2-b_3)\right)^2+S\left((a_1^2+b_1^2)(a_2-a_3)\right)^2}{\left(2Sa_1(b_2-b_3)\right)^2}+\frac{S(a_1^2+b_1^2)(a_2b_3-a_3b_2)Sa_1(b_2-b_3)}{\left(Sa_1(b_2-b_3)\right)^2}}$$

Questa circonferenza passa pei punti 1° 2° 3°, poichè le coordinate di cadauna di essi poste nella (c) per le x y, ossia nella (b) per le a_4 b_4, come si è dimostrato al n.° 11, la verificano.

I valori delle α, β, R hanno tutti il divisore $Sa_1(b_2-b_3)$ perchè debbono divenire infiniti quando $Sa_1(b_2-b_3)=0$, ossia quando i tre dati punti si trovano sopra di una rettalinea nella quale trasformasi la circonferenza del circolo.

14. Sospendiamo queste ricerche appartenenti alla Geometria a due coordinate per trattare le questioni analoghe di Geometria a tre coordinate poi che avremo richiamate brevemente le nozioni fondamentali di questa teoria.

La posizione di un punto $[x\ y\ z]$ nello spazio è data qualora si conoscano le distanze z x y da tre piani tra di

loro normali, il *I* delle x, y, il *II* delle y, z, il *III* delle z, x. Chiameremo OX, OY, OZ le intersezioni dei piani *I* e *III*, *I* e *II*, *II* e *III*, le quali si dicono rispettivamente assi delle x, y, z, ed il punto O ad essi comune è l' origine delle coordinate medesime, perchè prese sugli assi le $Ox=x$, $Oy=y$, $Oz=z$, e pei loro estremi x, y, z condotti dei piani corrispondentemente paralleli ai piani *II III I* si incontreranno nel punto $[x\ y\ z]$, determinandone la posizione.

15.° Chiamiamo $\overline{x}\ \overline{y}\ \overline{z}$ le coordinate del punto supposto relativamente a tre nuovi piani $\overline{I}\ \overline{II}\ \overline{III}$, ossia $\overline{XOY}$, $\overline{YOZ}$, $\overline{ZOX}$ essi pure ortogonali, cioè fra di loro perpendicolari, dati di posizione rispetto ai primi *I, II, III,* se vogliansi le espressioni delle precedenti $x\ y\ z$ per le nuove coordinate $\overline{x}\ \overline{y}\ \overline{z}$, avranno desse necessariamente le forme $x=d_1+a_1\overline{x}+b_1\overline{y}+c_1\overline{z}$, $y=d_2+a_2\overline{x}+b_2\overline{y}+c_2\overline{z}$, $z=d_3+a_3\overline{x}+b_3\overline{y}+c_3\overline{z}$, dovendo essere funzioni di 1° grado delle $\overline{x}\ \overline{y}\ \overline{z}$ perchè a valori di due di esse corrisponder deve un sol valore della terza. Per determinare i valori delle $d\ a\ b\ c$ osserviamo da prima che se il punto $[\overline{x}\ \overline{y}\ \overline{z}]$ coincide coll' origine $\overline{O}$ delle nuove coordinate, onde $\overline{x}=0$; $\overline{y}=0$, $\overline{z}=0$, si ha $x=d_1$, $y=d_2$, $z=d_3$, che però saranno le coordinate di detta origine rispetto ai primi assi. Quando il punto $[\overline{x}\ \overline{y}\ \overline{z}]$ cade sull'asse $\overline{OX}$ diverso dall' origine si ha $\overline{y}=0$ $\overline{z}=0$, e le $x-d_1=a_1\overline{x}$ $y-d_2=a_2\overline{x}$ $z-d_3=a_3\overline{x}$ rappresentano rispettivamente i coseni degli angoli $(X\overline{X})$ $(Y\overline{X})$ $(Z\overline{X})$ che l' asse $\overline{OX}$ delle x forma colle parallele agli assi OX, OY, OZ preso per raggio $\overline{x}$, onde $a_1=Cos(X\overline{X})$, $a_2=Cos(Y\overline{X})$, $a_3=Cos(Z\overline{X})$. Così trovansi le $b_1=Cos(X\overline{Y})$, $b_2=Cos(Y\overline{Y})$, $b_3=Cos(Z\overline{Y})$, $c_1=Cos(X\overline{Z})$, $c_2=Cos(Y\overline{Z})$, $c_3=Cos(Z\overline{Z})$. Quindi $x=d_1+\overline{x}Cos(X\overline{X})+$

$\bar{y} Cos X\bar{Y} + \bar{z} Cos (X\bar{Z})$, $y = d_2 + \bar{x} Cos (Y\bar{X}) + \bar{y} Cos (Y\bar{Y}) + \bar{z} Cos (Y\bar{Z})$, $z = d_3 + \bar{x} Cos (Z\bar{X}) + \bar{y} Cos (Z\bar{Y}) + \bar{z} Cos (Z\bar{Z})$, e se vogliasi comune l' origine dei due sistemi, onde $d_1 = d_2 = d_3 = 0$, si avrà
$x = \bar{x} Cos (X\bar{X}) + \bar{y} Cos (X\bar{Y}) + \bar{z} Cos (X\bar{Z})$, $y = \bar{x} Cos (Y\bar{X}) + \bar{y} Cos (Y\bar{Y}) + \bar{z} Cos (Y\bar{Z})$, $z = \bar{x} Cos (Z\bar{X}) + \bar{y} Cos (Z\bar{Y}) + \bar{z} Cos (Z\bar{Z})$
e scambiando le $\bar{x}\ \bar{y}\ \bar{z}$ colle $x\ y\ z$, e corrispondentemente le $\bar{X}\ \bar{Y}\ \bar{Z}$ colle $X\ Y\ Z$ si hanno le nuove coordinate espresse per le $x\ y\ z$
$\bar{x} = x\, Cos (\bar{X}X) + y\, Cos (\bar{X}Y) + z\, Cos (\bar{X}Z)$, $\bar{y} = x\, Cos (\bar{Y}X) + y\, Cos (\bar{Y}Y) + z\, Cos (\bar{Y}Z)$, $\bar{z} = x\, Cos (\bar{Z}X) + y\, Cos (\bar{Z}Y) + z\, Cos (\bar{Z}Z)$.

16.° Se da tre Equazioni $f(x,y,z)=0$ $F(x,y,z)=0$ $\phi(x,y,z)=0$ si ricavino i valori $x=a_1$ $y=b_1$ $z=c_1$; $x=a_2$ $y=b_2$ $z=c_2$; ec. coordinate di un sistema di punti $[a_1 b_1 c_1]$, $[a_2 b_2 c_2]$ ec. quelle Equazioni diconsi rappresentare questo sistema, e viceversa.

Se non siano date che due Equazioni $f(xyz)=0$ $F(xyz)=0$ rappresentano queste una linea, o un sistema di linee che scorrono per un sistema, o più sistemi continui di punti, le coordinate dei quali adempiono alle equazioni medesime. E se non esiste che un'Equazione soltanto $f(xyz)=0$, dessa rappresenta una superficie le coordinate de' cui punti sono dotate della proprietà espressa dalla data equazione. Così le tre Equazioni $\bar{x}=0$ $\bar{y}=0$ $\bar{z}=0$ alle coordinate $\bar{x}\ \bar{y}\ \bar{z}$, ossia le $x=d_1$ $y=d_2$ $z=d_3$ alle coordinate $x\ y\ z$, determinano la posizione dell'origine $\bar{O}$ delle prime coordinate, le due equazioni $\bar{y}=0$ $\bar{z}=0$, ossiano le $x Cos(\bar{Y}X) + y Cos(\bar{Y}Y) + z Cos(\bar{Y}Z) = 0$ $x\, Cos(\bar{Z}X) + y\, Cos(\bar{Z}Y) + z\, Cos(\bar{Z}Z) = 0$ rappresentano una retta $\bar{O}\bar{X}$, ed una sola $\bar{z}=0$, ossia $x Cos(\bar{Z}X) + y Cos(\bar{Z}Y) + z Cos(\bar{Z}Z) = 0$ ha per luogo geometrico il piano $\bar{X}\bar{O}\bar{Y}$.

17.° Chiamasi projezione di un punto $[xyz]$ sul piano I il punto $[xy0]$ di incontro con esso piano della normale

calata su di esso dal supposto punto; parimenti i punti $[oyz]$, $[xoz]$ sono le projezioni del punto medesimo sui piani *II* e *III*. Projezione del triangolo i cui vertici sono i punti $[a_1 b_1 c_1]$ $[a_2 b_2 c_2]$ $[a_3 b_3 c_3]$ nel piano *I* si è quel triangolo giacente nel piano *XOY* i cui vertici sono i punti $[a_1 b_1 o]$ $[a_2 b_2 o]$ $[a_3 b_3 o]$, oppure $[a_1 b_1]$ $[a_2 b_2]$ $[a_3 b_3]$ riferendoli alle sole coordinate $x\,y$, e l' area di essa projezione pel n.° 9 si trova espressa da $\frac{Sa_1(b_2-b_3)}{2}$. Così le projezioni dello stesso triangolo sul piano *II* è il triangolo dai vertici $[o\,b_1 c_1]$ $[o\,b_2 c_2]$ $[o\,b_3 c_3]$ e dall' area $\frac{Sb_1(c_2-c_3)}{2}$ quella sul piano *III* ha i vertici $[a_1 o\,c_1]$ $[a_2 o\,c_2]$ $[a_3 o\,c_3]$ e l' area $\frac{Sc_1(a_2-a_3)}{2}$.

18.° Ricerchiamo a qual condizione analitica debbano soddisfare le coordinate di quattro punti $[a_1 b_1 c_1]$ $[a_2 b_2 c_2]$ $[a_3 b_3 c_3]$ $[a_4 b_4 c_4]$ perchè trovinsi in un medesimo piano.

Osserviamo da prima che questa condizione non può essere espressa che da un' Equazione, il cui primo membro, uguale allo zero, sia una funzione di quelle 12 coordinate di primo grado rispetto a cadauna di esse, che deve avere un sol valore date tutte le altre, e però può la chiesta condizione presentarsi sotto la forma $Aa_4+B=0$, essendo Aa_4 la somma dei termini di essa che hanno a_4 per fattore, B quella dei termini che non la contengono: Per scoprire la natura della A riflettiamo che $a_4=-\frac{B}{A}$ non può acquistare un valore infinito, corrispondentemente a valori finiti delle altre coordinate dei dati punti, fuorchè quando il piano che contiene i punti 1° 2° 3° sia parallelo all' asse delle x, ossia che la projezione $\frac{Sb_1(c_2-c_3)}{2}$ del triangolo $\underline{1\,2\,3}$ sul piano *II* sia nulla

ed abbiasi $Sb_1(c_2-c_3)=0$, ma in allora dovrà essere $A=0$, quindi la Aa_4 dovrà avere la forma $l^{v}a_4Sb_1(c_2-c_3)$, ove la l^{v} non potrà essere che un numero indipendente dalle coordinate dei punti supposti, perchè, se si volesse funzione di esse, la a_4 diverrebbe infinita anche ponendo $l^{v}=0$, il che è assurdo. Quanto si è detto della a_4 può ripetersi delle b_4, c_4, e però le somme dei termini affetti dalle b_4 c_4 potranno rappresentarsi dalle $m'^{v}b_4Sc_1(a_2-a_3)$, $n'^{v}c_4Sa_1(b_2-b_3)$, onde la condizione cercata potrà esprimersi dalla

$l^{v}a_4Sb_1(c_2-c_3)+m'^{v}b_4Sc_1(a_2-a_3)+n'^{v}c_4Sa_1(b_2-b_3)+D=0$ che non deve mutarsi se si scambino le lettere a b c nelle b c a perchè era indifferente chiamare *II, III, I* gli assi *I, II, III* e però si avrà $l^{v}=m^{v}=n^{v}$ e la precedente diverrà

$l^{v}\Big(a_4Sb_1(c_2-c_3)+b_4Sc_1(a_2-a_3)+c_4Sa(b_2-b_3)\Big)+D=0$. Potrà la condizione medesima presentarsi anche sotto le forme che dall' ultima si deducono permutandovi in giro sotto le lettere gli apici 1 2 3 4, ed anche dalla loro somma, per lo che potremo anche rappresentarla dalla

$$\text{(d)}\quad l^{v}\left\{\begin{matrix} a_4Sb_1(c_2-c_3)\\ +b_4Sc_1(a_2-a_3)\\ +c_4Sa_1(b_2-b_3)\end{matrix}\right\}+l'\left\{\begin{matrix} a_1Sb_2(c_3-c_4)\\ +b_1Sc_2(a_3-a_4)\\ +c_1Sa_2(b_3-b_4)\end{matrix}\right\}+l''\left\{\begin{matrix} a_2Sb_3(c_4-c_1)\\ +b_2Sc_3(a_4-a_1)\\ +c_2Sa_3(b_4-b_1)\end{matrix}\right\}+$$

$$+l'''\left\{\begin{matrix} a_3Sb_4(c_1-c_2)\\ +b_3Sc_4(a_1-a_2)\\ +c_3Sa_4(b_1-b_2)\end{matrix}\right\}+L=0$$

ove la L non può essere funzione delle coordinate a b c dei punti dati perchè tutti i termini della cercata condizione affetti dalle medesime sono stati, fors' anche ripetutamente, raccolti nelle quantità che moltiplicano nelle (d) le diverse l.

La precedente (d) dovrà manifestamente sussistere quando si scambiano fra loro gli apici 1 4 sotto le lettere a b c, onde

$$l^{v}\left\{\begin{matrix} a_1Sb_4(c_2-c_3) \\ +b_1Sc_4(a_2-a_3) \\ +c_1Sa_4(b_2-b_3) \end{matrix}\right\} + l'\left\{\begin{matrix} a_4Sb_2(c_3-c_1) \\ +b_4Sc_2(a_3-a_1) \\ +c_4Sa_2(b_3-b_1) \end{matrix}\right\} + l''\left\{\begin{matrix} a_2Sb_3(c_1-c_4) \\ +b_2Sc_3(a_1-a_4) \\ +c_2Sa_3(b_1-b_4) \end{matrix}\right\} +$$

$$+l'''\left\{\begin{matrix} a_3Sb_1(c_4-c_2) \\ +b_3Sc_1(a_4-a_2) \\ +c_3Sa_1(b_4-b_2) \end{matrix}\right\} + L = 0$$

ed, essendo $a_4Sb_2(c_3-c_1)=a_4Sb_1(c_2-c_3)$; $a_1Sb_4(c_2-c_3)=a_1Sb_2(c_3-c_4)$; $a_2Sb_3(c_1-c_4)=-a_2Sb_3(c_4-c_1)$; $a_3Sb_1(c_4-c_2)=-a_3Sb_4(c_1-c_2)$, la precedente cambiati i segni può scriversi

$$-l'\left\{\begin{matrix} a_4Sb_1(c_2-c_3) \\ +b_4Sc_1(a_2-a_3) \\ +c_4Sa_1(b_2-b_3) \end{matrix}\right\} - l^{v}\left\{\begin{matrix} a_1Sb_2(c_3-c_4) \\ +b_1Sc_2(a_3-a_4) \\ +c_1Sa_2(b_3-b_4) \end{matrix}\right\} + l''\left\{\begin{matrix} a_2Sb_3(c_4-c_1) \\ +b_2Sc_3(a_4-a_1) \\ +c_2Sa_3(b_4-b_1) \end{matrix}\right\} +$$

$$+l'''\left\{\begin{matrix} a_3Sb_4(c_1-c_2) \\ +b_3Sc_4(a_1-a_2) \\ +c_3Sa_4(b_1-b_2) \end{matrix}\right\} - L = 0$$

che, confrontata colla (d), dà $l^{v}=-l'$, $L=-L$, ossia $L=0$. Così scambiando nella (d) fra loro gli apici 1 2 si trova $l''=-l'=l^{v}$ e scambiando gli apici 2 3 si ha $l'''=-l''=-l^{v}$; posti questi valori delle l' l'' l''' nella (d), questa divisa per l^{v} diviene

$$\text{(e)}\quad +\left\{\begin{matrix} a_4Sb_1(c_2-c_3) \\ +b_4Sc_1(a_2-a_3) \\ +c_4Sa_1(b_2-b_3) \end{matrix}\right\} - \left\{\begin{matrix} a_1Sb_2(c_3-c_4) \\ +b_1Sb_2(a_3-a_4) \\ +c_1Sa_2(b_3-b_4) \end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix} a_2Sb_3(c_4-c_1) \\ +b_2Sc_3(a_4-a_1) \\ +c_2Sa_3(b_4-b_1) \end{matrix}\right\} -$$

$$-\left\{\begin{matrix} a_3Sb_4(c_1-c_2) \\ +b_3Sc_4(a_1-a_2) \\ +c_3Sa_4(b_1-b_2) \end{matrix}\right\} = 0.$$

Trovasi la medesima adempiuta quando si faccia coincidere il punto 4° col primo ponendo $a_4=a_1$ $b_4=b_1$ $c_4=c_1$, oppure

col secondo fatto $a_4=a_2$, $b_4=b_2$ $c_4=c_2$ infine col terzo, posto $a_4=a_3$, $b_4=b_3$, $c_4=c_3$, il che accade perchè i dati punti riduconsi a tre, che sono sempre in un piano.

Raccogliendo separatamente tutti i termini che in essa (e) moltiplicano le a_4 b_4 c_4 si ottiene la

$$3\ \Big(a_4Sb_1(c_2-c_3)+b_4Sc_1(a_2-a_3)+c_4Sa_1(b_2-b_3)-(a_1b_2c_3+a_3b_1c_2+$$

$+a_2b_3c_1-a_2b_1c_3-a_1b_3c_2-a_3b_2c_1)\Big)=0$, e, fatto $(a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+$

$+a_2b_3c_1-a_2b_1c_3-a_1b_3c_2-a_3b_2c_1)$, $=S\overline{a_1b_2}c_3$, ove $\overline{a_1b_2}=a_1b_2-a_2b_1$, la domandata condizione verrà espressa dalla

$$\text{(f)}\qquad a_4Sb_1(c_2-c_3)+b_4Sc_1(a_2-a_3)+c_4Sa_1(b_2-b_3)=S\overline{a_1b_2}c_3\ .$$

non che dalle

$$a_1Sb_2(c_3-c_4)+b_1Sc_2(a_3-a_4)+c_1Sa_2(b_3-b_4)=S\overline{a_2b_3}c_4$$

$$a_2Sb_3(c_4-c_1)+b_2Sc_3(a_4-a_1)+c_2Sa_3(b_4-b_1)=S\overline{a_3b_4}c_1$$

$$a_3Sb_4(c_1-c_2)+b_3Sc_4(a_1-a_2)+c_3Sa_4(b_1-b_2)=S\overline{a_4b_1}c_2$$

che si deducono dalla (f) permutando in giro gli apici 4, 1, 2, 3 sotto le lettere e che riducono la (e) alla $S\overline{a_1b_2}c_3-S\overline{a_2b_3}c_4+S\overline{a_3b_4}c_1-S\overline{a_4b_1}c_2=0$, di 24 termini, la quale è anche essa la condizione cui deve adempiersi perchè i quattro punti supposti siano in un piano che indichiamo col segno $\Sigma(1,\ 2,\ 3,\ 4)=0$.

Dalle $S\overline{a_2b_1}c_3=-S\overline{a_1b_2}c_3$, $S\overline{a_1b_3}c_4=S\overline{a_3b_4}c_1$, $S\overline{a_3b_4}c_2=S\overline{a_2b_3}c_4$, $S\overline{a_4b_2}c_1=-S\overline{a_4b_1}c_2$, che si dimostrano sviluppandole, si ha $\Sigma(2\,1\,3\,4)=S\overline{a_2b_1}c_3-S\overline{a_1b_3}c_4+S\overline{a_3b_4}c_2-S\overline{a_4b_2}c_1=-(S\overline{a_1b_2}c_3-$ $-S\overline{a_2b_3}c_4+S\overline{a_3b_4}c_1-S\overline{a_4b_1}c_2)=-\Sigma(1234)$, proprietà delle funzioni $S\overline{a_1b_2}c_3$, $\Sigma(1\,2\,3\,4)$ si è di cambiar segno se in esse si faccia

lo scambio di due apici, quindi di conservarlo se si facciano due, o un numero pari di tali scambj, e di mutarlo quando se ne faccia un numero dispari.

19.° Per determinare l' Equazione del piano che passa pei punti 1° 2° 3° non si hanno che a considerare nella (f) variabili le coordinate a_4 b_4 c_4 del 4° punto, e porre in lor vece le x y z e divisa per 2, risulterà

$$x\,\frac{Sb_1(c_2-c_3)}{2}+y\,\frac{Sc_1(a_2-a_3)}{2}+z\,\frac{Sa_1(b_2-b_3)}{2}=\frac{S\overline{a_1b_2}c_3}{2}$$ ove è

da osservare che i coefficienti delle x y z esprimono le aree delle projezioni del triangolo $\underline{1\,2\,3}$ nei piani normali agli assi di esse coordinate, ed il secondo membro

$$\frac{a_1b_2c_3+a_3b_1c_2+a_2b_3c_1-a_2b_1c_3-a_1b_3c_2-a_3b_2c_1}{2}=\frac{a_1+a_2+a_3}{3}\,\frac{Sb_1(c_2-c_3)}{2}$$

$$+\frac{b_1+b_2+b_3}{3}\,\frac{Sc_1(a_2-a_3)}{2}+\frac{c_1+c_2+c_3}{3}\,\frac{Sa_1(b_2-b_3)}{2}$$

rappresenta la somma dei tre prismi eretti normalmente su quelle projezioni tronchi, e terminati dal triangolo $\underline{1\,2\,3}$.

20.° Si domandi l' espressione della solidità V della piramide $\underline{1\,2\,3\,4}$ che ha i vertici de' suoi angoli solidi nei punti 1° 2° 3° 4°.

Questa espressione divien nulla sol quando i quattro punti siano in un piano e sia $\Sigma(1\,2\,3\,4)=0$, quindi $V=l\Sigma(1\,2\,3\,4)=$ $=l(S\overline{a_1b_2}c_3-S\overline{a_2b_3}c_4+S\overline{a_3b_4}c_1-S\overline{a_4b_1}c_2)$ ove la costante l si determina osservando che quando il punto 1° cade sull' asse delle x e sia $b_1=c_1=0$, il 2° sull' asse delle y e $a_2=c_2=0$, il 3° su quello delle z ed $a_3=b_3=0$, il quarto sull' origine delle coordinate onde $a_4=b_4=c_4=0$, si sa essere $V=\frac{a_1b_2c_3}{6}$ mentre la precedente dà $V=la_1b_2c_3$, dunque $l=\frac{1}{6}$, e la solidità della piramide $\underline{1\,2\,3\,4}$ verrà espressa da

$V=\frac{\Sigma(1\,2\,3\,4)}{6}=\frac{S\overline{a_1b_2}c_3}{6}-\frac{S\overline{a_2b_3}c_4}{6}+\frac{S\overline{a_3b_4}c_1}{6}-\frac{S\overline{a_4b_1}c_2}{6}$, o meglio da

$V=\frac{S\overline{a_1b_2}c_3+S\overline{a_3b_2}c_4+S\overline{a_3b_4}c_1+S\overline{a_1b_4}c_2}{6}$, ove a piedi delle lettere

sono segnati i nomi $\underline{1\,2\,3}$ $\underline{3\,2\,4}$ $\underline{3\,4\,1}$ $\underline{1\,4\,2}$ delle faccie della piramide letti secondo l' ordine dovuto (n.° 9). Il valore trovato di V eguaglia la somma dei volumi dei prismi eretti sulle projezioni delle faccie $\underline{1\,2\,3}$ $\underline{3\,2\,4}$ $\underline{3\,4\,1}$ $\underline{1\,4\,2}$ della piramide sopra un qualunque dei piani delle coordinate, e terminati dalle faccie medesime (n.° 19). È da notare che se per esempio

il volume $\frac{(c_1+c_2+c_3)}{3}\,\frac{(a_1b_2+a_2b_3+a_3b_1-a_2b_1-a_3b_2-a_1b_3)}{2}$ è espresso da $\frac{S\overline{a_1b_2}c_3}{6}+\frac{c_1(a_1b_2-a_2b_1)}{6}+\frac{c_2(a_2b_3-a_3b_2)}{6}+\frac{c_3(a_3b_1-a_1b_3)}{6}$,

e non dalla sola $\frac{S\overline{a_1b_2}c_3}{6}$ ciò accade perchè i termini $\frac{c_1(a_1b_2-a_2b_1)}{6}$, ec. vengono nella somma totale $\Sigma(1\,2\,3\,4)$ elisi da altrettanti eguali e di segni contrarj, appartenenti alle espressioni corrispondenti alle faccie limitrofe al triangolo $\underline{1\,2\,3}$ della piramide.

Se colla $V=\frac{\Sigma(1\,2\,3\,4)}{6}$ si è inteso di rappresentare la solidità della piramide $\underline{1\,2\,3\,4}$ presa positivamente, verrà dessa convenientemente denominata anche se nella disposizione dei numeri che ne compongono il nome $\underline{1\,2\,3\,4}$ si faccia un numero pari di scambj di due di essi nnmeri (n.° 18), mentre le disposizioni ottenute con un numero dispari di detti scambj indicheranno la piramide medesima presa negativa-

mente. Coincida il punto 4° coll'origine O delle coordinate, onde $a_4=b_4=c_4=0$, e dalla $V=\frac{\overline{Sa_1b_2c_3}}{6}$ verrà espresso il valore del tetraedro $\underline{1\,2\,3\,O}$ che ha per base il triangolo $\underline{1\,2\,3}$, ed il vertice nell' origine O, e però la precedente

$$V=\frac{\overline{Sa_1b_2c_3}}{6}+\frac{\overline{Sa_3b_2c_4}}{6}+\frac{\overline{Sa_3b_4c_1}}{6}+\frac{\overline{Sa_1b_4c_2}}{6}$$ esprime ancora la somma dei valori dei quattro tetraedri $\underline{1\,2\,3\,O}$ $\underline{3\,2\,4\,O}$ $\underline{3\,4\,1\,O}$ $\underline{1\,4\,2\,O}$ che hanno per basi le faccie $\underline{1\,2\,3}$ $\underline{3\,2\,4}$ $\underline{3\,4\,1}$ $\underline{1\,4\,2}$ della supposta piramide, ed il comun vertice O, che può essere un qualunque punto dello spazio; saranno dessi manifestamente positivi, supposta tale la piramide, quando congiunto un punto P preso entro la corrispondente base col punto O mediante una rettalinea terminata PO, questa in prossimità del punto P scorra entro la solidità del tetraedro, saran negativi se rimanga ad essa esterna, per lo che quando nel leggere il nome della base supposta nel 1° caso si gira attorno al punto P dalla parte del punto O in un dato senso convenuto, si verrà a girare nel verso contrario per leggere il nome di un tetraedro negativo (*). Così, se la $O4$ scorra tutta entro la solidità del tetraedro $\underline{1\,2\,3\,O}$, sarà questo positivo, e gli altri tre negativi, che tolti dal primo lascian appunto la piramide $\underline{1\,2\,3\,4}$.

21.° Si chiegga il volume V di un poliedro a faccie triangolari, il che si può sempre supporre perchè le faccie poligone si possono sempre dividere in tanti triangoli, delle quali faccie segnate agli angoli con lettere o numeri vengano letti i nomi colla regola del n.° 9.

(*) Queste regole convengono con quelle date dall' esimio Sig. Professore Giusto Bellavitis nella Memoria intitolata = *Sposizione elementare della teorica dei determinanti* = ed inserita nel Vol. VII delle Memorie dell' I. R. Istituto Veneto delle Scienze, lettere ed Arti al n.° 28, e nota *xj*.

Assunto nell'interno del poliedro un punto $[a_0\ b_0\ c_0]$ in modo che possa intendersi diviso il poliedro in tante piramidi aventi il comun vertice $[a_0\ b_0\ c_0]$ e per basi tutte le faccie triangolari del poliedro le quali chiameremo $\underline{123}$ $\underline{324}$..... La solidità della piramide $\underline{1230}$, verrà espressa da

$$\frac{S\overline{a_1 b_2} c_3 + S\overline{a_3 b_2} c_0 + S\overline{a_3 b_0} c_1 + S\overline{a_1 b_0} c_2}{6},$$ quella della piramide $\underline{3240}$

da $$\frac{S\overline{a_3 b_2} c_4 + S\overline{a_4 b_2} c_0 + S\overline{a_4 b_0} c_3 + S\overline{a_3 b_0} c_2}{6}$$ ec. Ora perchè la lor

somma deve essere indipendente dalla posizione del punto $[a_0\ b_0\ c_0]$, necessariamente dovranno in essa scomparire le coordinate $a_0\ b_0\ c_0$ di esso punto, e ridursi la medesima alla somma dei primi termini delle precedenti espressioni,

cioè alla $$V = \frac{S\overline{a_1 b_2} c_3 + S\overline{a_3 b_2} c_4 + \text{ ec.}}{6},$$ che anche qui rappre-

senta la somma dei valori analitici dei prismi eretti sulle projezioni delle faccie del poliedro in uno dei piani coordinati, e terminati dalle faccie medesime, ben inteso che, ritenendo positivi quei prismi che terminano a faccie rivolte verso la parte delle coordinate positive, si dovranno considerare negativi quei prismi che corrispondono a faccie che guardano il piano di projezione, perchè nel leggere i nomi delle loro basi si gira attorno di esse nel senso opposto a quello secondo cui vengono letti i nomi delle basi dei primi.

Esprime inoltre pel n.° 20 detta V la somma dei tetraedri $\underline{123O}$ $\underline{342O}$ ec. che hanno per basi le faccie $\underline{123}$ $\underline{342}$ ec. del poliedro, e per comun vertice un punto qualsivoglia O dello spazio, fra i quali si distingueranno i negativi dai positivi colla regola ivi esposta.

22.° Proponiamoci ora la ricerca della condizione cui debbono adempiere le coordinate di cinque punti $[a_1\ b_1\ c_1]$,

$[a_2\ b_2\ c_2]$, $[a_3\ b_3\ c_3]$, $[a_4\ b_4\ c_4]$, $[a_5\ b_5\ c_5]$ perchè si trovino assieme sopra la superficie di una sfera.

Essendo questa determinata degli ultimi quattro punti riflettiamo che, se siano date le coordinate b_1 c_1 del 1° punto, generalmente ad esse corrisponderanno due valori della a_1, e del raggio vettore $r_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}$ che congiunge l'origine delle coordinate col punto $[a_1\ b_1\ c_1]$, e però l' Equazione esprimente la condizione richiesta dovrà essere di 2° grado rispetto alla r_1, ed avere la forma $Ar_1^2 + B = 0$. Per discutere il valore della A osserviamo che detta Equazione deve ridursi al 1° grado, e riuscire $A = 0$, sol quando gli ultimi quattro punti si trovino in un piano, in cui si cambi la superficie sferica, ed abbiasi $\Sigma(2345) = 0$, onde la A che con questa si annulla avrà la forma $A = l'\Sigma(2345)$, e la condizione cercata dovrà contenere la quantità $Ar_1^2 = l'r_1^2\Sigma(2345)$. Similmente si dimostra che la medesima conterrà anche le quantità $l''r_2^2\Sigma(3451)$, $l'''r_3^2\Sigma(4512)$, $l^{\text{v}}r_4^2\Sigma(5123)$, $l^{\text{v}}r_5^2\Sigma(1234)$ e si potrà presentare sotto la forma

$$\text{(g)} \qquad l'r_1^2\Sigma(2345) + l''r_2^2\Sigma(3451) + l'''r_3^2\Sigma(4512) + \\ + l^{\text{v}}r_4^2\Sigma(5123) + l^{\text{v}}r_5^2\Sigma(1234) + M = 0$$

la quale non si deve mutare se si scambino le coordinate del 1° punto con quelle del 2°, onde

$$l'r_2^2\Sigma(1345) + l''r_1^2\Sigma(3452) + l'''r_3^2\Sigma(4521) + \\ + l^{\text{v}}r_4^2\Sigma(5213) + l^{\text{v}}r_5^2\Sigma(2134) + M = 0$$

ed, essendo $\Sigma(1345) = -\Sigma(3451)$, che si ha dalla $\Sigma(1345)$ con tre scambi di 2 apici (n.° 18), e $\Sigma(3452) = -\Sigma(2345)$, $\Sigma(4521) = -\Sigma(4512)$, $\Sigma(5213) = -\Sigma(5123)$, $\Sigma(2134) = -\Sigma(1234)$, la precedente cambiati i segni diviene

$$l''r_1^2\Sigma(2345) + l'r_2^2\Sigma(3451) + l'''r_3^2\Sigma(4512) + l^{\text{v}}r_4^2\Sigma(5123) + \\ + l^{\text{v}}r_5^2\Sigma(1234) - M \qquad = 0$$

che confrontata alla (g) dà $l'=l''$, così dimostransi le $l''=l'''$, $l'''=l^{\text{v}}$, $l^{\text{v}}=l^{\text{v}}$ scambiando successivamente fra loro gli apici 2 3, 3 4, 4 5, onde la (g) divisa per l' diviene

$$r_1^2\Sigma(2345)+r_2^2\Sigma(3451)+r_3^2\Sigma(4512)+r_4^2\Sigma(5123)+r_5^2\Sigma(1234)-\frac{M}{l'}=0$$

la quale si deve verificare se si supponga che il 5° punto coincida con uno qualunque degli altri quattro; ma in allora trovasi sempre

$$(h)\quad r_1^2\Sigma(2345)+r_2^2\Sigma(3451)+r_3^2(4512)+r_4^2\Sigma(5123)+r_5^2\Sigma(1234)=0,$$

e però anche $\frac{M}{l'}=0$. Infatti se cada sul 1° punto la precedente diverrà

$$r_1^2\Sigma(2341)+r_2^2\Sigma(3411)+r_3^2\Sigma(4112)+r_4^2\Sigma(1123)+r_1^2\Sigma(1234)=0,$$

perchè $\Sigma(2341)=-\Sigma(1234)$ (n.° 18) e si hanno le $\Sigma(3411)$ $\Sigma(4112)$ $\Sigma(1123)$ nulle, tre punti giacendo sempre in un piano. Poichè in queste ipotesi la M è sempre $=0$, col ragionamento usato per la M del (n.° 11) si troverà dover la medesima esser sempre nulla, e però la domandata condizione sarà la (h) e ponendovi per le r_1^2 r_2^2 ec. i loro valori diverrà $(a_1^2+b_1^2+c_1^2)$ $\Sigma(2345)+(a_2^2+b_2^2+c_2^2)$ $\Sigma(3451)+(a_3^2+b_3^2+c_3^2)$ $\Sigma(4512)+(a_4^2+b_4^2+c_4^2)$ $\Sigma(5123)+$ $+(a_5^2+b_5^2+c_5^2)$ $\Sigma(1234)=0$ Equazione simmetrica di 360 termini, cadauna delle Σ essendo di 24 termini (n.° 18).

23.° Se or vogliasi l' Equazione della sfera la cui superficie passa pei primi quattro punti, si risguarderanno variabili le coordinate a_5 b_5 c_5 del 5° punto, e ad esse si sostituiranno le x, y, z, nella precedente Equazione, che si può anche scrivere

$$\left.\begin{array}{r}(a_5^2+b_5^2+c_5^2)\Sigma(1234)+\\ +r_1^2(S\overline{a_2b_3}c_4+S\overline{a_4b_3}c_5+S\overline{a_4b_5}c_2+S\overline{a_2b_6}c_3)+\\ +r_2^2(S\overline{a_3b_4}c_5+S\overline{a_5b_4}c_1+S\overline{a_5b_1}c_3+S\overline{a_3b_1}c_4)\\ +r_3^2(S\overline{a_4b_5}c_1+S\overline{a_1b_6}c_2+S\overline{a_1b_2}c_4+S(\overline{a_4b_2}c_5)+\\ +r_4^2(S\overline{a_6b_1}c_2+S\overline{a_2b_1}c_3+S\overline{a_2b_3}c_6+S\overline{a_5b_3}c_1)\end{array}\right\}=0$$

da cui, sviluppando le diverse somme e raccogliendo i termini che moltiplicano le a_5 b_6 c_6 ossia le x y z si ricava l' Equazione richiesta

$$\text{(I)}\quad \left.\begin{array}{l}\qquad\qquad (x^2+y^2+z^2)\ \Sigma(1\,2\,3\,4)\ +\\ +x(r_1^2Sb_3(c_2-c_4)+r_2^2Sb_3(c_4-c_1)+r_3^2Sb_1(c_4-c_2)+r_4^2Sb_1(c_2-c_3)\\ +y(r_1^2Sc_3(a_2-a_4)+r_2^2Sc_3(a_4-a_1)+r_3^2Sc_1(a_4-a_2)+r_4^2Sc_1(a_2-a_3)\\ +z(r_1^2Sa_3(b_2-b_4)+r_2^2Sa_3(b_4-b_1)+r_3^2Sa_1(a_4-a_2)+r_4^2Sa_1(b_2-b_3)\\ -(r_1^2S\overline{a_3b_2}c_4+r_2^2S\overline{a_3b_4}c_1+r_3^2S\overline{a_1b_4}c_2+r_4^2S\overline{a_1b_2}c_3)\end{array}\right\}=0$$

la quale come si è dimostrato al n.° precedente, viene soddisfatta se per le x y z pongansi le coordinate di qualunque dei punti dati.

24.° Nella soluzione precedente non essendo stata richiamata la definizione della superficie sferica, qui pure, conforme al n.° 12, a confermare gli ottenuti risultamenti e l' esattezza del processo che si è seguito, ricorderemo che l' Equazione di una superficie sferica di raggio R e col centro nel punto $[\alpha\ \beta\ \gamma]$ si sa essere

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2+(z-\gamma)^2=R^2 \text{ ossia}$$

$x^2+y^2+z^2-2\alpha x-2\beta y-2\gamma z+\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-R^2=0$ che confrontata colla (I) somministra le

$$\alpha=-\frac{r_1^2Sb_3(c_2-c_4)+r_2^2Sb_3(c_4-c_1)+r_3^2Sb_1(c_4-c_2)+r_4^2Sb_1(c_2-c_3)}{2\ \Sigma(1\,2\,3\,4)}$$

$$\beta = -\frac{r_1^2 Sc_3(a_2 - a_4) + r_2^2 Sc_3(a_4 - a_1) + r_3^2 Sc_1(a_4 - a_2) + r_4^2 Sc_1(a_2 - a_3)}{2\ \Sigma(1\,2\,3\,4)}$$

$$\gamma = -\frac{r_1^2 Sa_3(b_2 - b_4) + r_2^2 Sa_3(b_4 - b_1) + r_3^2 Sa_1(b_4 - b_2) + r_4^2 Sa_1(b_2 - b_3)}{2\ \Sigma(1\,2\,3\,4)}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - R^2 = -\frac{(r_1^2 S\overline{a_3 b_2} c_4 + r_2^2 S\overline{a_3} b_4 c_1 + r_3^2 S\overline{a_1 b_4} c_2 + r_4^2 S\overline{a_1 b_2} c_3)}{\Sigma(1\,2\,3\,4)}$$

dalla quale

$$R = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \frac{(r_1^2 S\overline{a_3 b_2} c_4 + r_2^2 S\overline{a_3} b_4 c_1 + r_3^2 S\overline{a_1 b_4} c_2 + r_4^2 S\overline{a_1 b_2} c_3)}{\Sigma(1\,2\,3\,4)}}$$

e però l' Equazione (I) appartiene realmente ad una superficie sferica che passa pei quattro punti dati, e della quale si sono determinati i valori dei quattro parametri α, β, γ, R che hanno tutti il divisore $\Sigma(1\,2\,3\,4)$, perchè devono riuscire infiniti quando sia $\Sigma(1\,2\,3\,4) = 0$, ed i quattro punti dati si trovino in un medesimo piano, nel quale trasformasi la superficie sferica.

ERRATA CORRIGE

PER LA MEMORIA SUL CALCOLO APPROSSIMATO DEGLI INTEGRALI DEFINITI

Pagina	Linea	Errori	Correzioni
67	24	tali	lati
68	14	2°	3°
70	21	$\overset{2}{Y}'_{-a}$	$\overset{2}{Y}'_{-a}$
72	8	$\overset{n}{M}n(n-1)\ldots 1\ 2^n a^n$	$\overset{n}{M}n(n-1)\ldots\ 1.2^n x^n$
«	11	$p=\frac{1}{2}$	$p=-\frac{1}{2}$
75	1	$y^n{}_{-a}=\overset{n}{Y}_a$	$y^n{}_{-a}=\overset{n}{Y}_{-a}$
«	7	$\overset{n}{Z}'=n\overset{n}{M}z^{n-1}z$	$\overset{n}{Z}'=n\overset{n}{M}z^{n-1}z'$
79	4	$y^v{}_m)$	$y'^v{}_m)$
«	6	$y^v{}_m)$	$y'^v{}_m)$
80	5	$\Sigma_0^4\overset{4}{P}$	$\Sigma_0^4\overset{0}{P}$
83	6	$\int_{\infty}^{\infty}\frac{dx}{1+x^2}=$	$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{1+x^2}=$
89	25	(x^2-9a^2)	$(x^2-9a^2)^n$

MEMORIE

DELLA SEZIONE DI LETTERE

ELOGIO

DEL CAV. AB. GIAMBATTISTA VENTURI

LETTO

DAL SIG. PROFESSORE ALESSANDRO PUGLIA (*)

nelle adunanze del 19 *Febbrajo e* 21 *Marzo* 1859

Nella contemplazione della natura, del pari che nell'esercizio della ragione, l'intelletto dell'uomo desideroso di farsi sapiente, o pone a segno de' proprii studii quelle cognizioni che acquistate ne' secoli formano già il dovizioso retaggio dell'umano sapere, o tenta invece di spingersi nel mondo indefinito di quelle che non per anco da chicchessia ravvisate può egli colla perspicacia del genio nutrire speranza di primamente scuoprire. Posto di fronte a quella misteriosa catena che raffigura quanto Iddio concede di sua sa-

(*) Questo Elogio fu recitato dall'A. nella chiesa di S. Carlo il 2 gennaio 1849 per l'inaugurazione degli Studii Universitarii di quell'anno scolastico, e quindi consegnato alla R. Accademia dopo datane lettura nelle due Adunanze della Sezione di Lettere 19 febbrajo e 21 marzo 1859. — L'elogio fu compilato nella massima parte sopra la biografia del Venturi pubblicata dal ch. Prof. Giovanni de' Brignoli nelle *Notizie biografiche e letterarie in continuazione della Biblioteca Modenese del Cav. Ab. Girolamo Tiraboschi,* stampate in Reggio da Torreggiani e C. nel 1833. (V. Tom. III. e seg.): e l'A. crede opportuno di qui dichiarare di non aver presentate in esso Elogio se non se le cose principali che si leggono in quell'eccellente biografia, distribuite soltanto con quell'ordine ed esposte con quella maniera di dicitura e di stile che meglio ha creduto confarsi alla declamazione di un discorso inaugurale nell'accennata occasione.

pienza alla sapienza dell' uomo, ha questi l' arbitrio e la facoltà di trascorrere lunghesso la catena medesima e di considerarne alcune delle moltissime anella; e un' inquietudine perpetua e un' implacabile curiosità ne agita ardentemente lo spirito indagatore, nello scopo o di dar ordine e luce a quanto nelle tradizioni dei tempi che furono rimase errore oscurità confusione, o di precorrer l' opera de' tempi avvenire e stender oltre la cerchia delle mentali conquiste sino al più lontano confine cui sia concesso raggiugnere. Se non che in cosiffatta intellettuale escursione, le tendenze varie e come i varii istinti delle singole menti, le proporzioni delle differenti capacità colla diversa ampiezza degli oggetti fatti scopo alle studiose meditazioni, non meno che la misurata potenza del più degl' ingegni che mal consente il cimentarsi più che ad uno od a pochi de' tanti subietti di studio, leggi e cagioni addivengono che ai modi d' azione dell' intelletto danno peculiare norma e governo, e ritenendoli entro circoscritti cancelli non permettono il possesso dell' immensità del sapere se non che sotto speciali, e limitatissimi aspetti. Egli è perciò, che i sapienti del mondo veggiamo di necessità separarsi e distribuirsi in altrettante classi o famiglie distinte, e sorgere o l' erudito e lo storico che il tesoro delle cumulate cognizioni consegna al fedele deposito della memoria, o il filosofo che quelle assoggetta alla severa disamina della ragione, o il poeta e l' artista che le trasporta inspirato ne' fantastici regni dell' immaginazione e del bello.

Sebbene però simili ripartizioni s' avverino nella moltitudine degl' ingegni, tali ve n' hanno sì eminenti e sublimi che per sorprendente universalità d' attitudini d' ogni freno e d' ogni legge si mostrano disdegnosi, e ponendosi alacremente al cospetto di quanto per l' uomo avvi di scibile, come vittoriosi conquistatori cui nulla resiste, scorrono per ogni estremo, d' ogni regno s' insignoriscono, e s' accostano quant' è più possibile a quella sapienza infinita, che parve

quasi volerli formati di migliore sostanza, e improntati d'orma più vasta dello spirito suo creatore. Sono scogli eccelsi nella immensità del mare, che levano il capo a dominar latamente tutto quanto sta sopra all' imo abisso ove siedono; sono altissimi monti, che mentre giace la valle nebbiosa ancora ed oscura guardano arditamente nel sole che ne indora dall' oriente le cime. — La storia dello spirito umano ben rari esempii ci porge d' uomini cotanto privilegiati, ai quali se la generazione in cui vivono plaude attonita e riverente, non può certamente la posterità, sinchè durino i secoli, negar solenni tributi di gratitudine e di commendazione onorevole.

Io qui vengo, o Signori, alla veneranda vostra presenza col giubilo nell' animo e coll' ansia d' un fervido desiderio, poichè uno di codesti sommi uomini scorgo appartenere ai fasti gloriosi della nostra storia patria, ed essere non pur mio concittadino quanto ascritto già a questo illustre consesso che voi sì degnamente onorate: ed io ben vorrei possedere e larga vena di facondia e copia amplissima di dottrina, perchè facendone oggi soggetto d' encomio nella solenne inaugurazione de' nostri studii, Lui fregiasse colle più eloquenti pompe del dire il guiderdone della lode. *Giambattista Venturi* è l' uomo straordinario che m' accingo oggi a offerire ai dottissimi vostri sguardi, l' uomo straordinario che tutto quasi lo scibile umano comprese nella sfera immensa dell' incomparabil suo genio, l' uomo del quale tutta intera e continua la vita fu grande e ammirando prodigio di universale sapienza. Sebbene mi disconforti per una parte la grandezza dell' arduo subietto cimentata alla misura delle frali mie forze e per l' altra m' angustii il pensiero di parlare di scienza dinnanzi a Voi nelle scienze profondissimi, il valore tuttavia delle cose che, preso soltanto il modesto ufficio di storico, mi propongo ora d' esporvi, e la cortesia gentile degli animi vostri mi danno lena ad assumermi il grave incarico agli omeri e a presentarmi non timido al

vostro cospetto. Alzisi or dunque la tela, e stia dinnanzi a voi la magnificenza del quadro spettacoloso: poche immagini soltanto di esso vi colpiranno, io credo, d' altissima meraviglia, quand' anche non ve ne siano disegnati maestrevolmente i contorni e disposte e distribuite le tinte con valoroso pennello.

Giambattista Venturi sortì i suoi natali l' anno 1746 in Bibbiano, pingue borgata del Reggiano territorio; e i genitori suoi d' onesta e civil condizione volendolo allevato agli studii, l' educazion ne affidarono al Seminario di Reggio, ove *Bonaventura Corti* leggeva Filosofia e Matematica elementare, ed insegnava la Fisica quel prestantissimo ingegno di *Lazzaro Spallanzani*. Se i ragguagli del vivere fanciullesco e delle giovanili primizie della mente entrano sostanzialmente nella storia degli uomini volgari, devono trascurarsi in que' grandi la storia de' quali intrinsecamente s' intreccia con quella dei progressi dello spirito umano: io tacerò quindi e la prodigiosa memoria, e il pronto e vivace intelletto, e la felice attitudine ad ogni maniera di studii addimostrata dal giovinetto *Venturi*, sotto la scorta e l' esempio di quei grandissimi, ne' quali ogni giorno vieppiù cresceva colla sorpresa de' rapidi apprendimenti la gioja d' averli in quel docile animo sagacemente insinuati. S' avvidero essi ben presto di spargere i semi d' ogni nobile disciplina a germoglio di messe ubertosa in assai ferace terreno, e sin dall' aurora di quella vita scientifica rifulse agli occhi loro non già il barlume di uno smorto crepuscolo, ma la viva luce di uno splendentissimo sole. E bene al vero s' apposero que' valentissimi, poichè l' allievo loro, emulo della Fenice degl' ingegni per esperimenti di straordinaria memoria, (1) sostenitore di tesi filosofiche poco più che bilustre, sapiente a vent' anni della divina fra le scienze la Teologia e propugnatore nel

(1) In età di undici anni, ancora scolaro di Filosofia, diè saggio di memoria prodigiosa, ripetendo alla distesa una predica intesa a declamare una volta sola.

pubblico d' alcuni augusti suoi dommi, (2) non sì tosto innalzato al Sacerdozio che campion valoroso per robusta eloquenza dal pergamo, (3) venne prestamente trascelto da onorevole invito a cangiare lo scanno del discepolo nella cattedra del precettore, e per suffragio d' autorevoli giudici fatto compagno ai maestri, maestro ai compagni, si rese ben presto non meno il vanto che l' ammirazione di tutti. — Se non che, l' insegnamento delle Grammatiche che prima ebbe nell' Istituto medesimo che l' educò, sembra gli si affidasse piuttosto per non istaccarlo da quel luogo, ove porgeva di se tante speranze ed aspettative, che pel proposito di consacrarlo per lungo volger di tempo ad officio sì angusto alle sue vigorose attitudini. E valga il vero, non andò guari un solo anno, che pel richiamo dello *Spallanzani* alla cattedra di Fisica in Modena e per la sostituzione a questo del *Corti* nel Reggiano Seminario, (4) incontanente la Metafisica e la Geometria gli furono date a professare, testimonio d' onore ben dovuto a quel mirabile ingegno, che in verde giovinezza precocemente maturo, dispiegava già profondissimo senno nelle speculazioni severe della Filosofia.

Erano le scuole de' filosofanti offuscate ancora a que' giorni dalle nebbie del Peripato, e strette per l' arroganza de' sofisti fra le sottili cavillazioni del sillogismo, servilmente inceppavano l' insegnamento e lo ricingevano d' incertezze e di errori. Nè le dottrine avverse all' idolatria Aristotelica eran valse a trionfo di essa se non se nelle menti di pochi uomini intelligenti ed ardimentosi, cui meglio che l' autorità

---

(2) Nel 1766 sostenne per due giorni consecutivi un pubblico saggio di Teologia intorno al trattato *De Incarnatione* con molta bravura e senza assistente.

(3) Furono recitati dal *Venturi* varii discorsi dal pulpito nei primi anni della sua carriera Ecclesiastica. Sono citati dal Biografo di lui, specialmente = Il Panegirico della B. Giovanna Scopelli Reggiana, 1772. = Il Discorso per la processione del Giovedì Santo in Reggio, 1773. = Il Panegirico in onore di S. Luigi Gonzaga recitato in Bibbiano.

(4) Ciò avvenne nel 1769.

la ragione era legge, cui premea vendicare a questa il diritto di sbandire que' metodi tenebrosi che l' umana intelligenza straziavano come nel letto durissimo di Procuste. Scorto da questo santo principio, fu tra primi presso noi il *Venturi* ad espugnare il baluardo dell' ignoranza de' tempi, e fulminando dal cattedratico seggio e proclamando nel pubblico l'anatema al disputare Peripatetico nello studio della Filosofia, concorse sin dai primi suoi anni ad operare con provvido benefizio la rigenerazione dello scolastico insegnamento. Sicchè per l' importanza non meno degli argomenti da lui scelti a trattare, che per la felice applicazione del nuovo metodo, ei venne bentosto in fama di grande metafisico e di profondo ideologista; e sia che ragionasse intorno all' origine delle umane cognizioni e alle gradazioni e agli oggetti di esse, sia che investigasse e definisse il magistero onde le sensazioni si effettuano, sia che sul misterioso argomento s' intertenesse dello spirito dei bruti, (5) il giudizio autorevol del pubblico il proclamò degno di più grandiosa palestra, ove gli potessero crescere pari all' altezza del merito le onorificenze e le glorie dell' avvenire.

Nè un tanto voto fu vano, nè andò minore del desiderio il successo. Quest' inclito Archiginnasio dalla regale munificenza di *Francesco III* consecrato alla maestà delle scienze, ansioso e sollecito chiamò nel suo seno il *Venturi*, presago di fare più splendida e decorosa per la luce di questa giovin sapienza la fama di quel consesso, cui già s' inchinava riverente l'Europa. Come aquila generosa che dall' altissima rupe slanciasi a volo per le campagne del cielo, così l' ingegno potente del *Venturi* si solleva dal suo nido novello, e dispiegando ala immensa poggia a sublimi fastigi ed ac-

(5) De hominis cognitione: disputatio publica. Mutinae 1772. — De sensu hominis: thaeses. Mutinae 1774. — La dissertazione e le tesi furono scritte dal *Venturi*, e disputate in Reggio in pubbliche difese dai Seminaristi Alessandro Pasini di Parma e G. Battista Pavesi di Reggio, e procurarono molta fama al loro Autore.

cenna con inusitati ardimenti alla sua futura grandezza. Precettore all' Università ed al Collegio della patrizia gioventù Modenese nella Metafisica e nelle Matematiche elementari, occupa egli poco appresso la Cattedra eziandio della Fisica generale (6); assolve per quattro lustri il gravoso triplice ufficio col profonder tesori di peregrina sapienza, e ponendo animo e lena ai rami pressocchè tutti delle scienze filosofiche, queste com' è qualità de' massimi intelletti a grandiosi avanzamenti promove, e quali da errori ripurga, quali di dottrine arricchisce, quali allarga per novità di trovati, in tutte ponendo l'ordine e l'eleganza, la nitidezza, la lucidità, lo splendore. Feconda nella Metafisica gli sterili semi dell' Ideologia e dell' analisi; crea nella Geometria nuove dimostrazioni e fonda nuovi teoremi; aumenta e perfeziona la Dinamica, l' Ottica, l' Idraulica; grande egualmente se calcolando il cadere de' gravi piglia le mosse là dove arrestavasi il gran passo del *Galileo*, o se contemplando i miracoli della luce più addentro spinge lo sguardo che quel divino di *Newton*, o se più intrepido del sommo legislatore delle acque, il *Castelli*, affronta lo studio di quell' ardua scienza per cui può l'uomo frenare l'indomito corno de'fiumi devastatori.

Stiano a testimonianza solenne di quanto affermo alcune fra le produzioni sue che in quel lasso di tempo ebb' egli a far conoscere al pubblico, sebbene sotto l' umile sembianza di articoletti consegnati ai giornali, di commenti, di prefazioni a tesi scolastiche disputate da qualche egregio discepolo, o d' altre minori opericciuole, di scarsa mole bensì ma di gigantesco valore. Egli è in queste diffatti che si trovano chiamati a rigoroso scrutinio alcuni elevati concepimenti di distintissimi ingegni, d' un *Frisi*, d' un *Boscowich*, d' un *Lagrange*, e vi si leggono appuntati d' insufficienza e

(6) Chiamato il *Venturi* all' Università di Modena nel 1774 vi professò tosto la Metafisica e le Matematiche elementari, indi nel 1776 la Fisica generale.

d' errore e quindi perfezionati e corretti; egli è in queste che compiesi il felice divisamento di togliere dalla Geometria le dimostrazioni per la via dell' assurdo e che si additano due ingegnosi artifizii a conseguire l' utilissimo scopo; egli è in queste che la difficoltà incontrata mai sempre dall' *Euclide* fino al *D' Alembert* intorno all'assegnare la più scientifica definizione delle linee parallele vedesi con sagace maestria geometrica felicemente superata (7). — E quante prove non ci porgono quelle stesse primizie scientifiche della suprema eccellenza del *Venturi* nelle applicazioni matematiche agli studii della Fisica generale e della Dinamica? S' erano arrestati il *Galileo* ed il *Bernoulli* alla dimostrazione della più veloce discesa dei gravi per l' arco di circolo che pei lati del poligono inscritto o per gli archi della cicloide; e il *Venturi* procedeva più oltre e dimostrava con maggiore larghezza farsi più presta la discesa per l' arco minore del quarto di circolo che per altra curva qualsiasi. Aveano calcolato l' *Ugenio* e l' *Eulero* i tempi delle oscillazioni per archi infinitesimi di circolo e di cicloide combacianti nel vertice e li aveano determinati mediante procedimenti artificiosi di serie analitiche; e il *Venturi* avvisava le fallacie di cotali artifizii, e le emendava coll' evidenza del calcolo. L' acutissimo genio di *Newton* avea dimostrati i movimenti rettilinei al centro, nella ipotesi delle gravità accelerate, inversamente proporzionali ai quadrati delle distanze, giovandosi all' uopo de' movimenti curvilinei e del soccorso dell'Algebra; e il *Venturi* scendendo in campo con maggior acume di mente e minor sussidio di mezzi, e rivelando non essere sostenuti da prove abbastanza valide i teoremi di quell' insigne, con semplici formole geometriche determinava le leggi delle velocità e dei tempi. Chiariva

---

(7) *Teoremi di Geometria piana e solida; ed intorno alle Sezioni coniche.* — *Modena* 1780. — *Proposizioni di Geometria piana scelte ad accademica esercitazione.* — *Modena* 1784.

con elegante teorema le teoriche del *Galileo* intorno al moto composto di uniforme e di accelerato, e mostrava come un corpo animato da cotal movimento giunga per la curva della parabola al punto medesimo cui giugnerebbe per la retta diagonale, ove fosse sollecitato da forze uniformi. Per via di sola sintesi e indipendentemente dal problema diretto risolveva il problema inverso delle forze centripete che il *Newton*, il *Bernoulli*, e gli altri tutti dappoi aveano sciolto per via d'illazione e d'analisi; scopriva una regola semplicissima e nuova e generale di Balistica, meravigliosa dopo i lavori del *Simpsom*, e senza il soccorso delle Sezioni coniche ne costruiva con chiarezza mirabile il teorema fondamentale. Così l'opinione della più parte dei fisici rettificava intorno alla doppia projezione di due corpi che a vicenda s'attraggono, insegnando non esser quella necessaria perchè ambi si muovano per curve simili intorno al centro comune; così risolveva le objezioni armate dal *Castel* contro il *Newton* intorno al moto dei pianeti, proponendo un suo metodo tutto d'elementare Geometria a rincontro dei calcoli superiori invocati dal *Mac-Laurin*, dal *Sigorgne*, dal *Boschowich;* così infine conchiudeva sull'equipollenza delle potenze cogli elementi soli geometrici, surrogati alle aspre e spinose prove che il *Bernoulli* e il *Riccati*, il *D'Alembert* e il *Foncenex* aveano costruite sulle formole algebriche e sul calcolo logaritmico e differenziale (8).

Se l'elogio degli uomini devoti alle scienze sta principalmente nel far conoscere in quale stato essi trovarono le cognizioni degli scienziati, che li precedettero, di quanto le fecero progredire e con quanti e quali emuli si trovarono a fronte e rivaleggiarono, io ho ben donde assai compiacermi di riconoscere e di poter dimostrare come spetti al *Venturi*

(8) *De motu corporum ex gravitate.* — *Mutinae* 1781. — Libretto scritto nell'occasione d'una pubblica difesa di Fisica generale sostenuta dal Candidato D. Agostino Doria Genovese. — *Theoremata ad rem Physicam spectantia.* — *Mutinae* 1781.

sin da questo primo stadio della sua carriera scientifica incontestabil diritto all' encomio il più liberale e il più grande. Si tratta, o Signori, di un magnifico apparato di scienza matematica che può sfidare con orgoglio ogni più luminoso confronto; si tratta di una messe lussureggiante raccolta in un campo, dove per le assidue fatiche di tanti sommi, parea non pure frustraneo ma temerario l' osare di porre il piede e la mano da chicchessia. E ben merita plauso e corona quell' atleta valoroso che scende in arena e tenta la prova delle poderose sue forze, quando cedono innanzi ad esso quei massi enormi, che non pria superati sembrava giacer dovessero immobili e stare in perpetuo, a fronte d' ogni più gagliardo umano ardimento.

Che se furono per tutto ciò luminosamente palesi gli avanzamenti operati dal *Venturi* nelle più elementari discipline matematico-fisiche, non lo furono meno, a lode del vero e di lui, quelli che seppe parallelamente arrecare nelle scienze fisiche sperimentali. Volgete l' occhio, o Signori, al Gabinetto di macchine che in queste celebri scuole apresi agli studiosi, e conoscerete come il *Venturi* debba aversi l' iniziatore primiero della storia materiale della scienza; e saprete come il meschino appannaggio di stromenti che la rendea rozza e bambina nelle mani del *Troili* e del *Moreni*, da lui fosse, a farla adulta e fiorente, con eletta suppellettile sapientemente cresciuto. Interrogate altre operette, comunque lievi e modeste; e vi ammirerete copia di cognizioni nuove e preziose, vastità di materie che più spicca in ragione alla piccolezza del campo ov' è trattata, scienza ingigantita per novità di fatti e di dottrinamenti, avvegnacchè tolta di mano a' suoi più segnalati campioni. Di che vi farà fede e ragione ad oltranza una semplice prefazione per tesi accademiche nella quale trattò il *Venturi* dell' elettricità naturale, e dove vi sarà non meno agevole che sorprendente lo scorgere quanta luce abbia egli sparsa nel bujo dell' argomento, quante analogie discoperte e rivelate, quante novità

anticipate alle mature ricerche della posterità (9). Fe' cenno in quella delle pietre ceraunie e le dimostrò formate dal folgore non altrove che nel luogo medesimo ove si trovano, parlò dei turbini, delle trombe di mare, degli uragani, e sì complicati argomenti di meteorologia svolse con maestrevol perizia, parlò della morte prodotta da fulminazione e ne ripose la vera cagione nelle annientate azioni del nerveo sistema, non già nell'abolizione diretta delle musculari potenze, come avea opinato il *Fontana*. Il fuoco di Sant'Elmo e le fiamme così chiamate lambenti disse appartenere all' elettrico atmosferico, sostenne prodotti dall'elettrico che si elice per lo stropicciamento e pel calore i fenomeni del fosforo Bernoulliano, de' topazii e delle tormaline, all' elettrico infine che si eccita negli stami organici dalle forze della vita attribuì lo scuotimento onde l' irata torpedine tramortisce l' avida mano del marin pescatore. E s' egli procede sicuro nell' interpretazione de' fatti allorchè l' esperienza l' osservazione ed il raziocinio gli prestano guida ed appoggio, altrettanto si tiene cautamente nel dubbio quando simili mezzi gli mancano e lo abbandonano; ond' è che non ardisce asserire se siano a ripetersi da naturale elettricità, o lo sfarzoso spettacolo delle aurore boreali, o il terribile onde Iddio crolla talvolta dai cardini la terra, o il bizzarro e sì temuto dal volgo superstizioso, delle stelle cadenti. — Invece, l' induzione ha ella forza bastevole per avviare il genio al presentimento di verità future? Ed egli precorre con memoranda parola, d' oltre a un mezzo secolo, le insigni scoperte dell' *Oërsted* e dell'*Ampère*, e proclama *od essere il magnetismo una specie ed il genere di lui l' elettricismo, od operare almeno con le medesime regole le secrete cagioni produttrici di tali maraviglie*. —

(9) *Dell' Elettricità naturale*. — *Modena* 1779. — Opuscolo pubblicato in occasione di pubblica difesa di Fisica particolare sostenuta dal Convittore Conte Giovanni Guarini da Forlì.

Che simili saggi d' insigne valore nelle fisiche scienze comprovino una mente vastissima atta non tanto ad abbracciarle e comprenderle quanto a perfezionarle ed accrescerle nella loro universalità, credo, ascoltatori egregi, non esser d' uopo ch' io ve lo dica a questo luogo, e penso fermamente debba risultarvene facile e dirò anzi necessario per sola ed intima convinzione vostra il giudizio. Ma di grazia, ad integrare un adequato concetto della valentia del *Venturi* nelle fisiche discipline attendete ancora che io ve ne porga altre prove, le quali a me certo non mancano convincentissime e sfolgoranti.

Fra i campi più coltivati della Fisica negli ultimi anni dell' andato secolo, niun dubbio che non debbasi considerare quello dell' Ottica, dove il genio immenso di *Newton* avea raccolte le palme le più gloriose, e dove Iride discesa dal cielo aveagli fatto il docile dono della settemplice sua corona. Nel contento e quasi nell' ebbrezza dell' animo per le felici intraprese e per una scienza quasi tutta di nuovo da lui solamente creata, avea *Newton* attribuiti i colori permanenti de' corpi alle lamine sottili di che tutti sono primordialmente composti, e negli accessi di facile e difficile trasmissione, mercè dei quali interpretava le apparenze stupende del notissimo suo sperimento, avea riposta l' unica e generale ragione del multiforme coloramento de' corpi tutti della natura. Paga della ragione vera d' un fatto speciale, avea pur essa quell' insigne sapienza incontrato il destino delle menti mediocri, quello cioè dello spingere fuor di regola un principio all' universalità, e dell' arrestarsi come ad ultimo termine là dove il sentiero diramavasi ancora in avvolgimenti ulteriori. L' autorità del grand' uomo aveva imposto ai dotti il silenzio: essi adoravan sull' adito i reconditi penetrali, e riputavano il tentativo d' invaderli quale temeraria e sacrilega profanazione. Pur tra le file del valoroso drappello, havvi chi pensa e sente non doversi nelle scienze piegare all' autocrazia del pensiero, havvi chi ben s' avvede

come nella Fisica della luce trattata dal sommo ottico Inglese, tutto ancora non sia compiuto e perfetto, come molti siano gli errori a correggere, non poche le verità nuove a disvelare e ad aggiugnere. E questi, o Signori, è l' esimio nostro *Venturi*, il quale muove perciò risoluto ed intrepido ad esplorar col suo genio il non ancor tentato cammino, s' accinge ad aprir nuove vie, a superare i passati e i contemporanei, a limitare le pretensioni ai futuri.

Contrasta al *Newton* l' esclusiva teorica generale sulla colorazione de' corpi, niega al *Du-tour* che quella eziandio dovuta alle lamine sottili obbedisca alle leggi della prismatica rifrazione, avanza il *Grimaldi*, il *Comparetti*, il *Brougham*, il *Boscowich* nei fatti e nelle dottrine che alla diffrazione si riferiscono; e data mano all' arme fortissima dell' esperienza, costringe la luce a passare un per uno i raggi puri primitivi attraverso a sostanze trasparenti colorate, e indaga così se altra ragione apparisca che al colorarsi de' corpi dia più completo e plausibile spiegamento. Più che trenta sostanze, costituite ciascuna in cinque diversi stati di densità, ad arguto e paziente esperimento assoggetta, e con arte veramente mirabile perviene infine a scoprire come non altrimenti semplice ma sibbene quadruplice sia la fonte d' onde i corpi traggono dal sen della luce e contemperano l' infinita varietà dei loro colori e come anzi più generale fra tutte sia quella per esso lui avvisata, e sfuggita ai circospetti idolatri degli oracoli Newtoniani. Insegna ingenerarsi i colori; o perchè emergono dalla luce rifratta colle leggi note del prisma, siccome quelli onde allegraci l' arco-baleno, e quei che raggiano e brillano dalle gemme preziose ripercossi o trasmessi; o perchè amico invito o nemica ripulsa ciascuno di essi distintamente riceve nel fascio luminoso dalle minime sporgenti particelle che dalle superficie dei corpi o il chiamano o il rimandano per diffrazione da tutti gli altri diviso, siccome quelli che di vago cangiante le penne adornano degli uccelli e fanno

stupendo nel cielo lo spettacolo degli aloni; o perchè mentre per sottili velamenti alcuni hanno libero accesso, altri intaminati ed integri retrocedono, siccome quelli che fanno azzurra bellamente l' aria e roseo l' apparir dell' aurora; od infine perchè scelti alcuni a passar oltre o ad indietreggiare dalla faccia de' corpi, gli altri tutti s' annientano per entro la sostanza di quelli, come appunto i colori innumerabili onde i corpi quasi tutti s' ammantano, d' onde tragge la man dell' artista gl' incanti miracolosi della pittura. Nè qui s' arresta nell' esperienza e nel ragionamento, poichè e le cagioni indaga e le leggi redige in virtù delle quali quest'ultimo modo di colorazione intravviene, e spinge nell' opera la precisione sino ad avere dalle sue trasmissioni più pura la separazione dei colori primitivi di quanto coll' ajuto del prisma, per la meschianza de' colori finitimi, potè ottenere il Britanno sperimentatore. Più oltre s' avanza ancora, e negando all' *Eulero* l' acromatismo dell' occhio, e componendo le controversie fra il *Newton* e il *Castel* sulla formazione del bianco e del nero, passa a svolgere la dottrina de' colori immaginarii, di que' colori cioè che sulla retina percossa da gagliarda luce perduran nel bujo e si trasformano successivamente di specie; e qui pure non men valente si dà a vedere nel fisico magistero che versato e sicuro nel fisiologico raziocinio. E colpito dalla meravigliosa armonia onde i colori tutti fra loro consentono, armonia che forma ed anima la vera estetica della luce, coll' enfasi dell' ispirato filosofo che i rapporti remoti delle cose da lungi scorge e ravvicina e connette, le leggi di quell' armonia con quelle confronta da *Rameau* trovate pei suoni, e a quelle allarga ed estende che nell' animo umano alle sensazioni imperano e alle azioni persino dell' intelletto, e fan che sorga da quanto esiste e vive e pensa nell' universo l' inno solenne di osanna al Creatore (10).

---

(10) *Indagine fisica sui colori.* — Quest' opera fu stampata in Modena nel Tom. III delle *Memorie della Società Italiana delle Scienze*, l' anno 1799, e ristampata con

Io penso, uditori coltissimi, e meco il penserete voi pure, che a perpetuare la rinomanza di un uomo di scienze la sola *Indagine fisica sui colori* basterebbe, di che l'esimio *Venturi* fe' prezioso dono all'Italia. Se gli avanzamenti alle scienze recati dall'arte e col metodo dello sperimento nella posterità perpetuamente resistono alle vicende del tempo ed agli urti dell'opinione, non potrà certo un tale destino fallire alle ricerche del nostro Fisico, il quale a quella scorta fedelmente s'attiene, con quella esplora industremente ogni via, e ciò che trova di proprio, e ciò che d'altri riconferma o smentisce, tutto al crogiuolo cimenta di quella maestra infallibile nelle naturali investigazioni. E già intorno a produzione sì cospicua levò la fama ben alti clamori, cui echeggiarono voci d'ammirazione e d'encomio per ogni parte, nè brevi o fuggevoli, ma stabili e durature, quali s'addicono ai conquistatori di nuovi e pingui trofei nei regni vastissimi delle scienze. È glorioso in proposito il ricordare come all'opera sullodata fosse largo di favorevol suffragio e del premio d'onore il venerando consesso dell'Italiana Società delle scienze, ed è glorioso e dolce ad un tempo il sapere come in sì meritato guiderdone altra il precorse se più modesta non meno grande Accademia, che sotto i nobili auspicii del patriziato e d'una decorosa opulenza fioriva in questa vostra patria con invidiabile lustro a quei tempi. Vuo' qui accènnare a quella privata Società accademica che instituiva ne' domestici lari il munificentissimo Ministro *Gherardo de' Marchesi Rangoni,* degno non men di presiedervi per elevatezza di nobiltà e di fortuna che di starvi maestro per virtù d'ingegno e di cuore. Fu nel seno di questa privata Accademia che mano mano si svolsero le varie parti della scienza sperimentale

---

aggiunte parimente in Modena, l'anno 1801. — Riportò il premio della medaglia d'oro tanto dalla predetta Società, quanto dalla privata Accademia *Rangone,* nella quale ne avea l'A. lette in varie adunanze le parti principali. — V. le citate *Notizie biografiche,* Tom. III, pag. 195, 245 e seg.

de' colori, e non tanto al genio del fisico quanto a' proteggimenti del Mecenate magnanimo debbesi il compimento felice d' opera sì ammiranda. Tra primi Egli accolse e liberalmente protesse il *Venturi*, il quale a rincontro, assiduo a meritarne gl' incoraggiamenti e la stima, gli fe' ricambio di sì tenace riconoscenza, che per variar di vicende non mai venne meno, e cui ebbe orgoglio mai sempre di professare vivissima, con voce di pubbliche manifestazioni.

Ma il benefico e previdente Ministro non appagavasi del solo premio dato privatamente. Ambiva Egli far sorgere dal favore del Principe e dal suffragio del pubblico altra più gloriosa onorificenza a premiare l' uom benemerito della scienza e della patria, ben conscio che alloraquando la ricompensa ha fondamento in così sacro diritto, non meno di colui che la riceve quegli altresì che la dona ha giusta ragione d' inorgoglirne. Nel desiderio quindi e nell' esultazione universale s' interpose e chiese ed ottenne, che onorati della meritata estimazione que' sì rari talenti nel prò si volgessero della pubblica cosa: nè tarda seguì alle inchieste la grazia del volonteroso Regnante, che le gravi incombenze affidò al *Venturi* d' Ingegner dello Stato e di Matematico Ducale e di Verificatore alla Zecca delle monete (11). Nelle quali bisogne, poichè a me rimane il favellar di tant' altro, quant' ei rispondesse alle fiducie comuni, poche memorie solamente vel dicano, delle quali per altro basterebbe anche una sola sì a celebrare il pregio de' compiuti officii, sì ad illustrare il senno egregio di chi seppe valorosamente prestarli. Ve lo dicano le correnti impetuose di Panaro e di Secchia, sulle quali disegnò egli gittar ponti maestosi ed arditi, ve lo dicano e i prosciugati paduli di Campogalliano e di Fontana, e Cittanova liberata da malaugurate alluvioni coll' immissione de' fossati di Magreta nell' alveo di Secchia, e la

(11) Le patenti Ducali per le accennate nomine, datate il 2 Aprile 1787, furono comunicate al *Venturi* il giorno 11 di detto mese.

città di Finale salvata dalle innondazioni del rovinoso Panaro mediante il canale nuovo aperto al mulino, e le composte calorose controversie sulle irrigazioni Castelnovesi (12), e il compilato Piano pel generale arginamento de' nostri fiumi, e Modena stessa risanata dall' aria impura e malefica mercè gli scoli dati alle acque che stagnanti le morivano d' intorno. Ve lo dicano, la scienza immensa che gli fu guida in queste aride opere d' idraulica applicazione, le contrarietà cui vinse, i trionfi che riportò contro contumeliosi e pertinaci avversarii, la stima onde poi l' onorarono gli avversarii medesimi che gli stesero riconoscente la mano e ne invocarono riverenti il consiglio (13), lo zelo ch' ei pose indomito a fronte di sagrificii e disagi d' ogni maniera, la franchezza infine e l' intemerata integrità del carattere tentato talvolta, ma invano, a pregiudizio di verità e di giustizia. Tutte queste vel dicano, chè d' altre convien ch' io taccia, commendevolissime imprese, e fede facendo della prestanza di lui ne' servigi pubblici vi rendan presaghi dell' ampla celebrità che per Italia tutta e per estranie regioni rapidamente gliene provenne. E a testimonio vi chiamino l' inclito Senato dell'Adria che al suo cospetto ammettendolo giudice inappellabile d' un piano sul regolamento del Brenta, proposto dall' esimio Cav. *Querini* e con vigore contradetto dal celebre Cav. *Lorgna*, fu spettabil suggello alla superiorità di tant' uomo fra le rinomanze più ragguardevoli dell' Italiana nazione (14).

---

(12) Pendente una calorosa quistione per diritti d' acque fra il *Marchese Gherardini* di Verona e il *Conte Greppi* di Milano, possessori di vasti tenimenti a Castelnovo di sotto nel territorio Reggiano, fu destinato il *Venturi* nel 1787 dal Tribunale a visitare i luoghi e a riferire in proposito, al che soddisfece egli con una *Relazione sulle irrigazioni Castelnovesi* che pubblicò in Modena nel 1788. A questa Relazione, contro cui furon mosse opposizioni acri e ingiuriose dai difensori del Conte *Greppi*, tenne dietro una *Risposta* categorica del *Venturi*, che pure fu pubblicata in Modena nello stesso anno, in virtù della quale acquetati gli animi dei contendenti si conciliarono in un componimento amichevole.

(13) Vedi la nota antecedente.

(14) V. le citate *Notizie biografiche, etc.* Tom. I, Appendice I. — Lettere II e III, — pag. 292 e seg.

Io vi avviserò solamente, o Signori, che un apparato di sì molteplice scienza, un campo sì sterminato che appena acume d'occhio il misura, ben lungi fu che bastasse al genio ed al voler del *Venturi*, il quale mentre nel quadrilustre ministerio di cattedratico in Modena procacciavasi per ogni dove la gloria di Matematico e di Fisico insigne, non restava d'innoltrare per altre vie il passo intrepido e valoroso. E chi non ebbe a scorgerlo sin d'allora valentissimo nell'eloquenza, nell'erudizione, nella critica, nella storia! Salì per due volte su questo seggio che io premo; e le virtù celebrando di *Lodovico Castelvetro* e di *Geminiano Montanari*, non meno fu ammirato addentrarsi con filosofico acume a notomizzar la struttura onde s'organizzan le lingue, di quel che plaudito slanciandosi con eloquente parola a narrare le meraviglie dell'Astronomia negl'immensi spazii del cielo (15). Fe' copia ubertosa all'accuratissimo *Lodovico Ricci* delle tante ardue nozioni e di canali e di strade e di montagne e di fiumi che al compimento esigevansi dell'Estense Corografia, ed imperterrito alle ingenti difficoltà che aspre ed imbarazzanti si affacciavano all'Autore di essa, con salda tesa di forze e con fastoso corredo di dottrine geografiche e naturali, a farla intera e perfetta sapientemente concorse (16). Trovò lasciate per morte incomplete dall'inclito *Tiraboschi* le *Memorie Storiche Modenesi*, e non isbigottito alla vista d'enorme farragine di schede inordinate insufficienti confuse, si diè solo, ognun ricusandosi, all'opera laboriosa, e posto ordine e legamento alle sparse membra, e d'illustrazioni cresciutele e di documenti, e adornatele d'ogni fiore di scienze e di

---

(15) L'Elogio di *Lodovico Castelvetro*, recitato in Modena per l'apertura degli Studii dell'Università nel 1778 e l'Elogio di *Geminiano Montanari* detto nel 1790 per la circostanza medesima, si leggono nei *Fasti letterarii Modenesi* pubblicati in Modena nel 1821 per cura del Dott. *Giovanni Generali*, Vol. II, pag. 29 e 93.

(16) Tutti gli articoli di Oreografia, Idrografia, Odografia, e Storia naturale che si leggono nella Corografia del *Ricci* stampata in Modena nel 1806 sono opera del *Venturi*. — V. le cit. *Notizie biografiche etc.* — Tom. III, pag. 252.

lettere, di storia e di filosofia, sciolse per la patria il tributo della gratitudine e diè ristoro alle lettere orbate pel mancar di quel dotto d' uno de' suoi più illustri ornamenti (17). E chi mai non ravviserà a tanta luce, come e quanto il *Venturi* onorasse grandemente a quei tempi l' Italia?

Ma l' Italia avea duopo a que' tempi, che gli animi più valorosi e prestanti dei quali poteva essa pregiarsi, nelle dubbie sorti che per lei s' agitavano presso genti straniere, le giovassero di franca opera e di accorto e salutare consiglio. La Francia repubblicana minacciava audacemente i troni tutti d' Italia, e mentre i Re chiedevano con supplice una mano all' armi estranie e alle gare cittadine una tregua, mentre coll' altra e l' oro e le gemme e i monumenti gloriosi dell' arti belle offerivano, patteggiando mercede per la comune salvezza, a render men gravi le angustie loro gravissime, gli uomini per saper più distinti, per fortezza d' animo e per amore di patria più generosi a soccorso invocavano, allo straniero intercessori opponevano, speranze bensì nervose ma estreme negli urgenti perigli del miserando naufragio. Temeva Modena anch' essa il fulmine della sciagura, e volgea solerte il pensiero ad evitarne i colpi o a minorarne le rovine; e un' eletta d' uomini francheggiati dalla fiducia del pubblico destinava e spediva a perorare presso la tumultuosa Parigi, a fine di rendere meno infelici i proprii destini. Il regnante Sovrano *Ercole III* spediva in officiosa ambasciata al Direttorio della Francese Repubblica il Generale Commendatore *Federico d' Este* Conte di San Romano, e in unione coll' Avv. *Prospero Carandini* cui affidava la Consulta della Legazione, aggiugneva a Segretarii di essa *Lodovico Antonio Vincenzi* e *Giambattista Venturi*. Se l' acume della mente, la facondia della parola, e il petto caldo di santo affetto per la patria e di devozione pel prin-

(17) Diè compimento il *Venturi* alla citata opera, pubblicandone il Tom. IV, con una Prefazione assai dotta nel 1795, indi nell' anno medesimo il Tom. V.

cipe, avessero potuto bastare a far fortunato il successo della nobile missione, certo che quella schiera di valorosi non saria venuta meno ai bisogni, ai desiderii, e alle speranze comuni; e avrebbe Modena visto succedere ai torbidi giorni della procella un avvenire rasserenato e tranquillo. Ma era scritto nel registro adamantino di Dio che chinasse Italia il capo ai voleri di Francia, e al lampeggiar della spada dell' invincibil guerriero seguisse, trofeo maestoso, il carro superbo della vittoria. Inutile quindi ogni zelo, ogni alacrità, ogni cimento, precluso l' adito ad ogni rimostranza di diritto e di giustizia, paralizzate in una parola le azioni e le forze della Legazione Modenese; la quale dovè pure nell' amarezza del cuore scorgere e sofferire l' inefficacia de' suoi propositi, mirando già invasa la classica terra da feroce impeto d' armi e di esaltate opinioni, e tutti messi ad universale soqquadro i fondamenti aviti delle patrie istituzioni. Cessava così il *Venturi* dagli officii difficili dell' uomo di stato, e distaccavasi dal corpo onorifico, a membro del quale avealo destinato il suo Principe (18).

Ma se nel *Venturi* vien meno l' officio del diplomatico, non altrimente vien meno il carattere del filosofo, se la politica è stretta al silenzio, ha libera voce la scienza, se Giano disserra il suo tempio e travolge il mondo negli orrori delle guerre, i tempii di Minerva stanno ancor essi dischiusi al culto pacifico e dignitoso de' suoi seguaci. Ed egli è appunto a questo culto geniale, che tratto da irresistibil potenza, vuole il *Venturi* in quella insigne metropoli consacrato tutto se stesso; egli è colà che durante il soggiorno d' un anno, affrontato ripetutamente il giudizio dei dotti di quella grande nazione, è riconosciuto tal matematico e fisico ed erudito e filosofo da dover quelli altamente

(18) *Venturi* si recò a Parigi nel Giugno 1796. Riesciti vani gli sforzi della Legazione, questa fu sciolta e i componenti di essa ripatriarono, tranne il *Venturi*, che per amore di studio e a fin di perfezionarsi nelle scienze da lui coltivate si trattenne a Parigi sino all' Ottobre 1797.

proclamare, che il plauso d'Italia non moveva altrimenti da ingiusta parzialità, sicchè non aveva egli maggiore del merito conseguita la lode. Egli è colà, che mentre dovunque si procaccia e mezzi e lumi ed ammaestramenti a pascere il sublime intelletto, non meno intende a far ricca con liberale ricambio e per istupendi doni di scienza la terra che, ospite illustre, nel suo seno lo accoglie.

Dall'obblio delle Biblioteche sprigiona l'Ottica di *Tolomeo* e il Trattato del traguardo di *Erone* il meccanico; quelle opere traduce e commenta, e fa note al mondo scientifico, ed ordisce colle medesime le prime fila ad avanzamenti futuri nella prediletta scienza sua della luce (19). Il sottile problema ideologico dei rapporti fra il senso dell'udito e le idee di estensione di spazio porge di colà ai metafisici risoluto compiutamente, addimostrando per via di brillanti esperienze come l'ineguaglianza delle impressioni sonore che giungono simultanee agli orecchi e diversamente convergono cogli assi acustici rimanga pur sempre nel sensorio distinta e guidi a determinare la direzione de' suoni, d'onde ne emerga l'idea dello spazio. Insegna dipoi come gli altri sensi dell'olfatto e del gusto si sforzino anch'essi di riporre entro lo spazio gli obbietti loro; ed elegante sempre nello sperimentare, sobrio nel dedurre, eloquente nel dire, promove l'analisi dello spirito umano a progressi rilevantissimi (20). Fa soggetto di curiose ricerche il singolare fenomeno del rigiramento e del troncamento di piccoli cilindri di canfora alla superficie dell'acqua, e nell'Istituto nazionale delle scienze, all'imponente cospetto dei *Cuvier*, dei *Lalande* e

---

(19) Le citate opere trascrisse il *Venturi* dai manoscritti della Biblioteca Nazionale di Parigi, preparando con quelle la pubblicazione dei celebri *Commentarii sopra la Storia e le Teorie dell' Ottica*, di cui in appresso.

(20) *Considérations sur la connaissance de l' étendue que nous donne le sens de l' ouie. — Paris, an V*, 1796. — Questa dissertazione che era stata letta in Italiano nell'Accademia *Rangoni*, fu pubblicata la prima volta nel *Magazin Encyclopédique* di Parigi, Tom. III, pag. 29.

dei *Laplace*, dei *Fourcroy* e degli *Hauy*, dei *Biot* e dei *Delambre*, dei *Lacepede* e dei *Monge*, dei *Chaptal* e dei *Berthollet*, con artifizio mirabile di sperimenti ne segna e ne mostra la vera cagione negli alternati scioglimenti e vaporizzamenti a fior d' acqua, felicemente interpretando tutti que' misteriosi capricci, che dal *Romieu* e dal *Lichtemberg*, dal *Volta* e dal *Brugnatelli* s' attribuivano erroneamente all' elettrico, o ad eteree emanazioni, o a chimici scomponimenti (21). Il bizzarro fenomeno de' movimenti oscillatorii della Tremella del *Corti*, ascritti a forza viva dall'*Adanson*, e da altri all' attrazione a distanza fra l' ossigeno e la luce, mostra e convince col prestigio consueto dello sperimento doversi a forze puramente meccaniche, siccome i moti dei cilindretti di canfora galleggianti sull' acqua; e quel consesso spettabilissimo che lo ascolta manda convinto e per ammirazione sorpreso.

Ma poi fino all' entusiasmo il colpisce e veramente il trascina, svolgendo col potente consorzio del calcolo e dello sperimento una dottrina affatto nuova in un de' rami più ardui e più utili a un tempo delle fisiche discipline, l' Idrodinamica, designando cioè e notificando il principio della comunicazione laterale del movimento de' fluidi; sicchè strappate le acclamazioni universali, vien salutato prestantissimo ampliatore di quella scienza difficile, di cui riverisce l' Europa nel *Galileo* e nel *Castelli* quale prima fondatrice l' Italia. Ed è qui che veramente si dispiegano i voli più alti dell' infaticabil suo genio. Forte sempre e sicuro nella guida dello sperimento, consiglia dapprima sagacemente i Fisici a diffidare dei dettami della teoria, e posto

---

(21) *Sur le découpement des colonnes de camphre à la surface de l' eau.* — *Paris*, 1797. — Anche questa Memoria, che fu già letta in Italiano dall' A. sin dall' anno 1793 nell' Accademia *Rangoni* e nell' Accademia Ducale di Scienze e Lettere di Modena, ebbe pubblicazione soltanto l' anno 1797 nelle *Mémoires des Savants étrangers*, avendola l' A. medesimo tradotta in Francese e letta all' Istituto Nazionale di Parigi.

il principio della comunicazione laterale del movimento, che la natura sforza ad ammettere sebbene non permetta di disvelare, tutte chiama a studio severo le vicende che subiscono nella velocità e nella portata i getti d'acqua tratta da' vasi mercè tubi cilindrici o conici, orizzontali o discendenti, o siano con orifizio ristretto in parete sottile o siano dilatati nelle forme della vena contratta; e di tali vicende tenendo conto esattissimo e rigoroso, da esse deduce altrettante leggi d'Idraulica fondamentali. Al variar degli effetti, giusta l'operar vario o nell'aria o nel vuoto, riconosce l'azione della pressione atmosferica nel loro producimento; e questa, che è novità nella pratica dello sperimento, lo mena a novità stupende e inaudite nelle teoretiche deduzioni. Segna errori ed insufficienze ne' calcoli del *Guglielmini* e ad essi contrappone l'evidenza de' fatti sperimentali, rende ragione del perchè la sola esperienza valga a determinare que' moti irregolari e que' vortici e que' getti a soprassalto e con interrotto sparpagliamento che uscendo l'acqua da tubi conici più o meno lunghi o dilatati si manifestano nella corrente, e la cagione ne trova nella comunicazion laterale del movimento che non si fa più in essi uniforme nella medesima sezione. Confronta e segna que' limiti entro i quali aumenta nel massimo o scema nel minimo la portata dei tubi conici o dei cilindrici orizzontali, esamina e definisce quanto si distrugga della forza viva del fluido dagli urti e dai vortici indotti sulla colonna di esso da tubi cilindrici addizionali, e sviscerando sempre dal seno della scrutatrice esperienza ogni legge a tali astrusi fenomeni imposta dalla natura, le leggi medesime e le cagioni applica largamente ed estende a fatti più generali, a quasi tutto ciò che al movimento de' fluidi è appartenente. Nè pago di tante conquiste procacciate a quest' arduo ramo di Fisica, conquiste che pochi anni dipoi agl'Italiani *Venturoli, Brunacci, Bidone*, e agli stranieri *Eytelwein* ed *Hachette, Poncelet, Lebros* e *Savart* agevolavano le vie a perfezionamenti ulte-

riori, si dà a trascorrere il campo delle applicazioni di pratico scopo; e le macchine dell' idraulica, e quelle che mosse dall' acqua s' impiegano a muovere correnti d' aria, e le spettacolose cascate dagli scoscendimenti delle montagne, e gli scoli delle terre, e gli acquedotti dei mulini, e i vortici dell' acque o nei torrenti o nei vasi dai quali sgorgano fuori, e i fenomeni dei tubi dei cammini, e le melodie persino del maestoso organo e de' musicali strumenti, tutto sotto l' impero richiama delle leggi da lui medesimo rivelate, a tutto è largo d' interpretazioni e di pratici ammendamenti: sicchè nulla infine nell' argomento amplamente da lui trattato, nulla rimansi in quell' umiliante oscurità che avvolge spesso il Filosofo, e lo costringe a chinare la fronte al mistero (22). Per questo insigne documento d' Idraulica scienza che il *Venturi* mostrò ben meritevole di starsi allato ai ristoratori più egregi di essa, il *Bernoulli*, il *Varinoni*, il *Guglielmini*, il *Mariotti*, egli ebbe dai giudici di quel supremo areopago il nome di *Grande*; l' ebbe da Francia, e da Europa, e l' ebbe spontaneo, universale, solenne. E fu ben a ragione lieta ed esultante l' Italia al mirare un prode suo figlio coprire di gloria sotto estranio cielo il suo nome, e colà ricevervi non minore la riverenza e la lode di quanto essa medesima gli avria potuto largamente profondere. Nè egli dimenticava colà la sua madre patria, nè si adoperava meno di quanto gli valessero le forze a mantenerle la rinomanza che nel primato scientifico le nazioni ognora le consentirono; ed oltre all' offerirne vivente esempio in se stesso, ne recava in luce, con avite e famose ricordanze, attestazioni novelle.

Fu tutta mercè di lui se l' Italia riseppe, quel suo grandissimo *Leonardo da Vinci* emulo del *Buonarotti* e del *Sanzio* nelle arti belle della pittura, precursore del *Galileo* e del

---

(22) *Recherches expérimentales sur le principe de la comunication latérale du mouvement dans les fluides, appliqué à l' explication des differents phénomènes hydrauliques. — Paris, an VI*, 1797.

Copernico nelle scienze fisiche e matematiche, quarant'anni avanti a quest' ultimo aver tenuto girare la terra intorno a se stessa e intorno al sole, e il sole esser centro di tutti i pianeti; avere coll' ipotesi della terra squarciata in pezzi e delle alterne oscillazioni di que' pezzi di qua e di là dal centro, aperta la via agli astronomi ad ispiegare le oscillazioni dei pianeti da un' abside all' altra delle loro orbite; avere insegnato, cosa che neppur *Keplero* poi vide, le stelle non scintillare in se stesse ma sì nei nostri occhi, e la terra esser luna alla luna, e veder noi la parte opaca della medesima nella prima sua fase mercè de' raggi del sole che riflettono dalla terra su quel satellite, verità della cui scoperta il *Moestlino* cent' anni dopo si arrogava la gloria; aver egli infine pensato, siffattamente potere il sole sopra l' oceano equinoziale che l' acqua si levi sù e si rovesci dai due lati per ristabilir l' equilibrio, ipotesi che *Halley* tanti anni dopo applicò ai venti etesii, e ad altri movimenti dell' atmosfera. Fu tutta mercè di lui, se nel suo *Leonardo da Vinci* ammirò il profondo Geologo, che il ritirarsi del mare da quelle che oggi son terre argomentò per gli strati di conchiglie e di ghiaje ammassati nelle montagne e per le marine petrificazioni nelle vallate, il Chimico perspicace che i secreti procedimenti ebbe noti pei quali si compie la combustione e funziona il respiro negli animali, il Fisico sagace che il *Galileo* precedeva e l' *Eulero* nel definire le leggi allo scender de' gravi pei piani inclinati, l' Idraulico insigne, della scienza delle acque tanto acuto interprete quanto industre regolatore, l' Ottico ingegnoso che quasi armò l' occhio del cannocchiale prima di *Galileo* e suggerì la camera ottica innanzi del *Porta*, infine il Militare Architetto che disegnò tetragoni inespugnabili de' quali poi il *Sanmicheli* imprese a cinger Verona, e il fuoco greco inventò a far l' arti di guerra ognora più formidabili e distruggitrici (23). O gloriosa e sapientissima Italia! Tu avevi data

(23) *Essai sur les ouvrages physico-mathématiques de Léonard de Vinci, avec des*

la culla ad uomini di tanta mente e li avevi nel tuo seno nudriti, uno di essi colà ti onorava vivente, e tu eri pur condannata a sentirti un dì suonare all' orecchio che sei la terra de' morti? Sperda il cielo la detestabile ingiuria: e se la vita invece in te s' agiti eterna, i novelli tuoi figli, memori ed imitatori del *Vinci* e del *Venturi*, non neghittosi lo mostrino all' insolenza straniera.

Ma gli avvenimenti politici in Italia appunto si succedevano, s' incalzavano, al nuovo sistema il vecchio più volte avvicendavasi, le armi or l' uno or l' altro vi conducevano, e la varia fortuna e il cozzo pertinace delle multiformi opinioni mentre facevano incerte le sorti e de' governanti e de' popoli, apparecchiavano vessazioni e pericoli ad ogni onesto cittadino, che non s' ingolfasse entusiasta ne' vortici procellosi del fanatismo. Per la sua patria, per se medesimo, per gli amici, temeva altamente il *Venturi*; bramava allora e presto decideva il ritorno fra' suoi; a ciò il consigliavano gli amici, e l' intimo del suo cuore il *Cassiani*, chè mene secrete d' invida e maladetta ingordigia scuopria turpemente insidiargli la fama, gl' interessi, gli onori. Reduce in Italia, e segnata breve ma luminosa traccia di gloria in Milano, ove a Membro del Corpo Legislativo volle *Napoleone* Generalissimo, di motuproprio, designarlo per cagion d' onore, e dove propugnata la causa della virtù e delle leggi con vero spirito d' amor patrio, concorse efficacemente alla grand' opera della riduzione decimale dei pesi e delle misure, rivide egli alla perfine dopo un anno i domestici lari quì in Modena, confuse nel seno dell' amicizia gli affanni e i timori trascorsi con le speranze e le gioje dell' avvenire, adagiò l' animo e il cuore sul dolce pensiero della vita pa-

---

fragments tirés de ses manuscrits. — Paris, an V, 1796. — Scoperse il *Venturi* i manuscritti di *Leonardo* che gli servirono a questo *Saggio*, nella Biblioteca Nazionale di Parigi, ed ebbe insieme col permesso di trascriverli, l' incarico di comunicarli all' Istituto.

cifica del buon cittadino e del filosofo, cui tanto avea diritto di ripromettersi (24).

Ma quale è mai il destino degli uomini? Chi detto avrebbe allora che tante speranze eran vane, che tanto sorriso d' avvenire dovea tramutarsi in torvo aspetto di sinistra fortuna, e che cogliendo maligna il destro dalla mutabilità degli eventi, dovea la calunnia coprirlo della taccia obbrobriosa d' uom turbolento ed avverso al regime de' tempi, e la torre *Bonacossi* di Carpi vederlo incolpevole subir la pena del carcere (25)? L' uomo però cui ricinge il petto l' usbergo della pura coscienza, e dell' animo forte e coraggioso contro le avversità, non teme gli strali avvelenati che il livore e la malignità gli avventano: egli trova sovente il trionfo della pubblica giustificazione, là dove gli si preparavano a tradimento l' infamia e la sventura. Parlò eloquente dal carcere immeritato la voce dell' onorato *Venturi*, fu quella della verità e della giustizia e fe' breccia in animi nobili e generosi; apparve intemerata la sua condotta agli sguardi del pubblico, e la calunnia fu forzata a vergognar di se stessa in silenzio (26). Tuttavia le dolcezze sperate qual meta diletta de' passati trambusti, era pur destino malaugurato non avessero compimento; e le cattedre da lui già tanto illustrate nel Modenese Archiginnasio che venne allora soppresso, e quella della Chimica a cui promovealo il Ministro di guerra nella nascente Scuola del Genio e dell' Artiglieria, più omai non doveano formare il gradevole oggetto di sue geniali

(24) Vedi le citate *Notizie biografiche etc.* pag. 199.

(25) Quando nel 1799 cadde il regime repubblicano in Modena, il *Venturi* fu posto in sinistro aspetto, da alcuni malevoli, presso il ripristinato Governo Ducale, unicamente per aver egli soggiornato qualche tempo in Francia e per avere prestata opera a servigio della Repubblica Italiana nelle gravi incombenze che gli vennero affidate. Fu perciò carcerato in Carpi con altri molti.

(26) Scrisse il *Venturi* la propria *Apologia alla Suprema Giunta del Governo* di Modena, e si giustificò delle accuse appostegli. Ad ottenere la liberazione dal carcere dopo pochi mesi, gli valse eziandio la mediazione efficace che per giustizia assunsero a pro di lui i Vescovi di Modena e di Parma.

occupazioni. Compensava d'alquanto il cordoglio di tali privazioni, forzate pel mutarsi continuo de' politici ordinamenti, l' invito della sapientissima Atene d' Insubria, che pei voti del celebre *Gregorio Fontana*, e dirò anzi universali, lui sollecita richiese a riparare il perduto Fisico *P. Barletti;* e certamente grande conforto alla lontananza dal patrio nido esser doveagli l' assidersi là nel consorzio di tanti ingegni supremi, e il divider con essi le fatiche e le glorie nell' arringo nobilissimo delle scienze. Ma anche questo sì lusinghevole seggio, meritato dal genio, ambito dall' animo, chiesto ansiosamente a fortuna, dovea mancare a voti sì giusti e sì calorosi; doveano i modesti onori dell' uom di toga cedere ai più superbi benchè meno accetti dell' uomo di stato, che a quelli pertinacemente il contesero, e alla perfine non volonteroso il ritolsero (27).

Per cenno del conquistatore potente che sotto il nome di mediazione teneva già la signoria della Svizzera, i penetrali delle scienze furono convertiti al *Venturi* negl'intricati labirinti della politica: ei dovè dare docile il passo per entro a quei difficili avvolgimenti, e destinato Rappresentante della Repubblica Italiana presso l' Elvetica confederazione, il 2 Dicembre del 1801 presentava già in Berna al Landamano le sue credenziali. Taccio che poco prima la stessa Repubblica avealo scelto a suo Inviato a Torino per breve missione ch' egli egregiamente sostenne e che il Governo di Milano avealo incaricato di complimentare a Firenze il Duca di Parma Infante di Spagna *Don Lodovico* designato col titolo di Re d' Etruria al nuovo trono della Toscana, e di risiedere ivi poi stabilmente con veste di diplomatico; il che però non avvenne. Stabilitosi il *Venturi* in Isvizzera, fu lunga oltre ogni divisamento la sua dimora colà e vi durò attraverso a

(27) Il primo Console nominava il *Venturi* Professore a Pavia nel 2 Luglio 1800: ma le missioni diplomatiche delle quali poi tostamente incaricavalo, impedirono che la nomina avesse il suo effetto.

tempi seriamente scabrosi; ma nel rimanervi fu la virtù di lui, non men che la gloria, intemerata e continua: e le insurrezioni calmate, e il volubile opinare de' popoli destramente retto a fermo proposito, e la tranquillità serbata nell' ordine insieme a rapido sviluppamento d' innovate civili istituzioni, e i rispettati diritti internazionali e politici, e le complicate corrispondenze dignitosamente tenute con Italia insieme e con Francia, e le lodi pubbliche, e le confessate riconoscenze, ne sono ampla fede e ragion suprema d' onore. Dall' opera del vigile ministro e del buon cittadino ebbero cospicui vantaggi le Istituzioni tutte e le leggi: e la Religione nostra augustissima andò debitrice pur essa di cospicui benefizii al suo zelante ecclesiastico, alloraquando nei Cantoni di Friburgo e di Berna ne volle egli protetto il venerabile ministero e s' adoperò a ricondurlo là dove per quasi tre secoli era rimasto sbandito, e alloraquando alla Santa Sede di Roma trepidante per certe prescrizioni di giuramento imposte dal Governo Svizzero ai Parrochi nel concedere la continuazione del culto Cattolico, profondo nel domma, risolse sapientemente ogni dubbio, dissipò qualunque incertezza (28). E poichè la scintilla della sapienza è pur sempre ingenito fuoco che arde vivo nell' anima, nè soffre di star fra ceppi ed erompe, le scientifiche discipline d' ogni maniera da lui coltivate coll'ardore consueto nei brevi riposi dalla Diplomazia conceduti crebbero, mercè sua, a notevolissimi avanzamenti; e la Mineralogia dalle dotte di lui peregrinazioni geologiche o alle paludi della Linth, o alle balze ruinose del Rigi, e la Zoologia dalle ragunate collezioni ornitologiche destinate al Ticinese e al Felsineo Ateneo, e l' Agronomia dalla tentata introduzione in Italia degli Stabi-

(28) Il *Venturi* scrisse nel 1803 una *Memoria Teologica* nella quale prese a dimostrare che il Parroco cattolico di Berna poteva, senza mancare ai principii ortodossi, prestare il giuramento richiesto dal governo di quel Cantone Svizzero. — V. le citate *Notizie biografiche ecc.* Tom. III, pag. 285. Elenco delle Opere inedite, N.° XX.

limenti modelli, ad esempio di quelli del *Fellemberg*, risentirono fra l'altre tutte gl'impulsi utilissimi delle non mai infruttuose sue occupazioni.

Sicchè per cotanta e sì preziosa sua opera riverì l'Elvezia grandemente il *Venturi* nel bilustre disimpegno delle diplomatiche incombenze, e l'amò d'amor pari all'altissima estimazione, ed attestandogli con universale esultanza universal gratitudine, gliene porse con dignitosi modi persin nelle pompe del nazionale consesso pubbliche ed orrevolissime testimonianze. E quando un Imperiale comando, ad esaudimento d'iterate sue preci, acconsente propizio ch'ei di là si diparta, quella franca e leale nazione se ne cordoglia aspramente e ne piange come di caro figlio rapito, le cui virtù fulgidissime per volger d'anni o per mutare di circostanze non potrà dimenticare giammai (29). Esempio che non sempre l'umana nequizia defrauda dei dovuti omaggi le opere benemerite e le virtù dell'ingegno, nè sempre immemore e neghittosa lascia alla tarda posterità il grave pensiero di sdebitarsene.

Ed ecco ridonata alla pace de' domestici lari una vita già troppo agitata nel vortice di molteplici eventi; ecco fatti all'uom meritevole gli ozii degni della vera virtù, e accomunate alle benedizioni della riconoscenza straniera le ovazioni festanti della diletta terra natale. E ciò fu veramente provvido divisamento del Cielo; poichè dovea di lì a poco nelle regioni di Borea naufragare e sommergersi la nave del bellicoso Sire di Francia che a troppo mare avea osato affidarsi, doveva Iddio di lì a poco strappare il

(29) La giubilazione accordata da *Napoleone* al *Venturi* veniva comunicata mediante dispaccio del 20 Maggio 1813 dal Conte *Marescalchi* Ministro delle Relazioni estere del Regno d'Italia al Landamanno della Svizzera *Reinhard*; il quale, data risposta al Ministro, ne partecipava tosto l'annunzio al *Venturi* medesimo. Le lettere relative, che sono altrettanti documenti d'encomio e di somma onorificenza pel *Venturi*, si leggono pubblicate nelle citate *Notizie biografiche ecc.*, Appendice I.ª, NN. XIV, XV, e XVI. — Tom. III, pag. 304 e seg.

lauro guerriero dalla terra già tutta insanguinata, e ravvivare a lieto germoglio i sospirati rami del pacifico ulivo. Or dunque a trascorrere nel sen della pace nuova vita di scienza non distratta per cure di turbinamenti civili, a produrre que' frutti maturati da ferace coltura che i semi posti nella primavera del vivere aspettar si poteano dal tardo autunno degli anni, a tutto ciò risorga novellamente il *Venturi*, e faccia a se consolata, a' suoi utile decorosa onorevole la mortale carriera che ancora a compier gli avanza.

Non sarà vano, o Signori, non sarà inesaudito un tal voto. Sfolgorerà redivivo il Filosofo, il Geometra, il Fisico; e radunando in mirabili Commentarii su la storia e le teorie dell' Ottica un tesoro di stupenda sapienza, colle opere di *Tolomeo*, di *Teone*, e di *Erone* il meccanico da lui discoperte, e con quelle da lui medesimo ampliate di *Euclide*, di *Diodoro*, e di *Vitruvio*, rivelerà alle età recenti quanto le antiche insegnarono e mostrerà quanta vena feconda d'ammaestramenti preziosi a noi derivi da fonti tanto ricche e pur cotanto ignorate: agli studii modesti d' un ignoto fraticello, il Domenicano *Frà Teodorico* di Sassonia, rivendicherà lo spiegamento del vago fenomeno che variopinge Iride in cielo, di cui davasi tre secoli dopo ingiustamente vanto al *De-dominis* e più ingiustamente dipoi si glorificava il *Cartesio*: dimostrerà colla scorta della Fisica matematica la teoria del terzo arco dell' Iride e degli aloni e dei parelii, confutandone quelle del *Dechales* e dell' *Ugenio*, e tanta in ciò dispiegando sottigliezza d' ingegno e raffinatezza d' arte sperimentale, da farne pieni d' ammirazione i più egregi e versati nella scienza della Meteorologia (30). Dei misteri più

---

(30) *Commentarii sopra la Storia e le Teorie dell' Ottica.* — Bologna, 1814. — Tom. I.° — Nel primo di questi Commentarii si comprendono delle Considerazioni sopra varie parti dell' Ottica e sopra la Prospettiva presso gli antichi, alcune Regole della Greca Architettura dipendenti dall' Ottica, cinque libri dell' Ottica di *Tolomeo*, e varie Esperienze relative alla teoria della vista. Il secondo consiste nella traduzione del Traguardo di *Erone* l' antico, con note ed aggiunte. Tratta il terzo

grandiosi della Geologia si farà sagacissimo ricercatore ed interprete, e indagando le cagioni recondite per le quali si sparsero su tutta la superficie del globo e le enormi masse petrose e le ghiaje e i tanti sassi ed i ciottoli, or collegati or disciolti, ora in banchi ora in breccie, or continui or separati da montagne e da valli, e da torrenti e da mari, ammenderà con argomenti di fatto e di sperimento, di tradizione e di raziocinio le opinioni de' più celebrati che sudaron solerti sul faticoso argomento. Partendo dal principio che la natura imita sempre se stessa, ei dedurrà dai fenomeni che offre oggidì la faccia della terra que' che vi avvennero nella sua primordiale esistenza e quando il mare la copriva altamente; e i trasporti di quelle masse enormi ripeterà da' ghiacciai, che staccatele dalle rocce e inceppatele in grembo, le portarono in balìa delle onde marittime ad emigrare da lungi dall' originario lor nido; respingerà l' ipotesi tenuta da tanti, delle caverne rapidamente formatesi nel sen della terra e delle violente e furiose precipitazioni entro di esse del mar sovrapposto, a trascinar per correnti le pietre, a modellare, a disporre, a radunare, a dispergere i sassi avveniticci ed erranti, bastandogli a tanto i soli moti ordinarii delle maree e le agitazioni insolite de' flutti marini e delle tempeste; aggiugnerà l' influenza delle acque di pioggia di torrente di fiume a seguire il gran fatto nelle minime sue gradazioni e a farne l' interpretazione perfetta. Pei sedimenti dei ciottoli traslocati e per le sotterranee continuazioni di ghiaje coll' alveo odierno de' vostri fiumi spiegherà l' ammiranda scaturigine delle Modenesi fontane, negando al *Ramazzini* che derivin esse dalle acque del mare raddolcite ne' filtri sognati delle viscere della terra, e al *Vallisneri* che

dell' Iride, degli Aloni, e dei Parelii, e contiene innoltre un' Appendice intorno all' Ottica di *Tolomeo*, un Compendio dell' opera di *Alkindi*, *De aspectibus*, e una Critica sui pregi e sui difetti dell' Ottica di *Alhazen*. È opera insigne per ispirito d' analisi e per sorprendente ricchezza d' erudizione. — Un secondo volume esiste manuscritto e non ancor pubblicato presso gli eredi.

vengan sempre dall'acque o dalle nevi disciolte, che i crateri e le vasche e i valloni e gli stagni de'più alti monti contengono e che, inzuppando il suolo e trapelando fra i pertugi degli strati e dei tufi sino a che le argille ne contrastino il passo, spicciano in alto con impeto, ove loro si apra il terreno (31). Apparirà dipoi fra i più grandi critici ed eruditi grandissimo, e farà dono ai dotti d' inestimabil tesoro colle pagine illustratrici della Vita e delle opere dell'immortal *Galileo*; pagine, che qua e là disperse e dimenticate e sfuggite alle accurate indagini di pazientissimi scrutatori, saprà egli raccorre e distribuire secondo l'ordine delle materie e de' tempi, a farne documenti interi per la storia veridica di quel grand'uomo; addimostrando nel loro collegamento e nelle apposte dilucidazioni una sapienza ben degna di starsi al paro con quella dell'Italiano rigeneratore delle scienze e della Filosofia (32). Insigne parimente fra gli eruditi, alla mercè di privati manoscritti e di codici con arguto discernimento interpretati e spogliati, farà perfette di peregrine notizie, dianzi sconosciute, le memorie intorno alla vita e alle opere del valoroso Capitano *Francesco Marchi*, e mostrerà sua grande perizia in quegli studii che al sommo maestro delle teoriche militari e delle arti di fortificazioni e di guerra furono famigliari a un tempo e gloriosi (33). E insegnando in appresso con più magnifico sfoggio di erudizione le origini e i progressi delle moderne artiglierie, ti farà incerto dubbiare per sorprendente sapienza di macchine, di ordegni, di tormenti, di fuochi, se meglio che al viver civile nel silenzio meditabondo dei gabinetti ei fosse già educato allo strepito delle armi e al tumulto

---

(31) *Memoria intorno ad alcuni fenomeni geologici*. Pavia 1817. — Opera lodatissima dai principali Naturalisti.

(32) *Memorie e lettere inedite finora o disperse di Galileo Galilei, ordinate ed illustrate con annotazioni*. Modena 1818-21. Volumi due.

(33) *Memoria intorno alla vita ed alle opere di Francesco Marchi*. Modena 1816. — Fu pubblicata un'*Appendice* a questa Memoria in Milano nel 1817, e venne riprodotta nella *Biblioteca Italiana*, Tomo V, pag. 550 e seg.

de' bellicosi cimenti (34). Associerà coll' erudizione la storia; e trascegliendo a campo di sue narrazioni la patria di *Bojardo*, di *Vallisneri*, di *Spallanzani*, in quel campo offrirà testimonio di ricchezza d' ingegno inesauribile, e dell' inclita terra esponendo le regioni varie e i confini, e le Signorie che la tennero, e i Sapienti che l' illustrarono, e la natura e la formazion dei terreni, e le produzioni dell' industria rurale, e le beneficenze de' padri e de' governanti, sfoggerà riccamente in tutto quanto di Geografia e di Araldica, di Geologia e d' Antiquaria, d' Economia rurale e civile e politica, sfoggiar potrebbe la più abile penna di giudice e di narrator valentissimo. Ravviverà quindi i poetici allori alla fronte dello Scandianese *Bojardo* precursore dell' immortal *Lodovico*, e quelli celebrerà del rinomato pittor Modenese *Nicolò dell' Abate*, che nella dotta Scandiano, coll' epopea della pittura, render seppe visibili ed ammirande le sublimità dell' Eneide (35). Che più? Se pel pubblico infortunio di un divampato edificio a lui si dia colpa de' turbati festeggiamenti cittadini e delle gioje in terrore converse, perito eziandio ne' dommi della Giurisprudenza e avvalorato dal profondo saper nella Fisica, comparirà dinanzi l' Areopago e il convincerà di sua innocenza nell' involontaria sciagura e mieterà pure nel foro senza l' infula de' sacerdoti di Temide le palme gloriose della trionfatrice giustizia (36). —

---

(34) *Dell' origine e dei primi progressi delle odierne Artiglierie.* Reggio 1815. — Tratta il *Venturi* questo medesimo argomento anche nella seconda parte dell' *Appendice* citata nella nota precedente.

(35) *Storia di Scandiano.* Modena 1822. — *Poesie di Matteo Maria Bojardo Conte di Scandiano, scelte ed illustrate.* Modena 1820. — *L' Eneide di Virgilio dipinta in Scandiano dal celebre Pittore Nicolò Abati ecc.* Modena 1821.

(36) *Promemoria I.° e II.° in causa d' incendio.* — Modena 1815. — Avendo il *Venturi* gittati fuochi d' artifizio dalla propria casa a festeggiare l' ingresso solenne di *Francesco IV* in Reggio nel 1814, si credè che que' fuochi fossero stati la causa d' un incendio divampato in un fenile situato rimpetto ad essa; per la qual cosa il Fisco intentò contro di lui un' azione criminale. Fu il *Venturi* validamente difeso da insigni giureconsulti; ciò nondimeno volle scrivere e pubblicare egli stesso i due citati *Promemoria*, coi quali riescì tosto a convincere i Tribunali, che lo mandarono pienamente assoluto.

Ma, poichè gli anni s'incalzano e fugge omai cadente la vita, poichè il frale s'incurva al carico dell'età, mentre la mente è ancor verde, e batte il cuore a sensi teneri e cari, lui premerà una foga commovente di desiderii e di affetti, quasi timida che non basti la futura vita al bisogno, e che il tributo della riconoscenza non rendasi alle memorie le più onorate e dilette. Alle urne venerabili e care di *Paolo Cassiani* e di *Bonaventura Corti* condurrà la sapienza, e questa per voce di lui paleserà i tesori onde tante scienze mercè i preclari ingegni arricchirono, e l'amicizia deporrà sulle loro ceneri quell'ederacea corona che nelle doti dell'animo e dell'ingegno più che nelle basse e mutabili passioni rannoda insieme gli scambievoli affetti dei nobili cuori (37). Chiamerà la gratitudine a porgere omaggio di riverenza alla memoria di *Gherardo Rangone*, e quella tra i fiori e le lagrime narrerà le virtù di quel prode, il valor nelle scienze, i generosi propositi, la moderazion nelle gioje, la fermezza nelle avversità di fortuna: e l'erudizione e l'eloquenza e la filosofia in vago intreccio colla gratitudine e la verità e la giustizia diranno gli encomii non perituri di chi s'ebbe tanti diritti per meritarli (38).

Così tutto vivendo ne' sacrarii delle scienze e nelle libere espansioni dell'ingegno e dell'animo trapasserà, o Signori, il *Venturi* i tardi anni dell'età omai cadente; e quelli tutti che si volgeranno dal suo ripatriamento terreno sino al suo ripatriamento celeste, nel decimo dì di Settembre del 1822, coi sentimenti e i conforti di quella Religione santissima, di cui fu mai sempre, e in ogni variar di tempi e di luoghi e di vicende e di casi, zelante osservatore e ministro, tutti un perenne avvicendamento saranno di gloriosa opero-

---

(37) *Articolo necrologico intorno al Consigliere Paolo Cassiani:* nelle *Memorie dell' I. R. Istituto del Regno Lombardo-Veneto.* Milano 1819. — *Vita di Bonaventura Corti:* Memoria storica pubblicata nei citati *Commentarii*, e nella *Storia di Scandiano.*

(38) *Memorie intorno alla vita del Marchese Gherardo Rangone.* Modena 1818.

sità, di orrevoli testimonianze, di rimunerazioni solenni. Lui già decorosamente accolto in seno alle più cospicue Accademie d' Europa, all' Italiana Società delle Scienze, all' Istituto Nazionale Italiano, all' Istituto di Bologna, alle Accademie di Mantova e di Torino, di Venezia, di Livorno, di Colmar, di Zurigo, di Berna, per tacer di tante altre, lui vedrà la ripristinata vostra Accademia onorare gli scientifici radunamenti di preziose lucubrazioni, fatta nel venerando vecchio più raggiante quell' aureola di luce che in lui giovinetto aveva essa di già ammirata sì luminosa e splendente. Lui onorato dai Principi e dalle Nazioni, fregierà in petto e l' aquila superbamente ingemmata della ferrea corona dei Re Longobardi e la splendida insegna a pochi dotti Italiani concessa, della Legione d'onore; lui cinto di pubblica estimazione e di universale favore, che al mutare de' politici ordinamenti non muta, quando pone radice sui pregi della virtù e dell' ingegno, lui vorran duce, consigliere, e maestro, e i reggitori delle civili bisogne e i moderatori delle scienze e delle lettere e delle arti belle; sicchè fia sovente trascelto o a star nel cospetto alla maestà de' Cesari, o a sancire di voto autorevole i dubbiosi giudizii eziandio dei più sommi, in ogni maniera di letteraria o di scientifica disciplina (39). E così chiuderannosi gloriosissimi i giorni di

(39) Come Membro dell' I. R. Istituto delle Scienze, fece parte il *Venturi* della Commissiono destinata dal Governo a porgere omaggio alla Maestà di *Francesco I* Imperatore, allorchè recossi nel 1816 a Milano. Fu pure trascelto non poche volte a membro di Commissioni composte d' uomini celebri ed autorevoli, per pronunciare giudizii intorno a gravi ed importantissimi oggetti. Il dotto e diligente di lui Biografo enumera principalmente le seguenti. — Commissione, con *Brocchi*, *Vincenzo Dandolo* e *Bossi* per esaminare le *Brughiere* fra Saronno e Gallerate e proporre i mezzi di ridurle ad utile coltivazione. — Col Cav. *Isimbardi* per giudicare di un mulino a mano tutto d' acciajo. — Col March. *Cagnola* e col Cav. *Longhi* per dar giudizio intorno stampe colorate, usando d' un rame solo. — Con *Stratico* e *Configliacchi*, per esaminare una lampada idrostatica. — Col Cav. *Morosi* e col detto Cav. *Isimbardi*, per riferire sopra una fabbrica di cuoj. — Collo stesso Cav. *Morosi* e col Cav. Ab. *De-Cesaris* per giudicare di una macchina di divisione. — Infine col Cav. *Longhi* e col March. *Canonica* per dar giudizio intorno ad alcuni lavori in alabastro. — V. le cit. *Notizie biografiche* pag. 209 e 210.

Giambattista Venturi, di lui che ebbe vastità di mente e potenza d' ingegno atta a quasi tutto penetrare e comprendere lo scibile umano, di lui che tanta parte scorrendone col fortissimo genio, vi crebbe dovizia d'inestimabili tesori, che tramandò glorioso retaggio all' ammirazion dei nepoti. La quale, o Signori, non fia mai possibile che cada loro dall' animo, malgrado del tardo perpetuarsi del tempo, ove pure non sia possibile l' obbliare, come, trascendendo mirabilmente la comune natura, *Giambattista Venturi* fu sapientissimo nella Metafisica, nella Geometria, nella Dinamica, nell' Ottica, nell' Idraulica, nella Geologia, e nell' altre scienze tutte fisiche e naturali, che queste tutte amplamente perfezionò ed arricchì, che illustrò l' Economia civile e la politica, la Storia e l' Archeologia, l' amena Letteratura e la Poesia, ove fu pur vago non raramente di cogliere la venustà e la fragranza de' fiori più deliziosi alle Italiche muse.

Ed io qui m' arresto, o Signori, nell' encomio di *Giambattista Venturi*, languida e ben rozza immagine della sapienza di lui, non avendo certamente la mia debole voce nel proferirlo presunto mai di uguagliare l' altezza e la dignità del soggetto. Meno è d' assai quel che dissi a paragone di quel che tacqui, stretto da un' angustia di tempo e da una fralezza di forze incommensurabile troppo colla gigantesca estensione del tema. Pur se a voi piaccia affisare lo sguardo nello scarso filo di luce, che derivai dal vivido sole di quel gran genio, io mi penso ne abbiate nondimeno a rimanere abbagliati: quel tenue filo risplende per se già troppo perchè l' occhio il sopporti: conviene direi quasi scomporlo col prisma in ogni suo raggio più semplice e contemplare di questi uno solo, per poterne sostenere la vivacità e ammirarne la vaghezza. Nè allora il nobile sentimento dell' emulazione sarà temerario ardimento, chè tal sarebbe fuor d' ogni dubbio, qualora osasse ambizioso trascendere sino a volere rivaleggiar per intero coll' inimitabile modello. Ad alcuni uomini, i quali Iddio manda talvolta nel mondo

quasi a più perfetta sua immagine, non consente Iddio stesso frequenti e numerosi nè gli eguali nè gli emuli: Ei pone soltanto nei contemporanei e nei posteri l'obbligo di venerarli, e reclama l'omaggio della gratitudine per averli largiti benefico a vantaggio dell'umana famiglia, a vanto e decoro dell'umana dignità. Nè ad altro io intesi che a soddisfare a quest'obbligo dicendo oggi, colla sola ricordanza delle opere, le lodi di *Giambattista Venturi*, qui dinnanzi ad incliti Magistrati che le scienze proteggono, a preclari Colleghi che le onorano, a Giovani egregi che le coltivano, e nella solenne inaugurazione agli studii di esse, sotto le volte maestose del tempio santo di Dio.

DEL VAGLIO DI ERATOSTENE
E DELLA ILLUSTRAZIONE FATTANE
DA SAMUELE HORSLEY

NEGLI ATTI DELLA R. SOCIETÀ DI LONDRA

MEMORIA

DEL SIG. PROF. CAV. BARTOLOMEO VERATTI

LETTA ALLA R. ACCADEMIA

nell' adunanza del 29 *Aprile* 1858

Fra gl' illustri matematici antichi de' quali il nome e la fama, più che le opere ed i trovati, siano a noi pervenuti, havvi Eratostene. Egli escogitò un metodo per rinvenire i numeri primi sceverandogli da' composti, che egli medesimo, o i posteri, appellarono *Vaglio* o *Crivello* (Κοσκινον); ed è tuttavia conosciuto sotto il nome di *Vaglio di Eratostene*.

Il Montucla per darne conto si prevalse di un' apposita dissertazione dell' inglese Samuele *Horsley*, come dell' unico fra i moderni che avesse posto in chiara luce il metodo del matematico greco. Ed all' Horsley parimente rimandano i moderni francesi compilatori del Dizionario delle Matematiche.

Ma questo metodo di Eratostene non ci è pervenuto descritto da lui medesimo; e solo ce lo hanno tramandato Nicomaco e Boezio nelle opere loro aritmetiche. Il dotto inglese, che assai poco conto faceva di questi antichi scrittori, li accusò di avere svisato il vero metodo di Eratostene; e si accinse a ricomporlo nella sua primitiva purezza.

Fino a qual punto sarà giusta la sua censura, e sarà meritata per parte sua la lode d'avere ristaurato quel metodo? Questa ricerca è l'oggetto della Memoria presente.

Nicomaco e Boezio asseriscono che il Vaglio d'Eratostene serviva a doppio uso: a conoscere cioè i numeri veramente primi; ed anche a conoscere quelli che fossero soltanto primi fra di loro. — L'Accademico inglese sostiene che questo secondo oggetto non poteva essere raggiunto col metodo d'Eratostene; che perciò questi non se lo propose nemmeno.

Determinare se due numeri siano primi rispettivamente fra di loro, è, dic'egli, un problema assai facile: ed Euclide lo scioglie colle tre prime proposizioni del settimo libro de' suoi Elementi. Il problema difficile era di determinare se un qualunque numero dato fosse primo o composto assolutamente. Questo solo problema, come difficile, meritava dunque, secondo il Signor Horsley, che la gran mente di Eratostene se ne occupasse.

Inoltre.... ma invece di accennare abbreviando, sarà meglio riferire per intero le parole dell'Horsley (1). « Nico-
« maco propone di fare tali segni sopra i numeri composti,
« che mostrino tutti i divisori di ciascuno. Per questa cir-
« costanza, e per le ripetute indicazioni di Nicomaco e del
« suo commentatore Giovanni Grammatico (che trovasi ma-
« noscritto nella biblioteca *Saviliana* ad Oxford), si sarebbe
« condotto ad immaginare che il Vaglio di Eratostene fosse
« qualche cosa di più di quello che il nome suo importa,
« vale a dire un metodo di stacciare i numeri primi dalla
« massa indistinta di tutti i numeri sì primi, come compo-
« sti; e che, in un modo o in un altro, esibisse tutti i di-
« visori d'ogni numero composto, e similmente mostrasse se

(1) La sua dissertazione trovasi nelle *Philosophical Transactions*, Vol. LXII, pag. 327 e seg. ed è intitolata: ΚΟΣΚΙΝΟΝ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΟΥΣ, or The Sieve of Eratosthenes. Being an account of his method of finding all the Prime Numbers, by the Rev. *Samuel Horsley*, F. R. S.

« due o più numeri composti fossero o no primi fra di loro.
« Io ho parecchie ragioni di credere che di ciò non si trat-
« tasse. Ne indicherò le principali il più brevemente possi-
« bile; perchè la materia non è sì importante da giustifi-
« carmi se trattengo minutamente intorno ad essa la Reale
« Società.

« 1.° Nella serie naturale dei numeri dispari, 3, 5, 7 ecc.
« ogni numero è divisore di alcuni di quelli che seguono.
« Dunque, se noi dovessimo avere segni per tutti li diversi
« divisori di ciascun numero composto, noi dovremmo avere
« un segno diverso per ogni numero dispari. Dunque do-
« vremmo avere tanti segni, o sistemi di segni, quanti numeri;
« ed io non vedo che sia possibile trovare segni più compen-
« diosi dei soliti caratteri numerici. E, tale essendo il caso,
« sarebbe impossibile praticamente (*impracticable*) condurre
« una Tavola, quale la propone Nicomaco, e i suoi commen-
« tatori l'hanno abbozzata, ad una lunghezza sufficiente per
« riuscire di uso, per rispetto alla moltiplicità dei divisori
« d' alcuni numeri ed alla confusione che ne proverrebbe.
« (Il numero 3465 p. e. non ha meno di 22 diversi divisori).
« Si stenta a supporre che Eratostene potesse passar sopra
« a quest' ovvia difficoltà, sebbene Nicomaco non vi abbia
« fatta attenzione. Dunque Eratostene non intendeva di co-
« struire una Tavola siffatta.

« 2.° Eratostene non potea non accorgersi che il deter-
« minare se due o più numeri siano primi o composti in
« relazione fra di loro, si può fare in ogni caso più facil-
« mente col metodo diretto dato da Euclide, che non col
« metodo del Vaglio. Ed egli non potea pensare di applicare
« questo metodo ad un problema, al quale altro metodo
« era meglio adattato.

« Finalmente, Eratostene non poteva imaginarsi che il
« metodo del Vaglio dovesse essere applicato a trovare tutti
« i divisori possibili d' ogni dato numero composto, perchè
« egli non poteva ignorare il modo assai più facile di ciò

« fare, che si fonda sopra due ovvii teoremi, che non gli
« potevano essere ignoti.

« Questi teoremi sono i seguenti:

« 1.° *Se due numeri primi si moltiplicano fra di loro, il
« prodotto non ha altri divisori, che i due primi fattori.*

« 2.° *Se un numero primo moltiplica un numero composto,
« e parimente moltiplica uno dopo l' altro tutti i divisori di
« questo numero composto, i numeri prodotti dalle moltipli-
« che di questi divisori saranno divisori del numero pro-
« dotto colla prima moltiplicazione. Ed il numero prodotto
« colla prima moltiplicazione non avrà altri divisori fuorchè
« i due fattori, i divisori del fattore composto, ed i numeri
« fatti moltiplicando separatamente questi divisori pel fat-
« tore primo.*

« Il metodo per trovare tutti i divisori d' ogni numero
« composto, dato dal Newton nella *Arithmetica Universalis*,
« e dal Maclaurin nel suo Trattato di Algebra, può essere
« dedotto da queste proposizioni, come agevolmente scorgerà
« ogni matematico. Infatti questo metodo richiede che il
« minimo divisor primo sia trovato previamente: e se ac-
« cada che il minimo primo divisore sia un numero grande,
« siccome non è possibile assegnarlo per mezzo di un me-
« todo generale, sarebbe molto tedioso l' investigarlo con
« ripetuti tentativi. Una tavola pertanto dei numeri dispari
« ne' quali ciascuno de' composti avesse notato sopra di se
« il suo minimo primo divisore sarebbe di molta utilità.
« Ma il progetto di Nicomaco di costruire una tavola nella
« quale ogni numero composto avesse scritti di sopra *tutti*
« i suoi divisori è *ridicolo* e *assurdo* per riguardo alle in-
« superabili difficoltà che ne colpirebbero l' esecuzione. »

Ma la malagevolezza d' una impresa non la rende nè ri-
dicola, nè assurda: e ridicolo più tosto si fa chi ardisca di-
chiarare assurdo un problema senza dimostrarne l' intrinseca
ripugnanza. Nè può sfuggire a chicchessia che delle tre
ragioni addotte dall' Horsley soltanto la prima, la quale si

fonda sopra la pratica impossibilità di formare una Tavola conforme al suggerimento di Nicomaco, si presenta con un valore obbiettivo. Le altre due sono per così dire ragioni subbiettive: ed inoltre son tali che solo potrebbero valere ove si quistionasse se il metodo esposto da Nicomaco fosse o no degno d' un ingegno felice ed acuto.

Ma finchè si cerchi solo il fatto storico se il metodo di Eratostene fosse quale ci è stato narrato da Nicomaco e da Boezio, affatto inutile è la ricerca se esso sia il metodo più semplice e più commendevole. In tutte le cose e in tutte le scoperte il massimo della semplicità e dell' eleganza, raro è che si trovi di primo slancio. E il *facile est inventis addere* si verifica ancora qui.

Si cerca storicamente qual fosse il metodo inventato da Eratostene: e se Eratostene diè il nome di Vaglio ad un metodo che poteva servire al raggiungimento di due fini, cioè a trovare non solo i numeri assolutamente primi, ma ancora quelli primi relativamente. Che se, per servire a questo doppio oggetto, il metodo riesce più complicato e laborioso di quello che occorrerebbe per raggiungere un solo scopo; e se potevasi senza danno trascurare uno di questi fini, per conseguire il quale si aveano altri mezzi; ciò vorrà dire soltanto che si potea semplificare l' invenzione d' Eratostene. E la lode d' averla condotta a maggiore semplicità, è giustamente meritata dall' Horsley.

Ma se poi si cerchi quale fu precisamente il metodo che Eratostene escogitò e fece di pubblica ragione, trattandosi di cosa di fatto, pare che si debba cercare prima di tutto nelle antiche memorie; e che un documento antico, e un' antica tradizione, abbiano (nella mancanza di un apposito scritto di Eratostene) maggior valore che non tutti i raziocinii metafisici.

Ora la notizia del Vaglio di Eratostene fu tramandata ai posteri unicamente da Nicomaco e da Boezio: ed entrambi raccontano che esso serviva a quel doppio uso. — Lecito

era dunque all' accademico inglese asserire quel metodo meritevole d' essere semplificato: ma non eragli lecito negare che così fosse venuto trovato ad Eratostene. L' autorità di uno scrittore nella narrazione di un fatto non si distrugge cercando di screditarlo come poco profondo nella scienza. E la fede che si attribuisce alla narrazione di un fatto non dipende dalla stima che si faccia della dottrina del narratore: chè altro è la sincerità di un testimone, ed altro la perizia di un esperto. Ma l' accademico inglese non si tenne vincolato a questi canoni di critica, punto più che ad un sentimento di gratitudine; essendo poi alla fine Nicomaco e Boezio i soli che di quel *Vaglio* abbiano fatta una descrizione. Egli si libera del peso della loro autorità, come narratori, ed insieme da quello della riconoscenza, parlandone così: « Eratostene, la cui maestria in ogni ramo di filo-
« sofia e di letteratura de' suoi tempi rese tanto famoso il
« suo nome fra i Saggi della scuola Alessandrina, fu inven-
« tore di un metodo indiretto, col quale si può costruire
« una siffatta Tavola, e condurla ad una grande lunghezza
« *in breve tempo, e con poca fatica*. Questa straordinaria ed
« utile invenzione è al presente, io credo, poco o nulla co-
« nosciuta: essendo descritta soltanto da due scrittori, letti
« di rado, e da essi poi anche oscuramente; da Nicomaco
« Gerasino, superficiale scrittore (*shallow writer*) del 3° o del
« 4° secolo, che sembra essere stato condotto alle specula-
« zioni matematiche, non tanto da qualche genio per esse,
« quanto dalla tenerezza pei misteri della filosofia pitagorica
« e platonica; e da Boezio, il cui trattato sopra i numeri
« non è altro che un compendio del miserabile lavoro di
« Nicomaco (*of the wretched performance of Nicomachus*). »

La sola delle ragioni dell' Horsley che potesse essere presa a calcolo nella presente quistione storica, sarebbe quella della impossibilità pratica di costruire una tavola di numeri quale è descritta da questi autori. E qui, senza pretendere che il dotto inglese si provasse a costruirla, pare che almeno

avrebbe dovuto andar più a rilento nel sentenziarla impraticabile ed assurda, ponendo mente che era già stata fatta. Ma a lui pare stasse troppo a cuore di regalare ad Eratostene un proprio metodo, ovvero di nobilitare la propria invenzione col bel nome di Eratostene, per darsi fastidio della obbiezione: non essere impossibile ciò che pure è fatto ed esiste. — È degna d'essere veduta la maniera colla quale egli si toglie d'imbarazzo.

« Prima che io entri nel mio soggetto (così egli) debbo « prendermi la libertà di fare qualche osservazione sopra « una certa Tavola, che in mezzo ad altre cose attribuite « ad Eratostene, è stampata alla fine della bella edizione « di Arato pubblicata ad Oxford nel 1672, ed è ornata del « titolo di *Κοσκινον Ερατοσθενους*. Essa contiene tutti i « numeri dispari dal 3 fino al 113 inclusivamente, distri- « buiti in piccole cellette, con sopra in ogni celletta *tutti* « i divisori d'ogni numero composto; ed i numeri primi « sono distinti, per quanto dura la tavola, per non avere « sopra di se nessun divisore. Questa Tavola è stata copiata « probabilmente o da un Commento greco dell'Aritmetica « di Nicomaco, che si conserva fra i manoscritti di Mr. Sel- « den nella Libreria Bodleiana, nel quale, sebbene il mano- « scritto sia ora tanto deperito da essere in molti luoghi « illeggibile, io trovo chiari vestigi di una tal tavola, che « poteva essere più perfetta 100 anni addietro quando fu « pubblicato l'Arato d'Oxford; ovvero da un altro Com- « mento tradotto da un manoscritto greco in latino, ed in « questa lingua pubblicato dal Camerario, nel quale s'in- « contra una Tavola della identica forma, che si estende « dal numero 3 al 109 inclusivamente. Può essere sufficiente « difesa per l'editore di Arato l'avere avuto queste auto- « rità nel pubblicare quella Tavola siccome *Vaglio* d'Erato- « stene; specialmente per essere in una certa misura soste- « nute da alcuni tratti di Nicomaco medesimo. Ma il Vaglio « d'Eratostene era affatto un'altra cosa.

« L' editore d' Oxford ha annesso alla sua tavola, per ispie-
« garne l' uso, alcuni passi staccati scelti da lui dal testo
« di Nicomaco, e dal Commento sopra di questo attribuito
« a Giovanni Grammatico.... Ma sopra quali principj e con
« quale regola debba essere costrutta quella Tavola, non è
« ivi spiegato. È chiaro che per *segnare* i numeri composti,
« è necessario conoscere quali siano tali. E senza una regola
« per distinguere i numeri primi dai composti, la quale sia
« indipendente da qualunque tavola in che debbano essere
« controdistinti da un segno, è impossibile giudicare se la
« tavola è giusta nella parte che ne sia fatta, e di esten-
« derla più oltre se ciò sia richiesto. Ora, si è la Regola
« con che distinguere i numeri primi dai composti, e non
« già una Tavola costrutta non sappiam come, che fu in-
« ventata da Eratostene, e ad essa l'autore diè il nome di
« *Vaglio* per l' uso suo, e per la natura della operazione,
« la quale procede (come vedremo) per una graduale eli-
« minazione dei numeri composti dalla serie aritmetica 3, 5,
« 7, 9, 11 ecc. continuata all' infinito. Io ho pensato neces-
« sario di premettere queste riflessioni per rimovere il pre-
« giudizio, il quale, per essere nelle mani di tutti la bella
« e stimabile edizione di Arato, ho temuto che alcuno
« aver possa concepito, essere quella male accozzata tavola
« (*ill-contrived table*), opera inutile di qualche monaco dei
« secoli barbari, il tutto della invenzione del grande Era-
« tostene, e per giustificar me medesimo da qualunque
« possibile sospetto di aver tentato di mietere l' altrui se-
« minato. »

Quest' ultima accusa io non vorrò muovere al certo al dotto accademico inglese. Ma non parlando per ora della forza logica del raziocinio da lui qui esposto, non so tacere che egli volea dire *assurda, ridicola, e praticamente impossibile* una Tavola che presentasse *tutti* i divisori dei numeri. Ma egli medesimo cogli occhi suoi ha veduta *fatta* questa Tavola non fattibile; e piuttosto che ammettere es-

ser possibile e fattibile ciò che è stato fatto, crede di trarsi d' impaccio col dire che essa alla fine non è che l' opera di qualche Monaco de' secoli barbari.

Convien dire che fra i diritti del Clero Anglicano, al quale apparteneva l' Horsley, vi fosse, almeno a' tempi di questo, anche quello di riguardare come non esistente qualunque cosa fosse provenuta dalle mani dei Monaci, se la R. Società di Londra credette di accogliere puramente e semplicemente fra gli atti proprj questa curiosa ragione.

Passiamo ora a guardare più da presso l' operazione e la teoria del Vaglio. In ordine alla quale l' Horsley si prende cura di avvertire ch' ei la esporrà secondo le idee proprie, non tenendosi obbligato ad uniformarle a quelle di Nicomaco, ch' egli *è persuaso* essere erronee in molte parti. Al greco aritmetico egli concede soltanto alcune osservazioni circa le relazioni de' numeri dispari fra loro, le quali « sono certa-
« mente sue proprie, perchè prive d'importanza in se mede-
« sime e del tutto estranee al proposito. Io ometto (prosegue
« l' Horsley) tutto questo, ed avendo stabilito ciò che reputo
« essere stata la genuina teoria del metodo di Eratostene,
« purgata dalle adulterazioni di Nicomaco, ne deduco una
« operazione *di grande semplicità*, che scioglie il problema
« in quistione *con meravigliosa agevolezza*, e la quale per
« essere la più semplice che sembri potere essere prodotta
« da quella teoria, io non ho veruno scrupolo nell' adottarla
« come la originale operazione del Vaglio, sebbene dissimile
« da quella che si trova in Nicomaco. »

Quid dignum tanto feret hic promissor hiatu?

Egli ragiona così:

« Eccetto il 2, nessun numero pari si è primo; dunque
« ogni numero primo, tranne il 2, sarà incluso nella serie
« de' numeri dispari nell' ordine loro naturale, estesa all' in-
« finito. Ma ogni numero non primo è multiplo di qualche
« numero primo, come dimostrò Euclide (Elem. 7, prop. 33).
« Dunque la serie predetta conterrà i numeri primi, ed i

« loro multipli. Questi multipli poi si seguono, in questa
« serie, a distanze regolari; e così si ha il modo di distin-
« guerli facilmente e di levarli via.
« Ed in vero fra il 3 ed il suo primiero multiplo 9, si
« trovano due numeri non multipli di 3. Fra 9 e il prossimo
« multiplo di 3, cioè il 15, altri due se ne incontrano non
« multipli di esso 3. E di nuovo fra il 15 e l'altro pros-
« simo multiplo di 3, che è 21, cadono altri due numeri
« non multipli di 3, e così via discorrendo. Ancora fra 5 e
« il prossimo suo multiplo 15, stanno quattro numeri non
« multipli di 5: e così altri quattro si trovano fra 15 e 25
« che è il successivo multiplo di 5, e così seguitando. Pa-
« rimente fra ogni pajo di multipli del 7, come si trovano
« nell'ordine loro naturale in questa serie, si frappongono
« sei numeri che non sono multipli di 7. Ed universalmente
« fra ogni due multipli di un qualunque numero n, come
« essi stanno nell' ordine loro naturale nella serie, si tro-
« vano $n-1$ numeri che non sono multipli di n.
« Di qui si deriva l'operazione. I termini tutti che seguono
« il 3 si contano a tre a tre ed ogni terzo numero si can-
« cella; così rimangono cancellati tutti i multipli di 3.
« Il primo numero susseguente al tre, che non sia cancellato,
« è 5. Si cancelli il quadrato di 5; e dopo questo contando
« per cinque tutti i termini seguenti, si cancelli ogni quinto
« numero, se non fosse già stato cancellato prima fra i multi-
« pli del 3. E così saranno cassati tutti i multipli di 5.
« Parimente si cancella il quadrato di 7, e contando a sei
« a sei i numeri che gli vengon dopo, si cancella ogni settimo
« numero, che non fosse stato cancellato nelle precedenti can-
« cellazioni..... E così si continua fino a che il primo numero
« non cancellato che ci si presenta dopo quello i cui multipli
« sono stati cancellati immediatamente prima, sia tale che
« il suo quadrato superi l' ultimo e maggior numero al quale
« sia estesa la serie. I numeri che rimangono non cancellati
« sono tutti i numeri primi, eccetto il 2, che si presentano

« nella naturale progressione dei numeri dall' 1 al limite
« della serie. Per limite della serie io intendo il numero
« ultimo e più grande, al quale siasi creduto conveniente
« di estendere la serie. »

Così l' Horsley; al quale non può negarsi essere facile e semplice assai l'espediente di cancellare i numeri composti; e cancellati che siano una volta, non darsene più pensiero nelle successive cancellazioni. Ma sarà permesso osservare che nè Nicomaco nè Boezio lasciarono scritto che l' operazione di Eratostene fosse di una *meravigliosa agevolezza,* e richiedesse *poco tempo* e *poca fatica.* E poi ancora, che la meravigliosa facilità di questa operazione è per altro alligata alla condizione che si prenda per limite alla serie un numero non troppo alto. Chi fosse sì indiscreto o curioso da volere i numeri primi che si trovano fra l' uno e il milione; o anche solo quelli che passino le tre o quattro cifre, potrebbe trovare che non è poi sì lieve la fatica, nè sì corto il tempo che vi debba impiegare.

Risovveniamoci ancora che l' accademico inglese ha rimproverato a Nicomaco di aver cercata una Tavola senza una regola che servisse antecedentemente a distinguere i numeri che doveano essere contradistinti in essa Tavola; e che ha biasimata e trascurata, come inutile lavoro d' un qualche Monaco del medio evo, la Tavola, che per essere venuta da tali mani egli ha per non fatta e per non fattibile, e assurda e ridicola.

Il principio che servirà a costruire la tavola sarà quello stesso che è stato applicato dall' Horsley. Questo principio, non invero coi termini dell' Algebra moderna, e così non nominando n, ed $n - 1$, ma con vocaboli equivalenti, era già formulato da Nicomaco e da Boezio.

Questo principio, che pare indubitato essere stata l'anima del metodo d' Eratostene, applichiamolo alla serie dei numeri dispari: ma non al modo dell' Horsley, per cancellare i multipli, e non pensarvi più sopra; ma sibbene scrivendo

o di sopra o di sotto ad essi li numeri primi che li dividono. E fatto ciò col primo numero, facciamolo anche col secondo, poi col terzo, poi col quarto, e in somma finchè arriviamo ad un numero il cui multiplo successivo si trovi fuori del limite a cui siasi voluto circoscrivere la serie assunta.

3,	5,	7,	9,	11,	13,	15,	17,	19,	21,	23,	25,	27,	29,	31,	33
			3			3			3		5	3			3
						5			7						11

35,	37,	39,	41,	43,	45,	47,	49,	51,	53,	55,	57,	59,	61
5		3			3		7	3		5	3		
7		13			5			17		11	19		

63,	65,	67,	69,	71,	73,	75,	77,	79,	81,	83,	85,	87,	89,	91,	93
3	5		3			3	7		3		5	3		7	3
7	13		23			5	11				17	29		13	31

95,	97,	99,	101,	103,	105,	107,	109,	111,	113,	115,	117
5		3			3			3		5	3
19		11			5			37		23	13
					7						

119,	121,	123,	125,	127,	129,	131,	133,	135,	137,	139
7	11	3	5		3		7	3		
17		41			43		19	5		

141,	143,	145,	147,	149,	151,	153,	155,	157,	159,	161
3	11	5	3			3	5		3	7
47	13	29	7			17	31		53	23

In questo breve saggio avendo preso per limite della serie il 161 abbiamo adoprati per divisori i soli numeri primi fino al 53; perchè i successivi ci avrebbero condotti fuori del limite a cercare i primi loro multipli.

La fatica di costruire questa tavola non è stata maggiore di quella che avrebbe importato la semplice cancellazione proposta dall' Horsley; ma non solo abbiam trovato per esclusione i numeri assolutamente primi (unico oggetto cui serva opportunamente, secondo l' Horsley, questa operazione) ma abbiamo ancora il modo di conoscere i primi relativamente. Imperocchè se confrontiamo p. es. 35 e 39, numeri composti,

vediamo non aver essi alcun divisore comune, e per ciò essere primi fra di loro. Che è appunto ciò che Nicomaco e Boezio ci avean detto ottenersi col Vaglio d' Eratostene.

Che poi, potendosi conseguire anche con altri metodi una tal cognizione, sia assai meno importante questa parte del metodo d'Eratostene, questa è cosa da concedere a dirittura; ma non è ragione che valga a vituperare o come ignoranti o come menzogneri quegli antichi che, tanto più vicini alla età di Eratostene, ci tramandarono contezza della invenzione di lui.

Nel saggio che ho dato circa l'operazione del Vaglio ho preso, come l' Horsley, la serie dei numeri dispari, non tanto per aver esso fatto così, quanto perchè così fecero Nicomaco e Boezio. E certo che ciò basta pienamente all'uopo di rintracciare i numeri primi assolutamente. Ma primi relativamente esser possono un pari e un dispari. E perciò io inclino a credere che in origine l' operazione d' Eratostene fosse fatta sopra la serie naturale dei numeri 1, 2, 3, 4, 5... e solo in appresso fosse semplificata, riducendola alla serie dei dispari. E a farmi credere così, oltre l'intrinseca verisimiglianza, me lo persuade ancora un periodo di Nicomaco (ommesso da Boezio), sebbene assai involuto ed oscuro forse per non esserne sincera la lezione. Nè l' assumere la serie dei numeri naturali complicava di troppo l' operazione che rimaneva pur sempre abbastanza spedita. Quella prima semplificazione poi doveva condurre a negligere affatto la ricerca dei numeri *primi fra di loro*, col mezzo di questo Vaglio, e ridurlo alla semplicità vagheggiata ed ottenuta dall'Horsley.

Quella fatica alquanto maggiore che si impieghi poi nello scrivere tutti i divisori primi (dacchè basta notare questi; e Nicomaco e Boezio non dissero, ciò che fa loro dire l'accademico inglese, doversi notare tutti quanti indistintamente i divisori), reca non leggero compenso a chi non una serie dei numeri primi, cominciando dai più piccoli, volesse fare;

ma volesse invece cercare i numeri primi che si trovino fra due numeri dati.

Prendiamo a cagion d' esempio a cercare i numeri primi che siano fra 3400 e 3500; per avere appunto fra le mani quel 3465 che, avendo non meno di 22 divisori, è recato dall' Horsley come esempio, quasi dissi spauracchio, della confusione che rende non praticabile (*impracticable*) la tavola suggerita da Nicomaco. Troviamo coi metodi consueti i divisori di questo numero. E prendendo quelli che evidentemente non ci conducano a cercare i loro multipli fuori dei limiti dati, e così prendendo i numeri 3, 5, 7, 9, 11, 15, 21.... senz' uopo di altre operazioni, ma applicando la teoria fondamentale del Vaglio, noteremo a destra ed a sinistra il 3 come divisore dei numeri che incontreremo contando a tre a tre, poi il 5 sotto quelli che troviamo contando a cinque a cinque, il 7 sotto quelli che ci si presentano contando a sette a sette; e così via discorrendo. L' avvertenza che i multipli di questi divisori semplici, come 9, 15, 21... vanno a cadere sopra numeri già trovati composti, consiglierà a risparmiare il tempo di notarli essi pure. Avendo fatto ciò, non solo si è operata una prima vagliatura, che ha già eliminato un gran numero di termini riconosciuti composti, ed ha assegnato a ciascuno il minimo suo divisore; ma si è ancora ottenuta la certezza che nessun altro termine della serie data è divisibile pei divisori già applicati. Perciò rimangono da sperimentare gli altri numeri primi. Ed anche ciò si può fare colla certezza di non operare inutilmente, e come a tastoni. Assumendo il numero primo che segue in ordine dopo quelli applicati, che nel caso nostro è il 13, si divida per esso alcuno dei termini non eliminati, per es. il primo che s' incontra. Se per caso il numero preso per divisore lo dividerà esattamente, lo noteremo tanto sotto di lui, quanto sotto li successivi contandoli a 13 a 13, giusta la regola. Ma se, come è facile, non si possa dividere esattamente, ne ricaveremo invece la cognizione del numero più

vicino, nella serie, che sia multiplo del divisore adoprato. Imperocchè la differenza fra il residuo e il divisore aggiunta al dividendo, ovvero la sottrazione del residuo dal dividendo, rende il dividendo medesimo multiplo esatto del divisore. E così, con la regola fondamentale, avremo tutti i multipli di quel divisore successivi o precedenti nella data serie. Continuando così con gli altri successivi inferiori numeri primi, nessun tentativo sarà infruttuoso, perchè indicherà sempre come multiplo di quel numero alcuno dei termini della data serie. E quando si arrivi a divisori che per trovare un loro multiplo ci conducano fuori d'ambo i limiti dati, avremo per finita l'operazione, rimanendoci *primi* tutti i numeri a cui non si è per tal modo trovato alcun divisore ed avendo gli altri segnato il loro menomo divisore.

La *meravigliosa facilità* di contare materialmente $n-1$ termini, è chiaro che sparisce quando n rappresenti un numero alto. L'Horsley non ha parlato di questo caso; ma non è andato più in là di $n=11$. Ma qui vengono in ajuto quelle osservazioni che l'accademico inglese dichiara di ammettere come *certamente* di Nicomaco, *perchè prive d'importanza in se medesime, e del tutto estranee al proposito*. Queste osservazioni, o piuttosto questa osservazione, dacchè si riducono ad una sola, consiste nel por mente che non solo ogni numero primo n è summultiplo di tutti que' successivi che da lui distano $n-1$ termini; ma che gli altri fattori che con lui moltiplicati formano ogni suo multiplo, sono costantemente, ed in ordine, ciascuno dei termini della serie dei dispari, cominciando dal primo. Perciò, trovato un numero *primo* p. es. 3413 senza contare materialmente tanti termini successivi, vedremo col mezzo di facili moltiplicazioni che i multipli di lui sono 3×3413, 5×3413, 7×3413 e così via discorrendo. Il dotto inglese che in una annotazione latina al testo di Nicomaco ha pure tradotta l'osservazione di lui in forma algebrica, avrebbe meglio provveduto al proprio decoro, se invece di vilipenderla nella sua

Memoria, se ne fosse giovato per condurre a maggior perfezione il metodo da lui semplificato (a).

Porrò fine a questa disamina cercando la ragione filologica per la quale fu dato a que' numeri, che non sono multipli di nessun altro numero, il nome di *primi* (*πρωτοι*), che non è stato cangiato mai. E sebbene un tratto di Boezio potesse far sospettare che fossero appellati così, perchè essi non hanno altre parti aliquote fuor di quella che prende nome da essi: come il 3 nel quale si ha dei *terzi*, il 5 dove

---

(a) Ecco la nota sua a Nicomaco segnata (p) = Nempe series numerorum imparium 3, 5, 7, 9, etc. infinite protensa, cum numeros impares universos contineat, imparis cujusvis multiplices omnes impares necessario complectitur. Esto igitur n numerus quilibet impar. In serie 3, 5, 7, etc. infinite protensa, habes numeros omnes $n \times 3$, $n \times 5$, $n \times 7$, etc. Et cum seriei ea Lex sit et Conditio, ut naturali ordine numeri impares sequantur, et minor omnis numerus majorem praecedat, fieri nequit, quin multiplices numeri n eum inter se ordinem servent, ut minor quisque majorem praecedat. Primus igitur erit $n \times 3$, secundus $n \times 5$, tertius $n \times 7$, et universim, $n \times m$ eum habiturus est, inter multiplices, locum, quem numerus m in serie. =

Assai belle ed opportune sono in generale le note dell' Horsley per ridurre a buona lezione, ora coll' ajuto de' Mss. ed ora col mezzo di critiche congetture, i testi di Nicomaco e di Boezio. E la lode che perciò egli merita sarebbe più pura, se meno arrogante e prosuntuoso si fosse mostrato nella Memoria che ho abbreviata e disaminata in questo mio scritto.

In una delle sue note a Boezio, parmi essere alquanto corriva e intemperante la sua critica. Boezio scrive: « .... Modum autem *mensionis,* secundum ordinem collocatorum, ipsa series dabit. Nam primus quem numerat, secundum primum *numerat,* idest secundum se; et secundum primus quem numerat, per secundum *numerat,* et tertium per tertium, et quartum item per quartum.... »

L' Horsley annota: « Pro *numerat* mallem in utroque loco *metitur,* ut aliud sit *numerare* aliud *metiri*, et sensus sit. « That which the first number [of the Series] « *counts* the first [of its multiples], it *measures* by the first (of the Series], i. e. « by itself. That which it *counts* the second [of its multiples], it *measures* by the « second [number in the Series]. » Sic enim infra legimus de Numero ordine secundo « primum quem *numerat* secundum primum *metitur.* »

Io non posso convenire con lui nella correzione che propone al testo. Imperocchè nel linguaggio di Boezio sono perfetti sinonimi *numerare* e *metiri*: ed egli li va alternando per non istancare l' orecchio colla nojosa ripetizione dell' identico vocabolo. Oltre il fatto d' averli adoprati promiscuamente nell' opera sua, Boezio s' è preso egli medesimo il pensiero d' accertare i lettori di tale sinonimia, scrivendo: « Idem autem dico *numerat* quod *metitur.* » (Lib. I, cap. 19).

si ha dei *quinti*, il 7 nel quale non sono che *settimi*, e così via discorrendo; ma sono poi commensurati dalla sola unità (3); ciò non di meno mi sembra più probabile che fossero detti *primi*, perchè ciascuno di essi nella infinita serie dei numeri o naturali o dispari, si trova essere il primo delle serie dei molteplici, che si cancellano o altrimenti sono segnati nella operazione del Vaglio di Eratostene.

Così nelle serie 3, 6, 9, 12, 15 ....
5, 10, 15, 20, 25 ....
7, 14, 21, 28, 35 ....
11, 22, 33, 44, 55 ....

i numeri *incomposti* si trovano sempre e soli essere *i primi*.

---

(3) « *Primus* quidem et *incompositus* est qui nullam partem habet, nisi eam « quae a tota numeri quantitate denominata sit, ut ipsa pars non sit nisi unitas, « ut sunt 3, 5, 7.... In *tribus* enim una pars sola est, idest *tertia*, quae a *tribus* « scilicet denominata est; et ipsa tertia pars unitas.... Dicitur autem *primus et* « *incompositus*, quod nullus eum alter numerus metiatur, praeter solam, quae « cunctis mater est, unitatem .... Primos ergo et incompositos nullus numerus « metietur, praeter unitatem solam, quoniam ex nullis aliis numeris compositi sunt, « sed tantum ex unitatibus in semetipsis auctis multiplicatisque procreantur. Ter « enim unus, 3; et quinquies unus, quinque: et septies unus, 7 fecerunt. Et alii « quidem, quos supra descripsimus, eodem modo nascuntur. »

Boeth. Arithm. Lib. I, cap. 10 (e in altre edizioni cap. 14).

ELOGIO
DI LAZZARO SPALLANZANI

SCRITTO

DAL DEFUNTO SIG. PROFESSORE GIOVANNI BIANCHI

E LETTO DAL MEDESIMO IN S. CARLO PER ORAZIONE INAUGURALE

il 25 Novembre dell' anno 1827

Fu sentenza de' Critici, che a definire il tributo di laude dovuta al merito de' Sapienti si debbano attendere i maturi decreti del tempo. Lo che di vero è gravissima ammonizione suggerita non pure dalla sperienza de' Secoli, che protetta dal conoscimento dello spirito umano. Il quale ora non è facile di sua indole ad arrendersi al lume di novelle verità, ora è pieghevole di troppo al pericolo di restar sedotto alla venerazione di certi Idoli, che, avversi al buon gusto ed ai progressi del sapere, pur si usurpano gli Incensi. Siffatto avvertimento non impone però un silenzio disdicevole alla gratitudine de' coetanei, quando questa sia rivolta a rendere un omaggio di riverenza e di applauso a coloro, che meno studiosi, al dire di Tullio, de' commenti delle opinioni che de' giudizii della natura, accrebbero coll' operato loro il cumulo delle cognizioni, e gli insegnamenti della grande Maestra convertirono ad incontrastabile giovamento della Scienza e de' loro simili. Chè altrimenti sarebbe stata vituperevole cosa alla Scienza ed alla umanità beneficate il lasciare, per lungo succedersi di età, inonorata la memoria del Filosofo Fiorentino scopritore di astri e di leggi regola-

trici del moto e della caduta de' gravi; dell' Inglese Fisiologista che disvelava il secreto della sanguigna circolazione; del Medico di Modena apprestatore di rimedio contro la più mortifera tra le febbri; del Fisico Americano, che, aperto il mistero della natura del fulmine, approntava una difesa contro il tremendo suo potere. E il pietoso ufficio di ossequio alla ricordanza di questi prodi addiviene poi un dovere tanto più grave, quando si aggiunga, oltre allo stimolo della patria carità, il profitto, che pur raccogliesi dal movere con illustri Esempli le menti degli studiosi a generosa imitazione. Il perchè, essendo sacra a sì nobile divisamento la corona della presente letizia, e volendola intesa al moltiplice giovevole scopo la Sapienza reggitrice de' nostri studii, io vi nomino, Uditori umanissimi, il subietto del mio ragionare, in Lazzaro Spallanzani, ornamento della Estense dominazione, filosofo per eccellenza, e superiore ai più esperti nello illustramento di alcune parti della fisica animale e della storia della natura. Al quale, se per avventura mancano tuttavia gli allori di più di un secolo, quelli però verdeggiano alla veneranda ricordazione, robusti e non inchinevoli ad appassire, di un culto esteso tanto sull' Orbe, quanto lo è l'umana civiltà, e concesso non all'Autore di un sistema splendente di effimera luce, ma bensì al verecondo Osservatore, ed a Colui in somma che, pieno il petto di universale dottrina, fornito di calda imaginazione e di freddo intendimento, tutta la possanza adoperò di tali soccorsi a divenir l' interprete fedele della natura nella sfera più nascosta e più ampla delle di lei operazioni e de' di lei prodotti.

Se la grandezza del subjetto sfugge alla esilità del dicitore, nè può allettarmi la speranza di annunziare ignote cose a sapientissimi Uditori, e se inoltre mi opprime il valore delle applaudite penne già di quello encomiatrici, pur mi incoraggiano al malagevole intraprendimento, e la Superior voce che ad esso mi chiama, e la amorevolezza vostra, o umanis-

simi, e la patria riconoscenza, che nella solennità di questo giorno desidera un primo Monumento di commendazione per uno di que' Sommi, che l' onor formano de' Letterarii nostri fasti. E rammemorandosi in breve per me le chiare di lui gesta, e in quella semplice foggia che del vero sia prediletta, se tutto non potrà da me significarsi, mi conforterà il detto del romano Oratore, che Socrate non era abbastanza lodato neppur ne' libri di Platone (1).

Lazzaro Spallanzani trasse i natali nel giorno 12 gennajo dell' anno 1729 in Scandiano, terra amica alle Muse ed a Sofia, perchè già madre de' Bojardi, de' Magati, de' Vallisnieri. I genitori di lui, non ignobili nè affatto disagiati, Gian Nicola Giureconsulto e Lucia Ziliani di Colorno, teneri di una educazione che gran frutto dovea produrre, dopo avergli procacciata in patria la prima instituzione, furono solleciti ad inviarlo in Reggio nella età di 15 anni ad apprendervi sotto i Gesuiti le belle lettere e la filosofia; ed aggregato ch' ei fu al Clero secolare inoltraronlo pur anche a Bologna pel paterno studio delle Leggi. Nella qual sede di fiorentissimo sapere fatta sua dimora per oltre ad un lustro, e abbandonata dopo 3 anni, per lo consiglio ed autorità presso il Padre del juniore Vallisnieri, la carriera della Giurisprudenza, che mal potea comporsi co' differenti oggetti di una più alta e libera vocazione, egli ebbe di vero le guide sicure a non comune avanzamento nelle Matematiche, nelle Scienze naturali, e nella greca lingua e letteratura. Colà intese le lezioni de' Balassi, de' Beccari, de' Veratti, de' Monti, de' Bianconi, e soprattutto di quella Laura Bassi, sua cugina, onor del sesso e del luogo, che a lui instillava con ispeciale addottrinamento la predilezione per la sperimentale filosofia, e ne infondea profondamente nell' animo i severissimi precetti. Donde, riputato già precocemente maturo all' altrui

(1) De Oratore Lib. 3 Cap. 5. §. 4.

ammaestramento, giovò non forse allo sviluppo de' suoi talenti, ch' ei fosse chiamato, dapprima di 5 lustri appena al Reggiano Liceo per lo insegnamento di tutte le parti della Filosofia, non che delle lingue greca e francese in quel Collegio de' Nobili; indi nell' anno 1763 a Modena dove fu ascritto tra Sacerdoti della Congregazione della B. V. di S. Carlo, e promosso alle stesse cattedre, ricusato allora l' invito ad alcun altro ed oltramontano Archiginnasio; e perfine, fatta già adulta la di lui fama, a Pavia per quella cattedra di Storia naturale, che da lui a tutte le altre si anteponeva.

La Ticinese Università fu quindi per lo intervallo di ben 6 lustri l' ultimo e permanente teatro della sua gloria, la quale ebbe a dir vero colà il sostentamento più fortunato e lo stimolo più valido per un animo, che sentinne altamente, e da saggio, l' affetto nobilissimo. Il plauso cotidiano di una schiera numerosa di uditori pendenti dal dotto suo labbro; il conversare cogli altri eccellenti in ogni maniera di scientifiche discipline colà adunati dagli augusti Maria Teresa e Giuseppe II; il favore dichiaratogli da questo Monarca, e quello per lui in ispecial guisa operoso dello Austriaco Ferdinando e della Estense Beatrice sedenti in Coppia auspicatissima al Governo di Lombardia; e il propenso animo a lui per lettera di propria mano significato dall' Eroe del Nord Sovrano della Prussia; e i mezzi di copiosissima suppellettile allo ingrandimento procurati dell' I. Museo di Storia naturale dall' assennato amore de' supremi Reggitori; e l' agio a lui apprestato di visitare quelle regioni, cui invitavanlo gli objetti di sue ricerche; e lo epistolare commercio coi Filosofi e Uomini di lettere; e i voti di tutte le Accademie nello ascriverlo a loro membro; e il suffragio universale de' sapienti, che giammai non mancava alla corona delle sue fatiche; ed una fisica costituzione altresì lungamente poderosa a sostenerne i sempre nuovi e non lievi cimenti; tali furono que' soccorsi a lui estrinseci nel

collocamento in Pavia, che prestando idoneo alimento al mentovato di lui affetto, concorsero a sollevare lo Spallanzani ad uno de' posti più eccelsi nella europea estimazione.

Ma perciò appunto che fra gli innumerevoli, i quali si affannano verso la meta, a pochissimi tocca di raggiungerla, e poichè sublime esser deve la virtù e straordinario il merito del sapiente, così è forza il pensare che il vero e primo germe della grandezza dello Spallanzani giacesse congenito nella di lui mente, e gli stimoli a svilupparlo movessero principalmente dal di lui cuore. Il perchè l' argomento delle sue laudi nasce in tutto da quanto ei seppe operare colle proprie ed intrinseche forze del suo *intelletto e volere.* Allo ordinamento delle quali lodi dietro una qualche traccia di cose e di tempi parmi utile il contemplarlo quale Fisiologo Illustratore di alcune grandi operazioni di viventi animali, e quale Promotore a niuno secondo de' veri progressi della Scienza da lui più a lungo professata nel carattere di Naturalista.

Il procedimento, a cui s' affida il mantenersi delle specie viventi nel deperire degli individui, e che, occupando forse il primo posto nella loro economia, fu anche perciò appiattato fra le tenebre più fitte, ebbe dallo Spallanzani i primi sguardi cupidissimi di verità, fin dove Natura consente a disvelarla. Il quale, fin giovane Institutore di Filosofia in Reggio, rapito già ne' privati suoi studii verso le cose della fisica animale, e dotto della Scienza di que' valenti, che non senza alcun frutto tentato aveano di diradare il bujo di quell' atto, e quinci convinto che lo attribuirne arbitrariamente il magistero ad una forza peculiare non definibile era altrettanto che il richiamare dalla sapienza barbarica un de' dogmi più oscuri, non appena vide di que' giorni l' antica Epigenesi ristabilita in autorità per la eloquenza del Con. di Buffon e la sagacità di novissimi sperimenti dell' Inglese Needhamio, e non vide appena la condanna della severa dottrina della preesistenza de' germi per quelli raccomandata

a certi particolari fenomeni del microscopio, ch' ei, tutto applicandosi a questo strumento, la cura si assunse di chiarire un tal genere di fenomeni di più circospette osservazioni. Nè fu vano il tentativo, a cui la timidezza del novello Osservatore non permise che, dopo quasi un lustro, la stampa nella Dissertazione uscita in Modena nell' anno 1765 intorno *al sistema sulla generazione de' signori di Buffon e di Needham.* Se il Plinio della Francia avvisava di provar l' esistenza delle sue molecole organiche sempre viventi, materia, secondo lui, della supposta forza formatrice, dal fatto de' corpicciuoli guizzanti all' occhio armato sì negli spermi animali che ne' liquidi delle infusioni, la natura più sinceramente interrogata dall' Italiano svelò a lui essere i corpicelli semoventi delle infusioni affatto diversi da quelli degli altri liquidi, e forniti di tutte le note dell' animalità che a loro negavansi dal francese. E se l' inglese sperimentatore non argomentava senza replica la genesi degli infusorii animaletti dalla scomposizione delle sostanze infuse e dal trasmutamento delle materie vegetabili in animali semplicissimi, e meramente ipotetica restava quindi anche presso di lui la forza creatrice di nuovi esseri, più avveduto lo Spallanzani nel ripeterne e nel variarne le sperienze, e nel mostrare soprattutto prive di abitatori le infusioni dianzi esposte a forte calore *distruggente in esse l' invisibile seminio,* e sottratte a qualunque ingresso di aria esteriore pel sigillo ermetico de' recipienti, lo Spallanzani, dico, difendea la generazione univoca dalla sola più valida tra le novelle obbjezioni, e colla preesistenza di minimi germi approdanti dallo ambiente aere nelle infuse sostanze o in mezzo a queste appiattati, palesava vittoriosamente compatibili tutti i fenomeni della Microscopica Zoologia. E tanta fu la saggezza di lui nell' uso di uno strumento, da cui rarissimo era tra gli osservatori chi sapesse escludere gli effetti delle ottiche illusioni; tanta la copia delle peregrine notizie da lui fornite sugli infusorii animaletti non per anche illustrati da un Ottone Müller, e vere terre australi in allora del

mondo zoologico, come li dichiarava il Bonnet; tanto il candore e la filosofica illibatezza del ragionare che il medesimo naturalista della Svizzera, e il notò il Carminati a sua lode, ebbe quinci a rallegrarsi coll' Italia prossima ad avere nello Spallanzani redivivi i Malpighi ed i Redi.

Nè tardò a compiersi fra noi il magnifico predicimento pel chiarore tutto nuovo, che il Professore di Filosofia in Modena raccolse sul mistero della generazione, quella rischiarando degli Ibridi, fra gli Insetti i più acconcii a disvelare alcuna parte del secreto (2), e più ancora trattando il suggetto delle animali riproduzioni (3). Intorno alla quale materia i ritrovamenti poc' anzi fatti da Vallisnieri, da Reaumur, da Bonnet, e da Trembley sul rifacimento delle parti recise in alcune specie animali di infimo ordine erano allo Spallanzani di stimolo a multiplicarli *per tante guise da sè imaginate, che la ricerca doveane quindi rimanere esaurita.* E sebbene ei pubblicasse le sole prime linee e il disegno di una compiuta trattazione, che mancò poscia ai desiderii della Scienza, fu però suo *merito* lo scoprire parecchi mirabili riproducimenti della testa e della coda in due specie di Lombrichi, una delle quali da lui fatta nota ai Naturalisti, della coda nelle Larve delle Rane, e ciò che più rileva, che che in contrario ne sentisse *alcun suo Lodatore,* di più parti insieme, coda cioè gambe e mascelle in un animale di superior ordine e *della famiglia de' vertebrati,* da lui tratto dalla oscurità e proposto a più maniere di tentativi, nella Salamandra acquajuola. Più stupenda non pertanto parve la rigenerazione della intiera testa in alcune specie di un animale *di fabbrica meno complicata,* vale a dire delle lumache, in prima avvertita dall' egregio di lui discepolo Priore Vincenzo Frosini, e quinci da lui fin d' allora annunziata, e fatta poscia più

(2) Memorie sopra i Muli. Modena 1768 in 8.°

(3) Prodromo di un' Opera da imprimersi sopra le Riproduzioni animali, Modena 1768 in 4.°

chiara ed amplamente dimostrata in due dottissime Scritture fra quelle pubblicate dell'Italiana Società (ne' Volumi 1 e 2 delle Memorie della Società Italiana). Al quale scoprimento se mancò la osservazione instituita dappoi dal Presciani, che non comprendesi giammai nella più avventurosa decapitazione un mobile Ganglio destinato a far le veci del Cervello, non era perciò meno pregevole il verificato ripullularsi di altri organi importantissimi, che al capo appartengono di quel Mollusco. Gli sperimenti del di lui Autore tuttavia ammirati qual modello di arte difficilissima, non meno che quelli di un Lavoisier, di un Herissant, di uno Schäffer, di un Bonnet, di un Caldani, di un Girardi confermarono per modo il prodigio, che caddero poi anche le opposizioni dell'Adanson, non gravi e non degne di un Nome caro alle naturali discipline. E di mezzo ai nuovi fatti concernenti le animali riproduzioni, quello sovra gli altri brillò, apportatore della prova più invitta a scudo della Palingenesia, della preesistenza de' feti ne' rospi e nelle rane innanzi all' atto della fecondazione, chiarita per la trovata uguaglianza tra le ova fecondate e non fecondate, e per le vicende dello sviluppamento di quelle. Quivi il felicissimo Osservatore costringea la natura a manifestargli la medesimezza di alcune parti comuni all' ovo fecondato ed al feto, non però la totale preformazione del feto stesso come opina il De Tourdes; convenendo io bensì con esso e con Alibert nel dichiarare lo Spallanzani assai più fortunato del gran Fisiologo di Berna, dal quale nello svolgersi del pulcino non fu veduta che la sola continuazione delle membrane e de' vasi tra il novello essere e l' uovo che lo schiude. Laonde per questo rispetto piuttosto che per quello accennato dal Carminati non parrebbe esagerato il nobile encomio, ch' ei tributa al nostro indagatore, affermando che, se Haller un lembo solo alzava del velo, lo Spallanzani con franca mano largamente lo squarciava.

A ruina non pertanto della Palingenesia fiancheggiata da

sì splendido ritrovamento il sagacissimo Needhamio, aggiungendo copia di altri sperimenti alla francese traduzione del primo saggio dello Spallanzani, avvisava di sostener l'edifizio della forza vegetatrice; e il prestigio delle sentenze di Buffon intorno al fatto delle sue molecole organiche non abbastanza combattuto da ragionamenti di Haller e di Bonnet non era del tutto ancor vinto nella animalità da quello ricusata ai corpicciuoli semoventi negli spermi, che l'istesso Linneo escludea persino dalla categoria de' corpi organizzati. Epperò lo Spallanzani, amico ed estimatore del primo, ma più devoto alla verità, dopo la costanza di un altro lustro nell' esplorare in tutti i modi il genio ed i costumi degli animaletti delle infusioni giunse a mostrare destituiti d'ogni prova i pensamenti dell' inglese Fisiologista (4). A tale effetto vi piaccia, Uditori, contemplarlo, ora porre in chiaro la niuna influenza del calore anche il più elevato sulla attitudine delle sostanze a generar gli animaletti, dove quelle siano accessibili all' aere circostante, ora escludere l' azione della diminuita elasticità dello stesso aere nella loro assenza dalle infusioni raccolte in chiusi recipienti; e quando paragonare le vicende loro sotto gli estremi del caldo e del freddo e, sia per lo trovarsi in vasi non comunicanti coll'aere esterno, sia per essere esposti alla azione de' differenti odori, de' varii liquidi e della elettricità del vòto boileano, cogli analoghi effetti dalle stesse cagioni prodotti in tutti gli esseri viventi nati da germi conosciuti; e quando fissar le pupille sulla loro genesi contro il fatto attribuita ad una supposta metamorfosi delle sostanze vegetabili infuse in animali abitatori, e questi infine trovare, sebbene Ermafroditi, atti però a multiplicarsi o per ova o per feti o per mecca-

(4) Opuscoli di Fisica animale e vegetabile. Vol. 2. Modena 1776, in 8.°
Appartengono al soggetto degli Opuscoli anche
Lettere 2 dell'Ab. Spallanzani sopra gli animali delle infusioni. Venezia 1767.
Prolusio habita in Regio Ticinensi Gymnasio. Mutinae 1770.

nico separamento al pari de' noti più cospicui animali. Nè men compiuto fu il successo nell' ultima disamina delle molecole organiche di Buffon. Il Fisiologo di Pavia, timido di riverenza inverso quel grande, ma più di lui avveduto nel surrogare il microscopio semplice al composto siccome quello che all' occhio ritorna non alterata la circonferenza degli oggetti, e più assiduo di Buffon medesimo alla microscopica contemplazione di un maggior numero di differenti spermi, e colla mente non preoccupata da accarezzati concepimenti, accertò tutti i Fisiologi posteriori della non equivoca animalità de' verminetti in que' liquidi annidanti. Per tal modo ei ritornava al Levenoeckio l' onore della prima notizia degli spermatici animaletti, ampliandone la descrizione, notando tutte le specifiche loro differenze da semplici infusorii, e rischiarando di squisito ragionamento non meno l' uso e l' origine di quelli che i contrari dubbii del francese Osservatore e le cagioni de' suoi abbagli e di quelli sfuggiti a' ponderatissimi giudizii di un Linneo. Ed affinchè la vinta Epigenesi non si ricoverasse come in estremo riparo nel modo di generarsi di altri corpicciuoli organizzati non assai dissimili dagli infusorii e dagli spermatici animaletti, vale a dire delle piantine delle Muffe, insorgendo egli terzo fra altri due grandi, il Micheli, che giudicò prodursi questi esseri per semi, ed il Monti, che per essi acconsentiva alla generazione equivoca, arricchì di tanti fatti la prima delle due sentenze, che essa restò poi in possesso del comune assenso dei Fisiologi.

Se non che l'Osservatore, non ligio alla pompa ed alla lussuria delle teoriche, amplissima scorgea tuttavia l'intatta messe di fatti intorno al grande arcano. E i primi lampi di natural verità per lui aperta nell' esame de' rospi e delle rane invitaronlo ad un ultima fatica sul riprodursi dei viventi (5).

---

(5) Dissertazioni di Fisica animale e vegetabile. Modena 1780, in 8.° Vol 2. — Vol. 2.°

Immolando egli alla sapiente ricerca più migliaja di individui di ambedue i sessi in ben 5 specie differenti di anfibii animali o rettili pedati, contemplò e descrisse di ognuna coi natii colori le particolari foggie delle feconde nozze; chiarì co' cimenti più inusitati e decisivi la sede dell' atto fecondatore, per alcune specie nel femminil utero e per altre fuor del grembo materno, accennata già dallo Swammerdamio e dal Roesel, ma generalmente negata dal Linneo; disvelò in tutte le specie l' anatomica disposizione degli organi dei due sessi, alcun errore notando dello stesso oculatissimo Vallisnieri. Per lo che, non lasciando alcuna parte inosservata ad una storia compiuta del generarsi di questi esseri, oltre allo schiarimento di un gran numero di quistioni, vieppiù palese rendea la parziale preformazione de' feti innanzi agli sponsali. E ciò che parve ammirabile, ne estese la dimostrazione non meno a tutte le mentovate specie di animali, che a parecchie piante, nelle quali mise in aperto lo sviluppo degli embrioni nelle ovaja de' pistilli indipendentemente dalla azione del pulviscolo degli stami; se pur non debba concedersi, che discoprendo alcune eccezioni al sesso de' vegetabili avuto per universale dai Botanici, ei riuscisse di fatto ad ottenere verace moltiplicazione per semi non tocchi da polline fecondatore. E quasi che natura riconoscente allo insaziabile Contemplatore volesse premiarne coll' estremo dei doni gli studii, accordò a Lui perfine ciò che Essa avea ricusato ad un Malpighi, che Egli cioè, imitandone i procedimenti, mettesse in opera felicissima l' artificiale fecondazione, non meno nè predetti animali che in un Quadrupede a sangue caldo e nel Baco da seta, in cui tentata erasi prima invano dal Fisiologo bolognese. Era questo un avvenimento, che verificava quasi nello Spallanzani la favola di Prometeo. Il perchè non è a stupire, se tra i plausi di Europa venne esaltato come uno de' più inauditi successi della Filosofia, e se lo Spallanzani facea per suo mezzo tesoro di altre rilevantissime naturali verità, e a

quanti seguirono le sue vestigia disserrò la via ad ulteriori indagazioni in quel tanto, che pur s' ignora nel secreto della generazione.

Quegli innocenti Anfibii, che sì ampia dovizia di cognizioni schiudevano a Lui nel magistero della mentovata operazione, le Salamandre acquajuole, altrettanta a Lui ne aprirono in quello fra i subjetti di economia animale, che più dappresso riguarda il giovamento dell' arte salutare, nella dottrina cioè della sanguigna circolazione. Nè vuol già tacersi che il volume prima publicato dall' Haller — Sul movimento del sangue negli animali e sugli effetti del salasso — meditato dallo Spallanzani in Modena in mezzo alle cure della filosofica palestra, nel generoso animo ispirasse la prima brama di emulare una delle maggiori glorie del più dotto tra i Fisiologi. Perchè con una mente rapidissima a riconoscere gli estremi di tal subjetto, ei s' avvide che l' harvejana circolazione, lussureggiante di teoriche immature, soffria penuria di que' fatti genuini, che il ministero della ispezione oculare può raccogliere ne' viventi. S' avvide che non erano soddisfatti i di lei bisogni, nè dalle poche osservazioni del Malpighi, benemerito per altro di aver accennato opportunissimi all' uopo gli animali a sangue freddo per la trasparenza de' loro vasi, nè da quelle, sebben più copiose ed ampliate dello Svizzero Osservatore. Epperò avendo scoperti nella Salamandra, *siccome ricorda il Pozzetti,* de' vasi assai più diafani e ripieni di un liquido più rosseggiante e di miglior preparazione di que' delle rane, le sole fra gli animali alla osservazion del circolo sacrificate, rammentivi, Uditori che ei dapprima disvela le ottiche illusioni non sospettate dallo stesso Haller della luce rifratta, e che poscia fatto accorto del costume mal acconcio di esplorare i soli vasi del mesenterio stirando questa membrana, fuori tratta dal basso ventre e ad uncini fermata, onde di più maniere si turba il natural moto del liquido circolante, *ei pone pel primo in opera il più semplice Travaglio del Lionnet, dove le parti rimangono*

al loro sito e l' animale è meno straziato da sofferimenti, e vi applica oltre a ciò trascurato il soccorso del lume riflesso che non altera i colori e le native apparenze dell'oggetto contemplato. Il perchè divenuto *più sicuro di tutti gli altri Osservatori* di sorprendere nella sua realtà la Natura, se a lui tocca di godere dello spettacolo, non diviso con altri, dell' intero circolo dell' Harvei nel complicatissimo giro de' vasi del mentovato animaletto, ei torna dalle reiterate contemplazioni sì ricco di risultamenti, che nè compone una prima Epistola, non indegna di essere da lui indirizzata al medesimo Fisiologo di Berna, a cui l' avvertimento delle trascorsegli infedeltà recar non poteva la molestia che soffrono gli animi di tanto ai sommi inferiori (6). Della quale Epistola per altro ancora non pago, trasferito appena lo Spallanzani in Pavia trasse col metodo proprio all' indagine della circolazione una Copia senza numero di specie di animali di fredda temperatura (7). Si fece egli allora a contemplare l' harvejano circolo con novo divisamento in quegli individui altresì che, per difetto di sviluppo, differiscono essenzialmente dagli adulti nella struttura de' loro vasi, non menochè nè fenomeni male fin allora osservati della circolazione languente, de' moti del sangue indipendenti dal cuore, e delle pulsazioni delle arterie. Fu quindi che egli corrucciandosi di non iscorgere i già fatti scoprimenti applicabili con fiducia agli animali a sangue caldo ed all' Uomo, salvochè al lume sempre infido di una remota analogia, a lui sorrise la gran Madre delle cose, invano da altri invocata, coll' additargli fra gli animali di più alta categoria la richiesta trasparenza de' vasi nel pulcino non compiutamente sviluppato e col concedere a lui solo di confermare con immediata osservazione ne' caldi animali ciò,

---

(6) Della azione del cuore ne' vasi sanguigni. Modena 1768, in 8.°

(7) De' Fenomeni della circolazione osservata nel giro universale de' vasi. Modena 1773, in 8.°

che dianzi non era certissimo che in quelli di freddo temperamento. Che se nel frutto di tanto operare s' intromise forse una soverchia riverenza al pensamento harvejano, che tutto al solo cuore l' uffizio di sostenere il circolo attribuiva, fu non pertanto separato da lui l' eterno vero de' fatti dalla licenza degli umani concetti; essendo che il vero venne con fede candidissima riferito nella esposizione sintetica delle sperienze, e i fatti s' intesero sottoposti all'altrui vano giudicare nella analittica de' risultamenti. Appresero da lui i Fisiologi, rosseggiare veracemente il sangue fin dal primissimo suo apparire negli animali embrioni, e non correre giammai naturalmente con esso frammista alcuna bolla aeriforme, e non vuotarsi il cuore intieramente di esso sotto l' atto della sistole; compresero mantenersi nelle arterie di medio ordine equabile il moto delle onde sanguigne, a malgrado delle artificiali e naturali piegature de' vasi; videro non effettuarsi il circolo ne' primi periodi del vivere, se non ad intervalli di riposo, e trascorrere il liquido circolante di uguale velocità nelle arterie e vene medie satelliti, e conobbero non andar disgiunte le pulsazioni delle arterie da vero laterale dilatamento del vaso. Li quali risultamenti di non fallace sperienza, riferiti insieme a molti altri nella ricordata Esposizione, formarono di vero quel cumulo di cognizioni riguardanti il circolo, di cui la scienza non ebbe dappoi nè il più dovizioso nè il più ampio, e tale che il pregio di lui non può scemare nemmeno in faccia ad una futura compiuta Teorica di quella funzione. *Ed io vi dirò, Uditori, che le osservazioni sulla circolazione riputaronsi di sommo momento alla scienza da quel medesimo Haller, al quale esse erano, o nove del tutto, o contrarie; sicchè cedendo Egli quasi allo Spallanzani una palma sfuggevole a' cadenti suoi anni, pur le volle coronate di un suo giudizio il più favorevole ed ingenuo nella sua Biblioteca anatomica, e volle al loro Autore intitolato il IV.° Volume della sua ristampata Fisiologia con quella Epigrafe*

rammentata già da altri Elogiografi; Summo Naturae in minimis et difficillimis Indagatori ob ejus merita in veri finibus extendendis. Un tale argomento di commendazione era per altro anteriore ad altri meriti del Fisiologista Ticinese intorno a quella operazione de' viventi animali, ond'essi ricavano dagli alimenti la sostanza che provvede alla loro nutrizione ed accrescimento. L'oscuro procedere della quale nel recesso del viscere destinatole a strumento richiedea in vero, dopo la metà dell' ultimo secolo, che la face di più decisivi sperimenti fosse recata a rischiararlo. Imperocchè ad onta delle fatiche dello stesso Hallero nel raccogliere i pensamenti di tutte le età intorno alla Digestione, la sua dottrina, che risguardava questa funzione quale semplice macerazione, non era abbastanza robusta di prova. Laonde ne veniva che l' halleriano insegnamento cedea nelle Scuole, ora alla esagerata triturazione de' Meccanici, ora alla supposta fermentazione de' Chimici. Vedea quindi lo Spallanzani una lacuna nella Scienza, alla quale non erasi supplito, nè da' pochissimi tentativi dell' Accademia del Cimento, nè da quelli non ripetuti, e ristretti a soli pochi animali di ventricolo membranoso e musculare, dal Reaumur, e che per conseguenza ignoravasi il vero universale agente della prima fra le nutritive operazioni. E concedasi pure che lo Spallanzani dovesse al Reaumur l' artificio de' solidi Tubetti pertugiati ed accessibili pe' succhi gastrici ai cibi rinchiusi, mirabilmente acconcio alla esplorazione della azion meccanica de' ventrigli. Non perciò si rifiuterà all' Italiano Sperimentatore la lode di primo nel diradare il bujo del nascosto magistero (8). Fermo lo Spallanzani nel convincimento che la ricercata generale verità non potesse uscire se non dal seno di tutti i fatti particolari, ei pose alla tortura dei tubetti gli animali tutti di superior ordine detti ora *vertebrati* da' Pesci insino all' Uomo, sè stesso al cimento non rispar-

(8) Dissertazioni di Fisica animale ec. sovraccitate. Vol. 1.°

miando. Egli è qui, Ascoltatori, dove a gara trionfano *l' industria dello sperimento e la severità dell' osservazione*. Lo Spallanzani esplora e distingue la struttura de' varii stomachi musculari membranosi e medii; trae a prova le sperienze più concludenti; imagina nuovi artificii alla soluzione di tutti i problemi, *accessorii alla ricerca*, od in essa inclusi; rifiuta le ipotesi anche le più plausibili e l' argomento di analogia non avvalorato dalla induzione; e fatti chiari i contrari abbagli del Vallisnieri e del Reaumur, negante l' uno la trituratrice forza de' ventrigli negli uccelli granivori, ed escludendo l' altro nella digestione di questi animali il concorso di un dissolvente; e più destramente del medesimo Reaumur imitando la Natura nelle digestioni artificiali per lui riuscite, soggioga infine al tormento dell' analisi più rigorosa tutti i risultamenti delle infinite sperienze, ed inalza quinci ardito e sicuro sul contrasto e sulla ruina delle opinioni l' universal principio che la digestione porta sempre le impronte di una dissoluzione operata da succhi gastrici, e che questi succhi agiscono in qualità di potenze dissolventi ed indefettibili alla prima elaborazione degli alimenti, in qualsiasi guisa di ventricoli vengano questi accolti nelle varie classi di viventi animali. Ed a fianco di questo vero fondamentale ecco intanto scoprirsi che il succo gastrico agisce in inversa proporzione delle potenze meccaniche cooperatrici, che la temperie del viscere concorre a sostenerne l' azione, che le proprietà di quello manifeste pe' di lui effetti, anzichè dall' indole tuttavia ascosa di lui serbano una ammiranda ragione col differente cibo degli animali, capaci per altro di cambiamento per le leggi dell' abitudine; ecco ritrovarsi che esso è fornito di antisettica facoltà, onde se la terapeutica in esso acquistava un rimedio in alcuni morbi, si cessò pur anche dai Fisiologi dal concedere con Haller alla funzione dello stomaco un principio di putrida fermentazione. Nella quale circostanza quella stessa emulazione e ritrosia, che la novità delle dot-

trine suol produrre negli animi de' Sapienti, tornò a lode dello Spallanzani. Giovanni Hunter, preclarissimo Anatomico e Fisiologista, condanna dal Tamigi di inutili gli sperimenti sulla digestione; ma le massime e gli insegnamenti mutati e corretti nelle Scuole, e ridotti ad uniforme più austero e sobrio ragionare formarono anche più di una polemica scrittura dell' italiano Fisiologo trionfante risposta alla accusazione (9). Nè altri, pur grandi di sapere e di fama, Fisiologi di Parigi e di Monpellier, a lui avrebbero la negligenza rimproverata del calcolo de' vitali poteri dello stomaco, se lo sguardo avessero rivolto a que' paragrafi della 5.ª fra le sue Dissertazioni, dove ei mostra la influenza del vital difetto nella ritardata digestione degli animali decapitati. Certo che la saggezza di Lui nello astenersi da una definizione di quei poteri riportò un luminoso confermamento dai posteriori, che dietro alla evidenza sperimentale esclusero, non ha guari, pressochè tutto il concorso de'nervi nella funzione digestiva, ritornandola sotto il dominio de' chimici procedimenti. Se caro vi sia l' udire la sua modestia in questo argomento col protestare di non averne in tutto compiuta l' ampia trattazione, e di aver lasciato ad altri la gloria di recarvi altra luce, caro vi sia pure il sentire da labbro autorevole, che lo Spallanzani offerisse all' Europa nel suo scritto il più intemerato esemplare di interrogar la natura nelle sperienze di Fisica animale. L' illustre Senebier, il Filosofo della Svizzera, recandolo in francese, ed ornandolo di una dottissima Introduzione, vi notò appunto questo carattere nobilissimo sovra gli altri, e fuori nè trasse altrettanti precetti di una nuova logica per lo Sperimentatore; ricordando così lo Stagirita, che fu sapiente nello scrivere intorno ai precetti della Epopeja dopo i canti divini della Iliade e della Odissea.

---

(9) Lettera a M. A. L. Caldani in risposta alle objezioni di Gio. Hunter intorno alla Digestione. — Negli Opuscoli scelti di Milano. Vol. XI.°

Che se a tanto incremento sorgea la Fisica animale per gli studii dello Spallanzani sulla generazione, la circolazione del sangue, e la digestione, altrettanto era il profitto che pe' medesimi tornava alla più cospicua parte della naturale istoria, vale a dire alla Zoologia. Il carattere di Naturalista rifulse non pertanto in Lui di ben altro e tutto proprio suo splendore. Intorno a che io non posso non lagnarmi de' limiti dell' Orazione, che appena mi concedono una fuggitiva ricordanza degli eminenti suoi pregi. Poco di vero è il rammemorarvi che, invidiato da parecchie Università, ei teneva in Pavia per 30 anni lo insegnamento di tutte le parti della Istoria naturale, se non vi dichiari le preziose qualità in Lui congiunte di un Maestro celebratissimo. Poco è il narrarvi che per lui si creò sul Ticino il più magnifico tra Musei d'Italia, se non vi racconti le fatiche di lui nel raccoglierne egli stesso sui luoghi gli oggetti innumerevoli, e se non ve lo additi viaggiare a tal fine, negli Apennini e nelle Alpi della Savoja e della Svizzera, e nel mar ligure, e nell' adriatico, e nel siculo, e nel jonio, e nell' Arcipelago, e nell' Eusino, e ne' monti e nelle isole vulcaniche delle due Sicilie, e nel ritorno da Costantinopoli per le miniere della Transilvania e dell' Ungheria. E di vero dovrei dirvi, che ei publicasse nell' anno 1769 a giovamento della Scienza per lui recati in italiano i due Volumi della contemplazione della natura di Bonnet, o piuttosto rammentare tutta la materia delle originali sue aggiunte nelle copiosissime Annotazioni e nella dotta Prefazione? Dovrei dirvi che anche prima di quest' epoca nell' anno 1762 egli avesse illustrata la Geologia delle Fontane, aggiungendo con un viaggio agli Apennini reggiani ed al lago di Ventasso nuovi fatti alla Teorica del Vallisnieri, o piuttosto riferire le curiosissime osservazioni a tal uopo istituite? (10) Se amaste

---

(10) Lettere 2 al Cav. Vallisnieri. — Nella nuova Raccolta del P. Calogerà. Vol. IX.° Venezia 1762.

di intendere, come Egli toccando poscia nell' anno 1765 un argomento di Fisica generale nella latina dissertazione — Sul rimbalzo delle pietruzze obliquamente lanciate contro la superficie dell' acqua — ei confutasse l' avviso di un chiarissimo Matematico che attribuiva il fenomeno alla mal supposta elasticità del liquido, potrei poi tacervi l' ingegnoso spiegamento da lui surrogato? E se vi allettasse l' udire, come ritornato alla naturale istoria quella ampliasse de' microscopici animaletti, in ciò diversi dagli infusorii e dagli spermatici, che risorgono a piacimento dell' osservatore dopo mesi ed anni di apparente morte, e come ne accrescesse il genere colle specie da lui scoperte, Tardigrado ed Anguilline delle tegole, non vi disgusterebbe poi che sotto silenzio io passassi gli altri fatti e lo squisito ragionamento da lui arrecato al Subjetto che ne mancava? (11) Pure è forza il ricordare le applaudite due *lettere al Bonnet sopra oggetti marini e montani* da lui osservati nelle due Riviere di Genova nella state del 1783 avvegnachè tutta egli aprisse in quelle lettere la ricchezza di quella natura, della quale niun prodotto sfuggiva al fervidissimo Contemplatore (12). Interrogatelo sulla fosforescenza del mare, e vi dirà essere prodotte da varie specie, prima di lui sconosciute, di fosforici animaletti, non tutta però di animale origine; sulle Penne marine albergatrici di Polipi lucicanti, e ve le dirà dotate di loco-mozione; sugli alcioni, e intenderete che a torto furono creduti semplici Polipai. Le Millepore retepore e i tenuissimi, ma vivacissimi Polipi a cui quelle prestano il nido; le Madrepore e i singolari costumi degli altri Polipi loro abitatori; le Gorgonie, oggetto fino a lui di biasimo, meritamente attribuito da un sommo Naturalista della Neva agli italiani che trascurato aveano di osservarle; le spugne, annidanti o nò, varie, fatte di animaletti;

(11) Opuscolo a parte tra quelli di Fisica animale ecc. citati al n.° 4.

(12) Nelle Memorie della Società Italiana — Vol. 2.°

le coralline rivendicate a vegetabili contro la sentenza del Linneo; la ignota organica continuità de' suddetti Piantanimali coi Polipi che in essi albergano; alcune nuove specie di Tubularie, immobili nella sede che le vide nascere, sebbene racchiudano veracissimi animaletti; il movimento di progressione de' Ricci marini delle ascidie e delle meduse non ben inteso e mal descritto da Reaumur, da Redi, da Vallisnieri; quel piccolo Granchio, detto Bernardo l'Eremita, a cui lo Swammerdamio falsamente negava la qualità di usurpatore del nicchio non suo, già osservata da Aristotele; la scossa veracemente elettrica e il singolar modo di generare della Torpedine; l' indole non venefica del pungolo della Pastinaca, che che ne avvisasse in contrario un Linneo; e il più minuto popolo degli infusorii e de' mitili litofagi abitanti l' onda, gli scogli subacquei e le arene di quel mare, tutto riceverà dalle sue Indagini mirabilissima illustrazione. I geologici suoi esami si estenderanno sui fondi e sul livello antico e moderno del ligustico mare, sulla stratificazione e la natura e le conchiglie fossili degli adjacenti monti, sulla dolce Sorgente zampillante fra le acque salse del Golfo della Spezia, sulle Grotte, le Roccie, i torrenti, le fontane, e perfino sui fenomeni meteorici dell' Apuano Alpe e del meridional dorso degli Estensi Apennini. Ed obbliando anche le posteriori zoologiche osservazioni fatte nell' Adriatico (13), e quelle intorno ad una rara Tromba marina viaggiando nel 1785 a Costantinopoli (14), e le geologiche sulla natura vulcanica dell' Isola di Citera istituite nello stesso viaggio (15), e le moltiplici quindi attorno alla Capitale del Turco Impero, scopritore egli colà, nonchè di preziose miniere, della vera indole di que' lidi e

(13) Pubblicate in estratto dal Ch. Cav. Venturi nella Storia di Scandiano pag. 171 e seg.

(14) Osservazioni sopra alcune Trombe di mare — Società Italiana — Vol. 4.°

(15) Osservazioni fatte nell' Isola di Citera, oggidì Cerigo nell' Arcipelago — Società It.ª Vol. d.°

delle antiche relazioni dei due Mari, nero e mediterraneo (16); le sue osservazioni obliando, anche più profittevoli, raccolte poscia in Sicilia (17) sulle Roccie non vulcaniche di quell'Isola, e quelle sulla vera natura, da Omero sino a lui mal conosciuta, dello scoglio di Scilla e del vortice di Cariddi, sulla pescagione del Corallo e del Pesce Spada, sullo Squalo carcaria, sui Polipi, le meduse fosforiche ed altri ignoti Molluschi di quel mare, quale encomio a lui non verrebbe dalla compiuta narrazione di quanto pe' suoi sudori in altri subjetti abbellivasi la scienza naturale? Parli ora per me la sua Monografia di ben 5 specie differenti di Rondini e di 2 specie poco note di una strige e di un falco, dove descrisse i costumi loro, e chiarì per quelle l'oscuro punto delle loro emigrazioni (18). Parlino i dotti Opuscoli sulle Anguille del lago di Orbitello e delle lagune Comacchiesi, delle quali le abitudini ed i genii delineava, mentre appalesati gli inganni di Linneo, di Levenoeckio, di Vallisnieri, di Mondini scopriva forse il vero ingegno ad aprire l'antichissimo secreto dell'occulto loro generarsi (19). Parlino le lettere non meno gravi al Vassalli Eandi sopra il sospetto di un nuovo senso ne' Pipistrelli, sagacemente fondato sul fatto per lui aperto, che tai notturni volanti non abbisognano della visione a fuggir gli ostacoli interposti alle svariate e rapidissime loro mosse (20). Parlino infine le sue scritture intorno a fuochi ardenti in diversi luoghi de' nostri Apennini ed alle Salse delle Modenesi colline e delle Reggiane, nelle quali lasciò incerto, se più dovesse ammirarsi in lui, o il Geologo nel descrivere la fabbrica de' nostri

---

(16) Publicate come sopra dal Venturi a pag. 176 e seg.

(17) Opuscoli a parte inseriti ne' Viaggi alle 2 Sicilie e in altre opere periodiche del tempo.

(18) Dissertazioni a parte nella cit. opera de' Viaggi.

(19) Ne' Viaggi citati.

(20) Lettere sopra il sospetto di un nuovo senso ne' Pipistrelli — Torino 1794 in 8.° e in diverse opere periodiche del tempo.

monti, ovvero il Chimico nel disvelar l' indole delle materie aeriformi di quelle perenni vampe alimentatrici (21).

Di mezzo però alla copia de' monumenti, donde splendidissima a lui ritornava la qualità di naturalista, il più eccelso per avventura che gli procacciava un inviolabile diritto ad eterna ricordazione, quello era delle sue investigazioni intorno ai Vulcani (22). Visitò nell' anno 1788 le ignivome montagne dell' Italia meridionale, e ne' seguenti anni le euganee colline; e lo scopo che il mosse a sì ardita intrapresa fu non meno di far raccolta pel suo Museo di vulcaniche produzioni, che di chiamare sul fatto a novelle interrogazioni l' inesausta Natura. La Natura dovea quinci per suo mezzo rispondere sovra un ramo della Geologia, il quale surto poc' anzi per le disamine chimiche e mineralogiche de' Bergmann, de' Dolomieu, de' Faujas de Saint Fond a qualche onore di scienza, era per altro ancor lungi dal compiuto pregio di una teorica. Eccolo adunque percorrere intrepido quelle regioni de' sotterranei accendimenti, e di là movere le osservazioni, ove altri le avea fermate, ed a Geologi Vulcanisti additare metodi più sicuri ed estesi di raccoglierle, e un maraviglioso numero adunarne per metterle a fondamento di più filosofiche disquisizioni. Eccolo agitato dalla stessa brama di Plinio, la cui Ombra gli par di vedere aggirarglisi d' intorno attonita per lo tremendo cimento, eccolo accostarsi impavido al Vesuvio, allora in preda a violentissima eruzione. Poco lungi dalla superiore apertura di quell' abisso, gittante un nuvolo di sulfurei fumi e di sassi infocati, ei delinea la storia di tutti i fenomeni del furibondo Vulcano; ne esplora le antiche lave e le più recenti, una fra le altre che, investita dal sotterraneo fuoco, discorre presso la superficie della montagna; rivela la causa dell' inavvertito fenomeno, onde le grandinate erompenti dal

(21) Opuscoli a parte ne' Viaggi alle 2 Sicilie.
(22) Viaggi alle 2 Sicilie ecc. Vol. 6 in 8.° — Pavia 1792-97.

cratere succedono a quando a quando senza precedente detonazione; distrugge l' errore che nega alle Lave una vera ignea fusione e liquidità. Passa a' vicini campi, tuttavia segnati dalle indelebili traccie di antica vampa, e chiarisce nella Grotta di Posilipo per fangosa eruzione la genesi di quel Tufo; descrive indi molte specie di sconosciute lave proprie della Solfatara, e ne deriva la scomposizione da sulfurei vapori ivi perennemente prodotti dal lento abbruciare delle Piriti. Non contento di ciò disvela per sagacissime congetture l' origine della Mofeta esalante alla grotta del cane, che ei chiarisce alimentata dallo scomporsi delle sottogiacenti roccie calcari; e visita e definisce gli antichi Crateri e l' indole de' Tufi, de' Laghi di Agnano e di Averno, di Monte nuovo, del Promontorio di Miseno, dell' Isola di Procida, dello Scoglio delle Pietre arse. All'Isola di Ischia, per Lui in nuova foggia tutta all'intorno dal mare esplorata, contempla negli infranti scogli e negli scoscesi dirupi l' interiore orditura e i diversi strati di materie un dì dal fuoco tormentate, e rinviene, oltre al sale aluminoso ed alle pomici, che altri escludea da prodotti di quell'isola, una specie ignota di Feldspati distinti pel novo carattere di cedere al fuoco della fornace e vitrificabili. Si arresta presso Caserta, e quivi scuopre un altro Tufo, trovando esser questo un aggregato di sminuzzate Pomici che il fuoco trasmuta in un vero smalto. Approda in Sicilia, e contemplate prima sul mare le sfiancate falde dell'Etna, sull' ala del genio supera quindi il sublime orlo della massima tra le vulcaniche voragini, Lui non atterrendo nè l' arsura delle cocenti lave, nè l' onda de' soffocanti fumi che lo attorniano. Così dell' Etneo Cratere resta compiuta la bramata descrizione; così note divengono per Lui l'estensione e la forma e la qualità della superior fauce e delle esterne ed interne pareti, e noto il fondo del Baratro perennemente esalante nubi di reo vapore e di accese lave ribollente. Ad ultimare il suo viaggio geologico raggiunge le Isole Eolie, la vulcanica Litologia

delle quali da lui attende quegli schiarimenti che lasciò desiderare il Dolomieu. Vedetelo spiare in prima dal mar circostante su piccolo naviglio lo incessante incendio e le perpetue grandinate di Stromboli, e fortunatissimo inoltrar poscia pel primo l' occhio indagatore fin dentro allo squarciato viscere della montagna. Di là uditelo smentir l' abbaglio della intermittenza di quel Vulcano, e svelare il mistero delle di lui cagioni, e far palese la di lui attività nella liquefazione delle roccie porfiriche; uditelo esporre la più compiuta storia delle Lave, dei Tufi, delle Scorie, del ferro specolare prima di lui non avvertito, delle pomici, dell' arena, formanti tutta l' Isola. Nè qui si arresta dall'osservare e dallo scoprire; poichè definiti i caratteri delle Lave granitose e dell' Alume de' vicini scogli di Basiluzzo, di Bottero e di Lisca bianca, e delle Isole Panaria e delle Saline giù cala con istupenda audacia nell' imo accesso del Cratere dianzi avvampante dell' Isola di Vulcano; e se nulla manca per Lui alla intiera notizia sì di questa che del vicino Vulcanello, ei rende chiara altresì l' origine ignea dei basalti fin allora da un Werner contrastata. Che dirò delle Isole di Alicuda e Felicuda, non visitate dall' antecessore Dolomieu, e che egli non ommise alle sue ricerche, attraversando un fortunoso mare, ed a rischio di un naufragio? Intanto ei verificava la vulcanica genesi di quelle, e le traccie scopriva de' loro antichi Crateri, e l' ignota loro ossatura e l' interessante mineralogia. Rimaneva la più grande fra le Eolie, l' Isola di Lipari, ed egli ne ricerca la scogliera presso Lipari, la circonferenza, la superficie, i permanenti avanzi delle vetuste accensioni nelle moderne stufe, ogni angolo il più riposto; onde e lo intiero aggregamento di differenti roccie più o meno alterate dal fuoco, e le decantate pomici, e il vetro capillare, ed ogni maniera di quelle singolari produzioni, e perfino la Statistica agraria e civile di quell' Isola, nulla ebbero a desiderare al pieno loro illustramento. L' angustia del tempo vuole, o Signori,

che io vi taccia, come il fondo istesso ed il livello de' mari adjacenti, ed interposti ai vulcanici, non isfuggisse alle sue disamine; come altri fatti di utile confronto accumulasse negli euganei colli riguardanti le antichissime loro lave; come tentasse quindi in Pavia le differenti adunate produzioni con ogni maniera di chimica indagazione, palesando la composizione elementare di ognuna, e la presenza in parecchie di elementi sconosciuti, e l' indole soprattutto di que' fluidi elastici onde esse vengono in alto sospinte dalle fauci dei Crateri; come definisse con pesato giudizio l'attività secreta e lungamente controversa delle vulcaniche accensioni; e come infine traesse a sapiente paragone le proprie colle altrui osservazioni, chiamando in soccorso la face della civile storia, e i testi perfino della greca poesia. Ma come tacervi quanto in commendazione di Lui pronunzia la stessa veneranda voce della Natura? Tu, gli dice, ti adoperasti a togliere il velo a miei misteri li più ascosi, nè io ti negai le mie risposte, anche quando in sul finire de'tuoi giorni tu indagavi fra' primi cogli strumenti della novella Chimica la composizione dell' atmosferico aere in molte regioni della Lombardia, e in sul mare, e sugli Apennini, e ne traevi scorta, non meno a rischiarare il gran fenomeno della combustione, difendendo le dottrine del Lavoisier contro le imponenti e gagliarde opposizioni del Göttling (23), che ad affrontare i due grandi problemi della traspirazione de' vegetabili (24) e del respiro degli animali (25). E il frutto di quest' ultima tua fatica, segnato dal grande carattere della novità e sicurezza de' tuoi metodi, sarà non meno a te glorioso, perchè l' Edwards di Parigi lo porti, te duce e

---

(23) Chimico Esame degli sperimenti del Sig. Göttling di Jena sopra la luce del Fosforo di Kunkel — Modena 1796 in 8.°

(24) Lettera a Giobert sopra le piante chiuse ne' vasi — Pavia 1798.

(25) Memorie sulla Respirazione Vol. 2 Milano 1803 (postume).

Rapports de l' air aver les étres organisés — tirés des Journaux d' observation de Lazare Spallanzani par Jean Senebier — Vol. 3 in 8.° Genéve 1807.

maestro, a più compiuto sviluppamento. Negli altri tuoi filosofici intraprendimenti mi rendesti accessibile al Fisiologo scrutatore delle più prestanti fra le animali operazioni, all'Amico della mia Storia, al Geologista Indagatore de' Vulcani. Saggio però tu rispettasti nelle tue ricerche quel sacro, ed ahi! troppo spesso violato confine, che disgiunge la osservazione de' miei fenomeni dal secreto impenetrabile, ed a me riservato, delle più alte loro cagioni, adorasti nelle contemplate maraviglie il mio e tuo Creatore, nè intemperante, nè mal accorto, alla verità ed alla evidenza de' fatti giammai surrogasti l' arbitrario ed ingannevole concepimento della ipotesi e del sistema. Abbi dunque da me quel Lauro, che solo si addice ai primi e veri creatori della Scienza; e come le contemporanee generazioni, così le future, del vero modo di contemplarmi ed interrogarmi trovino in te un esempio, che le faccia degne della maestà di mia presenza e della veracità de' miei Oracoli.

Tanto potè il senno di una vita di 14 lustri che, a metà del suo corso, dicevasi dal Filosofo di Genthod aver operato ella sola per le scienze più che intiere Accademie in mezzo secolo; vita occupata pur anche ne' geniali studii delle lettere, di cui diè saggio ne' primi anni con un critico commendato Opuscolo sulla italiana traduzione dell' Illiade fatta dal Salvini (26), e collo stile delle sue scritture, fiorente sempre di toscana eleganza e di robusta originale perspicuità; vita infine, alla quale il fregio delle virtù morali non mancò a rendere in esso lui compiuto il vero amore della Sapienza. La Religione, se onoravasi in Lazzaro Spallanzani della dignità di Sacerdote, non fu giammai che ei la oltraggiasse, o con reo costume, o con macchia ancor più rea di incredulità. Chè anzi, allorchè questa ebbe compiuto l' esecrando attentato contro i Troni e gli Altari, Egli seppe preservarsi dal contagio della quasi universal febbre,

---

(26) Riflessioni sulla Traduzione dell' Illiade fatta dal Salvini — Parma 1760.

ed opporre in procellosi tempi il viril petto, e non senza la mercede del tristo odio delle fazioni, ai primi impeti di un furor nemico. E il di lui morire fu di cattolico specchiatissimo, chiesti avendo di proprio impulso i santi soccorsi dello spirito, e tutto l'animo avendo aperto ad umile riconoscimento del divin volere, e al conforto e alla speranza di una vita migliore. Di che l'avvenimento fu sì luminoso, che la stessa indifferenza dell'incredulo non potè con vile silenzio dissimularne la lode. Tenacissimo della verità, ei sacrificò ad essa più volte le ragioni dell'amor proprio, confessando gli antecedenti suoi errori; e se obligato si vide a notare gli altrui difetti, il fece .però colla verecondia e col decoro de' Sapienti. Così non lo avessero alcuni provocato con indiscreta e turpe critica, che noi non saremmo qui astretti a ricordare in Lui, per ira non ben frenata in malinconico temperamento, una testimonianza, unica sì, ma non lieve dell' umana fralezza in qualche polemica sua scrittura. Frugale nel vitto per pittagorico dettame, ed avverso ai passatempi romorosi ed ai lunghi ozii del comun vivere, ei riguardò siccome preziosi tutti gli istanti per quegli studii, che egli amò a costo di infinito sudore, di larghissimo suo dispendio, e di non infrequente rischio di sua vita. Probo, benefico, modesto, ei sentì la carità della famiglia e de' discepoli; liberale a quella di tutto sè stesso nelle estive ferie al natío soggiorno; e a questi giammai avaro di istruzione, di avviamento alle più utili intraprese, di affabile consiglio, di generoso soccorrimento.

Alla morte di Lui avvenuta il 12 di Febbrajo dell' anno 1799 la Sapienza d' Europa fu in lutto e a gara furono sparsi nembi e corone di fiori ai pietosi di Lui Mani. Ma il nome di Lazzaro Spallanzani fu già sculto dalla fama in mezzo a quelli di Haller, di Linneo, di Buffon. Esso passerà vincitore degli anni ai Nipoti più tardi, finchè viva una scintilla di amore e di buon gusto per la naturale Filosofia; invidiato argomento di gloria alla nobile Terra di

Scandiano, donde surse l' Uomo grande, all' Aquila Estense che lo scorse ai posti dell' onore, all' Italia che per Lui sostenne l' antica dignità di Maestra, al secolo XVIII° che ne riportava, nell' arringo della Scienza della natura, una palma ed un titolo di immortalità.... (27)

---

(27) Quest' elogio, composto e recitato or son più di trent' anni, dalla modestia del suo Autore, il mio caro e compianto Fratello Giovanni Professore di Fisiologia, venne trascurato, confuso e pressochè intieramente dimenticato nell' ingente massa de' cattedratici suoi Manoscritti. Se pure conservandolo per una pubblicazione che gli fosse richiesta, egli non intendesse di ripassarlo con maggior cura e studio per la più scrupolosa esattezza della sostanza e per la più corretta forma della espressione e del buon gusto letterario, innanzi di commetterlo alle stampe. Intorno a che non avendo egli spiegato il proprio giudizio, benchè il suo lavoro medesimo incontrato avesse l' unanime applauso di quanti de' suoi dotti Colleghi e Concittadini l' udirono, e i figli di lui eredi avendolo di buon grado accordato alla presente postuma pubblicazione, io nell' assumerne la correzion tipografica bramai di aggiungervi quella di un profondo intelligente della scientifica materia che vi si tratta in commendazione del nostro grande Fisiologo e Naturalista Scandianese. Ma nei civili trambusti e perturbamenti sopravvenuti, dovendo pur progredire la stampa accademica, il preso concerto della revisione scientifica dell' elogio non ha potuto adempirsi, e mio malgrado io me ne son limitato alla mia parte delle prove di stampa. Contuttociò, e implorata pure la pubblica indulgenza per le tenui mende sostanziali che rimaste fossero nello Scritto originale dell' Autore senza di lui colpa, o con proposito ineseguito di toglierle, io mi allieto della speranza che questa di lui produzione verrà ben accolta e sarà giudicata onorevole al lodato non meno che al lodatore.

Nota di GIUSEPPE BIANCHI

INTORNO AL TRATTATO
DI LODOVICO ANTONIO MURATORI
SOPRA I DIFETTI DELLA GIURISPRUDENZA
RIGUARDATO COME UNO DE' FONTI DEL CODICE ESTENSE

MEMORIA

DEL SIG. CAV. BARTOLOMEO VERATTI

LETTA ALLA R. ACCADEMIA

nell' adunanza del 29 Aprile 1843

AVVERTIMENTO

Un gran cambiamento è avvenuto nell' Estense Legislazione, dopo che fu scritta questa Memoria e letta alla R. Accademia, per la promulgazione di nuovi Codici resa necessaria non tanto per mutati bisogni dei tempi, quanto e più assai perchè gl' incrementi territoriali, che da non molti anni conseguirono gli Estensi Dominj, aveano fatto sorgere una evidentissima convenienza, anzi una vera necessità di ridurre ad una le moltiplici e svariate Legislazioni onde erano retti i territorj di recente aggregazione. Nel che fare era ben conveniente che si avesse un riguardo particolare alla Legislazione parmense vigente nel Ducato di Guastalla e in altri luoghi divenuti Estensi, e che si procurasse di uniformare possibilmente i nuovi Codici a quelli degli Stati limitrofi.

Questo cambiamento ha tolto dunque alla Memoria presente qualunque pratico valore, come opera di giurisprudenza. Ma ridotta, com' è, a documento storico, pare che non debba esserne al tutto inutile nè sgradita la pubblicazione ai cultori della Scienza e della Storia della Legislazione. Ad ogni modo poi può essere riguardata come una pagina dell' elogio di Lodovico Antonio Muratori.

Per queste ragioni ora si pubblica; ed anche perchè ne era già promessa la stampa, come si può vedere nelle Relazioni pubblicate nel principio del Tomo II delle Memorie Accademiche, a pag. xxxv. Che se invece d' inserirla in esso Tomo II, come allora s' era stabilito, s' è alquanto differito, ciò è stato perchè trovandosi già pervenuta a giusta mole la parte stampata di quel Volume si credette bene di non procrastinarne di più la pubblicazione.

INTORNO AL TRATTATO

DEI DIFETTI DELLA GIURISPRUDENZA

DI LODOVICO ANTONIO MURATORI

RIGUARDATO COME UNO DE' FONTI DEL CODICE ESTENSE

Un secolo è ormai compiuto da che quel sommo uomo che fu Lodovico Antonio Muratori mandò alla pubblica luce il suo Trattato *dei difetti della Giurisprudenza* (1). Libro che, se per la non grande mole sembra perdersi fra i tanti immortali lavori di quell' indefesso letterato, basterebbe però alla fama di qualunque altro. Fra le tante discipline coltivate dal Muratori non ultima fu la Giurisprudenza; e dopo averle consecrate le primizie dell' ingegno meritando e conseguendo in Modena la laurea in ambe le leggi, non l' abbandonò egli nell' età matura, nella quale, fra gl' immensi suoi lavori d' altro genere, chiamato a difendere le ragioni del suo Sovrano, si guadagnò per voto di Vittorio Amedeo Re di Sardegna la rinomanza di primo fra gli avvocati italiani (2); e nell' età senile ritornò con amore a questa scienza. E *con amore* dico, benchè potesse a taluno sembrare che piuttosto con ira e con dispetto avessi dovuto dire. Ma il combattere gli abusi è il servigio maggiore che si possa prestare a qualvogliasi disciplina: come la scoperta e la confutazione degli errori è il tributo più bello che rendere si possa alla verità. Ed il Muratori

(1) Venezia 1742 presso Giambatista Pasquali in foglio: e nuovamente presso il medesimo 1743 in 8.°

(2) Vita del proposto L. A. Muratori descritta dal proposto Gian-Francesco Soli-Muratori. Venezia 1756. *Pasquali.* pag. 226.

volle rendere appunto sì importante servigio alla Giurisprudenza, o dirò meglio alla Società. Imperocchè alla comune utilità egli mirava soltanto: e come pensava ad ogni elemento della pubblica felicità, di cui fra pochi anni dovea raccogliere e pubblicare i fondamentali principj (3); così massimamente desiderava la riforma della Giurisprudenza, dalla quale dipende la sicurezza de' privati diritti e perciò tanta parte della pubblica quiete. Guardare la Giurisprudenza da tale altezza, e con tale scopo, è opera della meditazione di mente filosofica e legislativa, ben più che dello studio di semplice giurisperito. E questo appunto, a parer mio, è ciò che forma la lode principale del Muratori, e il pregio intrinseco di questo suo libro. Nè egli fallì a questo scopo; chè anzi ottenne più assai di quanto sperava: e se v' ha libro la cui influenza in fatto di Legislazione sia stata grande e salutare, egli è questo per certo. Il Muratori ne vide in piccola parte le desiderate conseguenze, e non ne inorgoglì (4): credè anzi troppo difficile la compita riforma da lui bramata, nè altro più fece se non offrirla quale mezzo di pubblica felicità a' buoni Principi. Ed un Principe per molti titoli, se non per tutti, buono e grande, amico ed allievo del Muratori, quando, non molti anni dopo la morte di lui, si accinse alla compilazione di un Codice per gli avventu-

(3) L' Opera *della pubblica felicità oggetto de' buoni Principi,* fu stampata la prima volta nel 1749.

(4) La legge toscana del 1747 sopra i *fedecommessi* e le *primogeniture*, che accogliendo le massime sapientissime promulgate dal re di Sardegna Vittorio Amedeo nel lib. V. tit. 2 §. 12 e seg. delle sue Leggi e Costituzioni (1723) e tolte in gran parte dalla Bolla di Urbano VIII sopra gli Archivj, le sviluppò più circostanziatamente, fu riportata dal Muratori nel Libro della Pubblica Felicità cap. 10, accennando solo modestissimamente di avere egli pure parlato di tal materia. La legge Estense del 12 Settembre 1763, che fu poi rifusa con alcune modificazioni e molte aggiunte nel tit. 33 del Lib. II. del Codice Estense, è modellata sopra la predetta legge toscana, ma in modo da lasciare scorgere che fu consultata la legislazione torinese e l' opera del Muratori: nella quale poi fu attinto il principio pel quale furono svincolati i beni d' ogni fedecommesso il cui valore fosse inferiore alla somma di ventimila Lire di Modena.

rati suoi Dominj, bene s' approfittò de' consigli di quell' ingegno profondo, e colla Sovrana sanzione diede alla massima loro parte forza di legge.

Io non so se finora sia stata avvertita abbastanza questa influenza grandissima del Libro del Muratori sopra il Codice Estense, perchè le discussioni di questo Codice, e la storia della sua compilazione non vennero mai pubblicate. So bene che grande è la lode che perciò vuolsi rendere al Muratori, grande il pregio estrinseco che ne deriva al suo libro, e non piccola l' utilità di riguardarlo quale uno dei fonti del Codice Estense. Imperocchè, appunto perchè ci manca la cognizione delle discussioni preparatorie, e de' motivi delle singole disposizioni di quel Codice, maggiormente giova il confrontare queste disposizioni colle fonti loro, derivando da questo confronto un argomento non lieve d' interpretazione della mente del Legislatore.

Questo confronto da me istituito, e di cui esporrò i risultamenti, servirà ad agevolare simili deduzioni, e nello stesso tempo a provare quanto i Compilatori del Codice Estense siansi prevalso delle proposte del Muratori. E, ciò essendo, noi vorremmo che il Muratori avesse abbondato nelle discussioni piuttosto che nella esposizione de' difetti della Giurisprudenza de' suoi tempi. Ma se non è ingiusto il desiderio, ingiustissimo sarebbe il convertirlo in rimprovero di quell' uomo straordinario. Noi non possiamo pretendere più di quanto egli intese dare; e se ha dato anche più di quanto egli stesso credea, non possiamo avere per lui se non sensi di gratitudine e di ammirazione.

La massima parte del libro, secondo porta il suo titolo, versa intorno a' difetti della Giurisprudenza. E qui si appalesa non meno l' esperienza che il senno dell' Autore, distinguendo egli i difetti provenienti da colpa degli uomini, che vogliono essere impediti e repressi; e quelli che scaturiscono dalla natura medesima della Giurisprudenza, (la quale in molti casi trovasi abbandonata necessariamente

all' incertezza delle probabilità, perchè trattasi di materie congetturali); e qui rimedio certo non v' ha, perchè l'uomo non può vincere la natura delle cose. Bene si può rimediare a quel caos in che le opinioni forensi hanno spinta la Giurisprudenza, troncando con legge le controversie più frequenti ed importanti. Di alcune di queste ragiona largamente il Muratori; ma di più altre propone soltanto la decisione, o indica la necessità di definirle.

A tre capi pertanto si può ridurre la parte che in questo libro riguarda la scienza della Legislazione:

1° quelle proposte alle quali il Muratori aggiunge i motivi che lo persuadono ad opinare piuttosto in un modo che in un altro;

2° quelle ove propone la conclusione, ma senza esporne i motivi, o toccandoli leggerissimamente;

3° i luoghi ne' quali nota soltanto le quistioni di che avrebbe ad occuparsi un Legislatore, ma senza proporre veruna conclusione.

Questi ultimi non sono di molta utilità per l' oggetto mio di provare quanto del libro del Muratori siansi prevalsi i Compilatori del Codice Estense: perchè alla fine la necessità o la convenienza di provvedere a quelle controversie, appariva loro abbastanza di per se. Le prime sono le più importanti di tutte, perchè ci somministrano i motivi onde furono mosse parecchie delle disposizioni del nostro Codice. Le altre finalmente ci provano quello che da principio ho asserito, vale a dire che il Trattato *dei difetti della Giurisprudenza* fu uno dei fonti del Codice Estense; e perciò ci autorizzano ancora a prevalerci con sicurezza delle discussioni apposte alle prime dal Muratori.

Innanzi di terminare questo scritto, nel quale debbo confessare che assai volentieri mi trattengo, voglio esporre una osservazione che a parer mio non è di poca lode del Muratori. Il merito principale del Legislatore, e di chi lo consiglia, non è la novità, ma la giustizia, la prudenza e la

pubblica utilità. Se una imitazione servile disonora il poeta ed il letterato, se l'appropriarsi una scoperta altrui rende plagiario lo scienziato, non è così del Legislatore. Egli deve mirare alla Giustizia che è di tutti i luoghi e di tutti i tempi; e delle varie istituzioni delle quali apparisce quaggiù vestita, egli deve scegliere quelle che più si affanno alle circostanze de' suoi soggetti. La novità in questa materia è troppo mal sicura e pericolosa. E l'antica saggezza romana mandò a cercare altrove, perchè li volle assodati dall'esperienza, i principj di quelle Leggi che poi scolpì sopra le Dodici Tavole. Ma nelle umane società, dove tutto col volger degli anni si muta, necessario è pure talora qualche nuovo provvedimento legislativo; e nuovi bisogni vogliono non solo leggi nuove, ma talora nuovi principj legislativi. Non è dunque esclusa del tutto la novità dai doveri e dai meriti del Legislatore; anzi quanto più malagevole ed importante, è tanto più degna di commendazione. Al Muratori deve essere retribuita la doppia lode della prudentissima scelta, e della felice e saggia novità. E questa fors' anche in maggior grado gli è dovuta; perchè nella scelta delle sue Conclusioni ebbe la scorta de' migliori Giureconsulti della scuola romana, alla quale massimamente dichiarò di attenersi (5); e non gli mancarono in patria dotti giureconsulti di cui ricercò e seppe apprezzare i pareri (6). Ma delle poche novità delle quali si fè consigliero (e che sieno poche, è lode anche questa) non altro autore ebbe che il proprio ingegno, il quale precorrendo i tempi, divinò quello che di poi è stato fatto. Così la prescrivibilità dei censi, molte disposizioni circa a' Fedecommessi, e la pubblicità delle ipoteche; per la quale non formò già sterili voti, ma propose un modo di conseguirla che (molti anni innanzi alla formazione del sistema ipotecario francese) fu messo in

(5) Dei difetti della Giurisprudenza, cap. 19 in princ.

(6) Vita del Muratori, ediz. citata, pag. 90.

opera dal Sermo Francesco III d' Este colla legge dei 12 Gennajo 1772 sopra gli Archivj.

Ecco ora nella Tavola seguente il prospetto delle varie disposizioni del Codice Estense tratte dall' opera del Muratori; delle quali alcune trascrittevi letteralmente, alcune con leggeri cambiamenti di dicitura, ed altre o ampliate o ristrette. Delle cento *Conclusioni* del Muratori quattro sole hanno trovata opposta definizione del nostro Codice. Quelle che sono state ommesse, potrà essere studio degl' intelligenti l' investigare se tralasciate perchè opposte allo spirito di altre disposizioni di esso Codice, e quindi ricusate: ovvero, perchè naturali conseguenze di principj già adottati, e così meno necessitose di un' espressa sanzione, e quindi se non accolte materialmente, ammesse però virtualmente ed utili alla nostra Giurisprudenza Forense.

PROSPETTO

DELLE DISPOSIZIONI DEL CODICE ESTENSE DESUNTE DAL TRATTATO *DEI DIFETTI DELLA GIURISPRUDENZA* DI LODOVICO ANTONIO MURATORI

(*La citazione delle pagine si riferisce alla prima edizione del* 1742)

Lib. I.°			
Tit. 6	§. 9 in fine	Muratori, Concl.	70
Tit. 27	§§. 7, 8	pag.	176
Lib. II.°			
Tit. 5	§. 1	Concl.	60
	§. 11	«	98
Tit. 10	§. 4	«	43
Tit. 11	§. 19	pag.	178
Tit. 12	§. 1	Concl.	78
	§. 5	«	65, 95
	§. 6	«	75
	§. 9 contrario alla	Concl.	96 (7)
	§. 14	«	67
	§. 15	«	64
	§. 20	«	80
Tit. 13	§. 15	pag.	177
Tit. 14	§. 18	Concl.	79
	§. 20	«	97
Tit. 15	§. 1	«	68
	§. 8	pag.	179
Tit. 16	§. 5	Concl.	62
Tit. 20	per intero suggerito a	pag.	175
	§. 10	Concl.	82

(7) Si tratta della rinuncia fatta da un donatore alla facoltà di revocare per sopravvenienza di figli la donazione, che il Muratori voleva assolutamente nulla, e il Cod. Est. permise per le donazioni fatte per facilitare ad alcuno un conveniente matrimonio. Alla proposta del Muratori è conforme l' art. 965 del Codice Civile Francese. Il Codice Sardo nel suo art. 1174 ha saputo coordinare e connettere acconciamente le due diverse disposizioni; nel che è stato seguito dal nuovo Codice Civile per gli Stati Estensi, art. 1912.

Tit. 25 §. 6 . . . . pag. 179
§§. 8, 9, 10 . . . . « 179
Tit. 26. Vedi Tit. 20.
Tit. 28 §. 8 muta la . . . . Concl. 93 (8)
§. 11 . . . . pag. 178
Tit. 29 §. 13 . . . . Concl. 88
Tit. 31 §§. 7, 8 . . . . pag. 179
§§. 9, 10, 11. . . . . « 176, 178
§. 14 (e §§. 1, 3 tit. 32) . . . Concl. 2
§. 16 . . . . pag. 178
§. 17 . . . . « 178
§. 23 . . . . Concl. 32, 50
Tit. 32 §§. 1, 3 (e §. 14 tit. 31) . . « 2
§. 7 vedi la . . . . « 44
§. 16 muta la . . . . « 36 (9)
§. 17 . . . . « 47
§. 19 . . . . « 17
Tit. 33 §. 14 . . . . . . pag. 178 e Concl. 29
§. 15 e forse anche §. 16 . . « 4
§. 17 . . . . « 3
§. 18 . . . . « 52, 53
§. 22 . . . . « 24
§. 24 . . . . « 26
§. 27 . . . . « 22
§. 28 . . . . « 11
§. 32 amplia la Concl. 7 e muta la « 19
§. 35 vedi la . . . . « 34
Tit. 34 §. 10 amplia la . . . . . . « 99
Tit. 35 §. 12 . . . . « 41

---

(8) La consuetudine per altro ha dato ragione al Muratori. — Il nostro nuovo Codice ha poi proibito per l' avvenire qualunque enfiteusi pazionata, art. 1640.

(9) La massima proposta dal Muratori circa la presumibile volontà d' un testatore che scrive un legato a favore d' un suo creditore, fu adottata dai compilatori del Codice Francese, art. 1023, d'onde passò sostanzialmente nel Codice di Parma, art. 767, e fu poi trasferita nel nuovo Codice Civile per gli Stati Estensi, art. 818.

Tit. 36 §. 2	. . . .	pag. 179
§§. 4, 5, 6, 7	. . . .	« 179
§. 7	. . . .	Concl. 10
§. 10	. . . .	« 1, 35
§§. 11 e 12	. . . .	« 42
Tit. 37 §. 10 n.° 2	. . . .	pag. 179
Tit. 38 §§. 3, 4	. . . .	Concl. 61

L' egregio Cons. Prof. Avv. Alfonso Toschi ebbe la gentilezza di voler leggere questa Memoria, e di mostrarmene la sua autorevole approvazione. E avendomi egli detto che essa gli avea servito d' occasione per istituire ad uso proprio un più minuto confronto fra il Codice Estense e l' opera del Muratori, mi concesse di approfittarmi del suo lavoro. Aggiungo pertanto qui un secondo Prospetto delle analogie da lui notate, prevalendomi così non meno della datami facoltà di giovarmi de' suoi lumi, che della opportunità di mettere negli Atti della patria Accademia un piccolo segno di gratitudine e di rispetto a quell' uomo eccellente ed onoratissimo col riprodurre in nota la Necrologia che ne scrissi nel N.° 752 del *Messaggere di Modena* (10).

(10) = Nel giorno 2 aprile dell' anno 1853 morì il consigliere prof. Alfonso Toschi, alla cui onorata memoria la riconoscenza e l' affetto di discepolo mi eccita a consecrar qui brevi cenni, nella fiducia che ben più largo tributo di giusta lode gli sarà reso in più acconcio modo da miglior dicitore.

« Nacque in Modena il 15 ottobre 1785, ed ebbe a genitori l' ingegnere Francesco Maria Toschi e la sig.ª Felicita Peligotti, di Pergoli. Un' accurata educazione ed un ingegno felice fecero sì che non compito per anche il vigesimo anno dell' età sua avesse già conseguito nella Università di Bologna la laurea nella facoltà legale.

« Il rapido avanzamento negli studj non si scompagnava in lui da quella morigeratezza ed integrità di vita, senza di che il solo ingegno, per quanto pregevole dono esso sia, non reca degno frutto nè a chi se l' ebbe nascendo, nè alla società. E quanto egli fosse guardingo ad evitare qualunque pericolo di traviamento in sì giovine età, lo mostra un fatto che di lui narravami un suo amico. Ed è che nei primi suoi anni avendo indossati gli abiti clericali, non volle deporli se non se inoltrato nel corso degli studj legali; perchè, diceva egli, la santità e il decoro di quell' abito non solo metteva lui nel dovere di rispettarlo colla propria condotta,

PROSPETTO

D'ALCUNE DISPOSIZIONI DEL CODICE ESTENSE

SUGGERITE DA LOD. ANT. MURATORI

(Le pagine corrispondono all' edizione di Venezia del 1743 *in* 8°)

Lib. I.°

Tit. 1	§§. 24, 25, 26, 38 . .	Cap. 14	pag.	146
	§. 22	«	«	149, 155
	§. 30	12	«	125
Tit. 2	§. 8, 9	«	«	117
Tit. 6	§. 5	14	«	139
Tit. 15	§. 9	16	«	169
	§. 10	«	«	181
Tit. 20	§. 2	«	«	164
Tit. 25	. . . .	12	«	117
Tit. 28	§. 13	16	«	180

---

ma valeva a tenergli lontani que' compagni de' quali non avrebbe gradita la pericolosa famigliarità ed intrinsechezza.

« Compiti gli studj teorici alle pubbliche scuole, li continuò da se, e vi accoppiò alacremente la pratica presso la pretura di Modena, alla quale fu addetto per determinazione del R. Tribunale d' Appello del dipartimento del Panaro del 14 gennajo 1806: poscia nel 1808 (16 settembre) fu nominato patrocinatore presso la Corte di Giustizia di Modena.

« Ricomposte in Europa le legittime dominazioni, e ricuperata così dagli Stati Estensi la politica esistenza e l' antica loro legislazione, fra i diversi regolamenti che l' ottimo Sovrano Francesco IV sanzionò, fuvvi pur quello onde furono stabiliti i Collegj de' Causidici: e l' avvocato Toschi fu dal Sovrano chiamato fra i primi a farne parte (13 gennajo 1817).

« Pochi anni dopo la R. Università di Modena acquistava in lui un eccellente Cattedratico per l' insegnamento della Giurisprudenza Forense e del Diritto Patrio. La profondità e l' estensione della sua dottrina e l' ordine mirabile con che tutta concatenava e svolgeva l' ampia materia della forense giurisprudenza davano alle sue lezioni valore grandissimo. E se massima è certamente l' intrinseca importanza di tale insegnamento, non minore era l' utilità che i discepoli ne ritraevano (nelle condizioni del diritto nostro in allora) pel metodo ch' egli teneva.

« Senza togliere al Foro un uomo che l' onorava, volle la R. A. di Francesco IV di gl. mem. che anche la Magistratura potesse prevalersi della sua cooperazione; e con chirografo del 7 novembre 1827 lo destinò a supplire straordinariamente agli individui che nel Supremo Consiglio di Giustizia si trovassero impediti di giudicare. Nel 1834 dovette abbandonare del tutto il Foro, e si assise come giudice

Tit. 30	§. 4	Cap. 16	pag.	183
	§. 20	«	«	164
Legge 28 *Agosto* 1790 n.° 2. . .		«	«	183
Lib. II.°				
Tit. 12	§. 13, 14.	15	«	155, 159
	§. 1	«	«	162
Tit. 14	§. 18 . . Concl. 79 e	Cap. 16	«	166
Tit. 17	§§. 8, 9	5	«	51
Tit. 33	§. 1	17	«	193
	§. 7	«	«	189
	§. 9, 12.	«	«	188

---

anziano nella sezione d' appello del Tribunale di Giustizia in Modena; del quale fatto fu poi presidente nel 13 aprile 1845.

« Altro incarico non meno onorevole che importante gli affidava la R. A. del regnante nostro Sovrano, quando nel 1849 rivolgendo l' animo ad effettuare un divisamento dell' augusto suo Genitore, di compire cioè l' estense legislazione accomodandola alle diverse circostanze dei tempi (divisamento che, per le successive aggregazioni agli Estensi Dominj di territorj soggetti in prima ad altre e diverse leggi, era cresciuto intanto e di gravità e d' urgenza) volle che il presidente Toschi fosse annoverato frà gli egregj giureconsulti e magistrati cui commise di compilare il progetto di un nuovo Corpo di leggi civili e criminali colle rispettive Procedure. In appresso nell' ottobre del 1852 un altro Sovrano chirografo lo elevava alla dignità di consigliere del Supremo Tribunale di Revisione.

« Sebbene da qualche tempo la vegeta e robusta sua complessione avesse mostrato di cedere alquanto al peso, più che degli anni, delle gravi e non mai interrotte fatiche, nondimeno pareva ben ragionevole la speranza che per non breve tempo potesse ancora prestare l' opera sua in sì importanti ufficj. Ma non fu adempito il comune desiderio.

« La narrazione della vita degli uomini di toga, condotta nelle tranquille e monotone abitudini dello studio, si restringe naturalmente alla semplice indicazione degli ufficj sostenuti. Ma non volgare lode loro si retribuisce, quando di essi, come del consigliere professore Alfonso Toschi, si possa dire con verità, e colla coscienza di non essere se non se l' eco di quanti gli abbiano conosciuti, che tutta impiegarono la vita nell' adempire i doveri di quegli ufficj; e che pari alle virtù del pubblico ufficiale furono in essi quelle dell' uomo privato. Questa lode ha accompagnato alla tomba il consigliere Toschi. E il nome suo durerà caro e riverito nella memoria di quanti ebbero occasione di ammirare la sua dottrina e di apprezzare la bontà sua. =

RAGGUAGLIO STORICO

DEL RITROVAMENTO

DI UN RIPOSTINO DI MONETE D' ARGENTO

DEI BASSI TEMPI

FATTO A ROSOLA NELLA MONTAGNA MODENESE

L' ANNO - MDCCC - XLI

MEMORIA

DI MONSIG. PROF. CELESTINO CAVEDONI

PRESENTATA ALLA R. ACCADEMIA

nell' adunanza del dì 28 *Aprile* 1859

Nella state dell' anno 1841 un operaio, che lavorava in un predio parrocchiale della villa di Rosola, situata nella montagna Modenese al di là del fiume Panaro, distante da Modena 23 miglia all' incirca, un bel giorno si avvenne a mettere allo scoperto un vasetto di terra cotta avente forma di boccale fornito del suo manico ed inverniciato a color verdognolo soltanto nella parte interna, situato frammezzo a due lastre del macigno naturale, entro il quale erano riposte 1300 e più piccole monete d' argento de' bassi tempi assai ben conservate (1). Nacque tosto contesa fra l' operaio

(1) Un sei o sette anni prima, a quel che mi si disse, n' erano state ritrovate altre, alla distanza di pochi passi, riposte entro un vaso assai più grande; le quali vennero trafugate dai contadini, e in gran parte andarono guaste. Il signore Scaglioni, orefice a Pavullo, mi scrisse di averne squagliato circa 136 once; e me ne trasmise alcune, ch' erano delle stesse città e tempi che quelle trovate a Rosola nel 1841.

ed il Parroco, padrone del fondo, per le ragioni che ciascuno di loro aver potesse sopra quel tesoretto; per lo che quelle monete (tranne alcune poche qua e là disperse) furono depositate presso il giusdicente di Montese; e poscia vennero trasmesse all' Intendenza dei Beni Camerali ed Ecclesiastici in Modena. Nel Luglio del 1843 l'A. R. dell'Arciduca Francesco IV d'Austria-Este Duca di Modena ecc., ne fece acquisto per arricchirne l' insigne suo Museo delle Medaglie. Occupato come fui a lungo nel prediletto mio studio delle antiche monete Greche e Romane, andai sempre procrastinando lo studio di queste de' bassi tempi. Ora finalmente, trovandomi avere un po' d' agio e di tempo anche per esse, mi studierò di dare un accurato ragguaglio di tutte e singole le monete rinvenute insieme raccolte in quel ripostiglio; di che avrassi il vantaggio di conoscere quali monete avessero corso speciale nel paese nostro in sul declinare del secolo XIII e ne' primi anni del susseguente; e tutt' insieme se ne deriverà qualche luce alle zecche di Modena, di Reggio e di Bologna, e benanche a quelle della lontana Servia.

E per cominciare dalle più antiche, avvertirò che v' era un denaro Imperiale assai logoro, ma che peraltro pare uno di quelli che il ch. Giulio di S. Quintino crede impressi da Lodovico II Imperatore e Re d' Italia a mezzo il secolo IX (*Mem. della R. Accad. di Torino, ser. II, t. X, p.* 359); ed è come segue:

+ D'S CVNSERVA ROMANO IMP *scritto attorno ad un cerchio, nel quale è una Croce Greca attorniata da quattro globetti.*

)(+ XPE SALVA VENECIAS *scritto attorno ad un cerchio, entro il quale è un tempietto con Croce Greca all' ingresso.*

Tre ve n'erano di *Papia*, differenti l'una dall'altra, come segue:

1. + IN GRACIA D̄I REX *scritto attorno ad un cerchio,*

entro il quale sono le quattro lettere A R D O *disposte in Croce attorno ad un globetto posto nel centro.*

)(✝ CIVITAS GLORIO *scritto attorno ad un cerchio, entro il quale è scritto* PAPIA *in due righe attorno ad un globetto centrale.*

2. ✝ INCLITA CIV *scritto attorno ad un cerchio, entro il quale è* OTTO *scritto in forma di Croce attorno ad un globetto.*

)(✝ IMPERATOR *scritto attorno ad un cerchio, entro il quale è* PAPIA *scritto attorno ad un globetto centrale.*

3. ✝ AVGVSTVS *scritto attorno ad un cerchio, entro il quale è* HNRIC (H*e*NRIC*us*) *colle lettere disposte a formar Croce.*

)(✝ IMPERATOR *scritto attorno ad un cerchio, entro il quale è* PAPIA *in due righe.*

Il primo di questi tre denari spetta ad *Ardoino* Re d' Italia, dall' anno 1002 al 1015, ed è molto raro e pregevole (*v. Mem. della R. Accad. di Torino ser. II vol. V p.* 185).

Di *Lucca* trovaronsi quattro denari Imperiali, l' uno simile all' altro; come segue:

✝ EINRICVS *scritto attorno ad un cerchio, entro il quale sono le lettere* LVCA *disposte in croce attorno ad un globetto centrale.*

)(✝ IMPERATOR *scritto attorno ad un cerchio, entro il quale è un monogramma consistente delle lettere* HTT (H*o*TT*o*).

Lucca ebbe da *Ottone* I, detto il Grande, il privilegio di batter moneta.

Ora, venendo a' tempi meno da noi rimoti, dirò che di *Modena* nostra v' erano *sessantatre grossi*, tutti fra loro simili, tranne alcune piccole differenze.

✝ DE MVTINA *scritto in giro attorno ad un cerchietto, entro il quale v' ha un grande M con due globetti inserti entr' esso così* M.

)(+ INPERATOR *scritto in giro attorno ad un cerchietto, entro il quale sono le tre lettere* F D C' (F*e*D*eri*C*us*) *disposte a triangolo e frammezzate da quattro grossi punti per modo che il tutto insieme ha l' aspetto di Croce.*

Due sole, invece del *grande M co' due punti inserti,* hanno nel mezzo un *grande M con quattro grossi punti attorno disposti come a formar Croce,* • M •. Vuolsi ancora avvertire, che delle suddette 63 monete di Modena 31 hanno nel ritto + DE MVTINA, altre 31 hanno + ⌣ DE MVTINA, ed una sola ha un grosso punto innanzi alla crocettina, così • +. Quelle che hanno la *lunettina crescente* dopo la crocettina, hanno anche le estremità delle lettere, segnatamente dell' A, di *forma lunata* (2).

Di *Reggio* nostro ve n' erano *cinquantadue,* tutti fra loro simili, eccetto qualche piccola differenza.

• + • DE REGIO *scritto in giro attorno ad un cerchietto, entro il quale è un fiore aperto come di giglio co' suoi pistilli assai grandi.*

)(+ EPIꝏCOPVꝏ *scritto in giro attorno ad un cerchietto, entro il quale è un grande* N *circondato da quattro crocettine, così* × N × .

Fra le suddette 52 monete di Reggio ve n' ha 25 con la lettera grande posta nel bel mezzo del riverso conformata per modo che lascia luogo a dubitare s' ella sia un N, oppure un H (3), e le quattro crocettine, che le stanno din-

---

(2) La scrittura INPERATOR, invece d' IMPERATOR, ricorre anche nelle carte di que' tempi (*Tirab. Mem. Mod. t. V. Cod. Dipl. p.* 91-92, *al.*); e pare conforme alla pronuncia locale d' allora, che tuttor si mantiene nel dialetto Modenese.

(3) Il Muratori ebbe di già avvertita questa varietà; ma, non ostante che altri reputassero l' H iniziale di *Henricus*, e riportassero le monete ad *Enrico da Casalorcio* creato *Vescovo di Reggio* nel 1303, egli le attribuisce tutte a *Nicolò Maltraversi Vescovo di Reggio* dal 1210 al 1243, perchè ai tempi del Vescovo *Henricus* Reggio era di già in dominio di Azzo d' Este (*Dissert. XXVII. de Moneta Med.*

torno, sono per lo più obblique a guisa di X, anche nelle altre 27.

Della vicina e sempre doviziosa *Bologna* ve n' erano *mille e quarantadue*, tutte fra loro simili, ma pure con grande varietà di piccoli segni accessorii, come segue:

✝ BONONI *scritto in giro attorno ad un cerchio, entro il quale è un grande* A (*finale di* BONONIA) *circondato da quattro grossi punti disposti in forma di Croce,* ·A·

)(✝ ENRICVS *scritto in giro attorno ad un cerchietto, entro il quale sono le quattro lettere* I P R T (I*m*P*e*R*a*T*or*) *frammezzate da quattro punti, con altro punto nel centro, sì che formano come due Croci, l' una inserta nell' altra.*

Le sovraindicate piccole differenze sono come segue.

1. *Crocettina preceduta da grosso punto, o globetto,* BONONI, *ecc.*)(*Crocettina sola,* ENRICVS.

2. *Crocettina frapposta a due grossi punti.*)(*Crocettina sola* ENRICVS *ecc.*

3. *Crocettina,* BO·NO·NI)(*Crocettina frapposta a due grossi punti,* ENRICVS *ecc.*

4. *Crocettina susseguita da grosso punto,* BO·NO·NI *ecc.*)(*Crocettina,* ENRICVS *ecc.*

5. *Altra simile, ma nel riverso crocettina frapposta a due grossi punti.*

6. *Crocettina preceduta da un grosso punto,* BO·NO·NI *ecc.*)(*Crocettina frapposta a due grossi punti,* ENRICVS.

7. *Altra simile, ma nel riverso Crocettina, semplice.*

8. *Crocettina susseguita da un grosso punto,* BO·NO·NI *ecc.*)(*Crocettina susseguita da una rosettina,* ENRICVS *ecc.*

Aevi). E difatti il Bellini ne diede una moneta di Reggio di que' giorni con AZO MARCHIO (*De Monet. non evulg. p.* 127). Del resto, le *quattro piccole Croci*, che attorniano l' N iniziale di N*icolaus*, sembrano riferirsi ai *Reggiani Crocesegnati*, inviati in Terra Santa dal Vescovo Nicolò Maltraversi, che nel 1226 vi andò anch' egli Legato Apostolico (*Tirab. Mem. Mod. t. II. p.* 40: *IV p.* 102).

9. *Crocettina preceduta da un cerchietto,* BO · NO · NI *ecc.*)(*Crocettina,* ENRICVꝯ.

10. *Crocettina susseguita da lunetta,* BO · NO · NI *ecc.*)(*Crocettina,* ENRICVꝯ.

11. *Altre simili, ma con Crocettina susseguita da un globetto nel riverso.*

12. *Crocettina preceduta da lunetta,* BO · NO · NI *ecc.*)(*Crocettina frapposta a due grossi punti, ecc.*

13 *Crocettina susseguita da lunetta,* bO · NO · NI (sic) *ecc.*)(*Crocettina e lunetta* ENRICVꝯ *ecc.*

14 *Crocettina preceduta da una rotellina a sei dentelli,* BO · NO · NI *ecc.*)(*Crocettina preceduta da un grosso punto, ecc.*

15. *Altre simili, ma nel riverso Crocettina frapposta a due grossi punti ecc.*

16. *Crocettina frapposta a due grossi punti*)(*Crocettina sola.*

17. *Altre simili, ma nel riverso Crocettina preceduta da un grosso punto.*

18. *Altre simili, ma nel riverso Crocettina susseguita da un grosso punto.*

19. *Altre simili, ma nel riverso Crocettina frapposta a due grossi punti.*

20. *Altre simili, ma nel riverso Crocettina susseguita da un rosoncino aperto.*

21. *Crocettina frapposta a due cerchietti*)(*Crocettina semplice.*

22. *Crocettina frapposta a due cerchietti*)(*Crocettina susseguita da un cerchietto.*

23. *Crocettina frapposta a due rosettine aperte ad otto o più foglie*)(*Crocettina sola.*

24. *Crocettina frapposta a due fiorellini aperti a cinque foglie*)(*Crocettina sola.*

25. *Crocettina frapposta ad un grosso punto e ad un fiorellino aperto ad otto foglie*)(*Crocettina sola.*

26. *Crocettina frapposta ad un fiorellino aperto ad otto foglie e ad un grosso punto*)(*Crocettina preceduta da un fiorellino aperto ad otto foglie.*

27. *Crocettina frapposta a due lunette*)(*Crocettina frapposta a due globetti.*

28. *Crocettina frapposta a due rotelline a sei dentelli*)(*Crocettina frapposta a due globetti.*

29. *Crocettina frapposta a due fiordaliso*)(*Crocettina sola.*

30. *Crocettina frapposta a due triplici monticelli*)(*Crocettina frapposta a due globetti.*

31. *Altra simile; ma, nel riverso, Crocettina preceduta da un globetto.*

32. *Altra simile; ma, nel riverso, Crocettina susseguita da un globetto.*

33. *Altre simili; ma, nel riverso, Crocettina frapposta a due cerchietti.*

34. *Altre simili; ma, nel riverso, Crocettina preceduta da un cerchietto.*

35. *Crocettina susseguíta da un globetto*)(*Crocettina susseguíta da un globetto.*

)(36. *Crocettina preceduta da un globetto*)(*Crocettina susseguíta da un rosoncino.*

37. *Due Crocettine accompagnate da tre globetti*)(*Crocettina sola.*

38. *Crocettina frapposta a due globetti*)(*Crocettina preceduta da un rosoncino.*

39. *Crocettina preceduta da un rosoncino*)(*Crocettina sola.*

40. *Crocettina frapposta a due rosoncini*)(*Crocettina sola.*

41. *Crocettina susseguíta da un cerchietto*)(*Crocettina sola.*

42. *Crocettina frapposta a due cerchietti*, IↃ · NO · NI *(sic)*)(*Crocettina sola.*

E qui mette bene avvertire, che le monete col simbolo dei *due fiorellini a cinque foglie aperte*, apposti alla Crocettina (*n.* 24), e parimente l' altre co' *due fiordaliso* (*n.* 29), erano quasi tutte *ruspe* e con lo *specchio* dato lor dall' im-

pressione della zecca. E determinato che sia il tempo del nascondimento del ripostino (lo che ci studieremo di fare qui appresso), i dotti Bolognesi potranno forse rintracciare la ragione e 'l significato de' detti simboli. Fin dall'anno stesso dello scoprimento del ripostino nostro di Rosola io partecipai queste varietà di simboli al venerato mio maestro Filippo Schiassi, che stava in allora scrivendo la dotta sua Dissertazione *de Moneta Bononiensi*; ed egli con la consueta sua benignità si compiacque farne menzione (p. 49), avvertendo segnatamente quanto segue: *in magno nummorum numero tres montes sibi superimpositi, aut lilia, qualia in insignibus regum Galliae conspiciuntur, Crucem hinc inde comprehendunt, sive illae officinatorum monetalium notae sint, sive potius ad insignia civium eorum pertineant, qui eo tempore, quo percussae monetae sunt, urbi praeficiebantur.* Il simbolo de' *tre monticelli sovrapposti l'uno all' altro* sembra lo stemma di una famiglia *Monti*, o *Monticelli*; e stemmi gentilizii ponno essere altresì i simboli del *fiorellino*, della *rotella*, della *crocetta*, ed altri. Dissi della crocetta, perchè al n. 37 una delle *due crocettine* sarà verisimilmente simbolo distintivo, anzi che ripetuta per isbaglio dell' incisore. In tanti diversi conii forse non s'incontra altra disattenzione dell'antico incisore che quelle di Ⴆ e IϽ per B e BO (n. 13, 42). Il doppio *fiordaliso* (*n.* 29) forse potrebbe riferirsi al *re Ruberto capitano di Bologna* nel 1311 (*Tiraboschi, Mem. stor. Mod. t. II, p.* 167); il cui stemma insignito de' *gigli di Francia*, per decreto del Comune di Bologna del detto anno, dovea essere sculto in un marmo da collocarsi presso il nostro ponte di S. Ambrogio sopra il Panaro.

Le monete dei *Conti del Tirolo* del secolo XIII trovansi non di rado nel territorio nostro; ed *otto* se ne rinvennero nel ripostino di Rosola, ch' erano di due diversi conii, come segue:

1-2. ✝• COMES TIROL, *scritto attorno ad un' Aquila Imperiale respiciente; e due fiorellini aperti in fin della scritta.*

)(D*E MERANO, *scritto attorno ad una Croce Greca addossata ad un cerchio.*

3-8. *Lo stesso diritto che nelle precedenti, ma con l'Aquila di prospetto.*

)(ME IN AR DVS, *scritto in giro attorno ad una Croce, alla quale ne è addossata un' altra a braccia minori.*

Queste ultime sei probabilmente spettano a *Mainardo IV*, che fu *Conte del Tirolo* fin dall' anno 1255, fatto Duca di Carintia nel 1282, e morto nel 1295 (*Art de verif. les dates, t. III, p.* 579).

Dei *grossi*, o *matapani di Venezia*, (4), cotanto accreditati nel commercio per la bontà dell' argento, *dieci* soli se ne rinvennero nel ripostino di Rosola, spettanti a quattro diversi Dogi, ed erano come segue:

1. LA·TEVPL' DVX — S M VENETI. *Doge barbato vestito di tunica, e di manto gemmato, stante con volume nella s. in atto di sostenere con la d. il vessillo, insignito della Croce, insieme con S. Marco barbato e nimbato, in vesti pontificali, stante di rincontro a lui col libro del suo Vangelo nella sinistra accostata al petto.*

)(IC XC. *Gesù Cristo S. N. con nimbo crucigero attorno al capo, vestito di tunica e pallio, sedente di prospetto in magnifico trono gemmato, in atto di benedire con la d. dolcemente alzata, e di tenere con la s. il libro degli Evangeli, anch' esso gemmato, posato in sulle sue ginocchia.*

2-3. *Altri due simili, ma con* IA · ƆTARIN DVX. *Doge ecc. come nel prec. n.* 1.

4-6. *Altri tre simili, ma con* IO · DANDVL' DVX. *Doge ecc.*

7-10. *Altri quattro simili, ma con* PE · GRADONICO DVX, *in uno de' quali l'* X *di* DVX *ha forma di crocettina a guisa di fiore a quattro foglie aperte.*

---

(4) V' era anche un solo *denaro picciolo* di mistura del Doge *Sebastiano Ziani*, che tenne il governo dall' anno 1173 fino al 1179 (*cf. Mem. dell' Accad. R. di Torino, Ser. II. vol. X. tav. II*, 9):

+ SEB · DVX *scritto attorno ad un cerchietto con Croce nel centro.*

)(+ S MARCVS *scritto attorno ad altro simile cerchietto.*

Tre de' *grossi di Pietro Gradonico* sono, come suol dirsi, a fiore di conio. Il Doge *Lorenzo Tiepolo* ebbe il governo della Repubblica Veneta dall' anno 1268 fino al 1275; *Jacopo Contarin* dal 1275 al 1279; *Giovanni Dandulo* dal 1279 al 1289; e *Pietro Gradonico* dal 1289 al 1311; nel quale anno gli succedette *Marino Giorgi*; di che si pare fin d'ora, che il ripostino di Rosola dovett' essere nascosto ne' primi anni del secolo XIV, o negli ultimi del precedente.

La particolarità più notevole del nostro ripostino forse si è quella d' esservisi rinvenuti ben *cento diciassette grossi dei Re di Rascia*, o *Servia* che dir si voglia, cotanto da noi discosta; *undici cioè di Re Stefano*, e *cento sei di Re Urosio;* e sono come segue:

1-11. STEFAN REX — S STEFAN. *Il Re barbato, vestito di tunica e manto gemmato, a guisa dei Dogi di Venezia, stante con volume nella s. in atto di tenere colla d. il vessillo, insignito della Croce, insieme con S. Stefano barbato, nimbato e vestito come S. Marco di Venezia, stante di rincontro a lui in atto di sostenere anch' egli con la d. il vessillo, e di tenere il libro gemmato degli Evangeli nella s. accostata al petto.*

)($\overline{\text{IC}}$ $\overline{\text{XC}}$. *Gesù Cristo S. N. sedente in trono, come nei precedenti grossi dei Dogi di Venezia.*

12-117. *Altri cento sei grossi in tutto simili ai precedenti di re Stefano, tranne che in questi leggesi* VROSIVS REX.

I grossi di Re Urosio sono generalmente assai meglio conservati di quelli di Re Stefano; ed alcuni sono a fior di conio e serbano la lucentezza data lor dalla zecca. Due sono quasi interamente rivestiti di verderame, che mostra il basso lor titolo e la deteriorazione del conio di Venezia. Avvertirò pure, che anche lo stile è assai deteriorato ne' grossi di Urosio meglio conservati, e che in due leggesi VROSIVS coll' ultimo S giacente, e in uno VROSIV senza l' S finale, e che l' X di REX in uno ha forma di *crocettina Greca*, quasi come nel sovr' accennato del Doge Pietro Gradonico.

Di queste e d' altre monete dei Re di *Rascia* (parte orientale della Servia, così denominata dal fiume *Rasca* che la bagna) scrisse il veneto Girolamo Zanetti in un suo libriccino anonimo stampato in Venezia l' anno 1750 col titolo: *De nummis Regum Mysiae seu Rasciae ad Venetos typos percussis commentariolum*, che trovasi inserito anche nel volume III della raccolta dell' Argellati (*de Monet. Ital. p.* 15-22 *Append. cf. Zanetti, Zecche d' Ital. t. III p.* 253: *IV p.* 360); ma in esso la serie di que' principi trovasi esposta un po' confusamente. L' Arte di verificar le date, non so come, trascurò quella dinastia della Servia; onde, per la serie cronologica di essa mi attengo a quella che ne diede il dotto Ungherese Stefano Schönvisner (*Catal. numorum Hungariae ac Transilv. Pestini*, 1807, *Part. III p.* 44-46).

Stephanus I, filius Stephani Nemanis Magni Zupani Serviae, Rex Serviae ab anno 1191 *ad annum* 1195.

Stephanus II, Serviae Rex ab anno 1219 *ad annum* 1224.

Stephanus III, qui et Urosius I, Rex Serviae ab anno 1243 *ad annum* 1291.

Stephanus IV, Urosii I filius, Rex Serviae ab anno 1291 *ad annum* 1297.

Urosius II, Urosii I filius, cognomento Milutinus, cedente Stephano IV fratre, Rex Serviae inde ab anno 1297 *ad annum* 1321.

In riguardo al riscontro de' tempi parmi assai probabile, che le monete di STEFAN*us* REX trovate nel ripostino di Rosola siano parte di *Stefano II*, che sposò una nobile Veneta nipote del Doge Errico Dandolo, ed imitò pel primo il conio di Venezia, e parte di *Stefano IV*, che regnò per lo spazio di 7 anni; e che quelle di VROSIVS REX alquanto usate spettino ad *Urosio I*, e l' altre quasi a fior di conio ad *Urosio II Milutino*, che regnò pel lungo tratto di 24 anni, e che dovette accumulare di grandi ricchezze, come si raccoglie anche dal riscontro de' preziosi doni da esso lui

offerti nel 1319 alla Chiesa di S. Nicolò di Bari con una pomposa iscrizione, nella quale s' intitola **VROSIVS REX RASSIE ET DIOCLEE ALBANIE BVLGARIE AC TOTIVS MARITIME DE GVLFO ADRIE A MARI VSQVE AD FLVMEN DANVBII MAGNI** (*Zanetti op. c. p.* 23-24).

Alcuni de' 106 *grossi di* **VROSIVS REX** trovati a Rosola mostrano visibilmente alterata la lega, e sebbene siano come a fior di conio, non agguagliano il peso de' *matapani Veneti* da esso lui contraffatti; e bene sta che siano di Urosio II Milutino, che regnava nel 1300 allor che il severo Allighieri lo rampognava con quelle gravi parole (*Parad. XIX* 139-141):

E quel di Portogallo e di Norvegia
Lì si conosceranno; e quel di Rascia,
Che male aggiustò il conio di Vinegia.

Vero è peraltro, che i *grossi dei Re di Rascia* erano stati deteriorati anche prima dai predecessori di *Urosio II*; poichè sbanditi furono da Venezia fin dall' anno 1282, e poscia da Verona nel 1301, e da Bologna altresì nel 1305 (*Zanetti, Zecche d' Ital. t. IV p.* 360); ma pare che vie più deteriorati fossero sotto il regno di Urosio II. Del resto, il vedere accumulati presso un nostro montanaro di Rosola in sul cadere del secolo XIII, o ne' primi anni del susseguente, ben 117 *grossi dei Re della rimota Rascia*, e soli 10 *grossi di Venezia*, ne porge buon argomento a sospettare, che i mercadanti Veneti di que' giorni, comperando generi delle ubertose nostre contrade, si studiassero di mandar fuori del loro Stato tutte le monete dei Re di Rascia, che venute fossero alle loro mani intorno all' anno 1282, nel quale vennero sbandite da Venezia medesima, ritenendo presso di sè i buoni lor matapani.

A fine di potere approssimativamente determinare l' anno del nascondimento del ripostino di Rosola, oltre le osservazioni fatte qui sopra, vuolsi ancora definire il tempo dell' impressione delle monete di Modena, di Reggio, di Bologna, e d' altre che vi si rinvennero. Modena nostra si ebbe da

Federico II Imperatore il diritto di batter moneta fin dall' anno 1227; ma ella non se ne valse se non che nel 1242, e l' impressione de' suoi grossi e d' altre monete col nome di Federico potè continuarsi fino al 1288, ma non più oltre, giacchè nel 1289 i Modenesi conferirono con solenne decreto il dominio della loro città al Marchese Obizzo da Este (*Tirab. Mem. Mod. t. II p.* 47, 122). E di fatti v' ha un grosso di Modena con lo stesso diritto che ne' sovra descritti, che nel riverso porta la scritta AZO MARCHIO e l'*Aquiletta Estense* (*Bellini de Monet. non evulg. p.* 95) (5). E quindi bene sta che nel nostro ripostino non si rinvenisse veruna moneta di Modena che fosse a fior di conio.

Anche fra quelle di Reggio non ve n' era alcuna di conio recente; e così dovea essere, poichè, come detto è di sopra (*nota* 3) dovettero imprimersi tutte entro il decennio decorso dal 1233, nel quale s' aperse la zecca di Reggio, fino al 1243, nel quale mancò di vita il Vescovo *Nicolò Maltraversi*. Del resto, il Muratori fu d' avviso, che il Vescovo Nicolò imprimesse da prima le sue monete col nome FRIDERICVS IMPERATOR da una parte, e col suo dall' altra; e che poscia il nome di Federico venisse soppresso dopo l' anatema incorso da quell' Augusto. Ma il fatto sta, che quelle prime supposte monete non mai si videro, e che Federico II incorse la scomunica nel 1245, due anni dopo la morte di

(5) In questo, del pari che nella più parte de' *grossi Fridericiani* trovati a Rosola, ricorre l' M centrale avente due grossi punti inserti entr' esso, ; di che si pare come questa serie è posteriore all' altra che porta l' M attorniato da quattro punti disposti a forma di Croce. L' M co' due punti entr' esso inserti ricorda que' vaghi versi dell' Allighieri (*Purg. XXIII*, 31):

Parén le occhiaie anelle senza gemme:
Chi nel viso degli uomini legge OMO
Bene avria quivi conosciuto l' emme.

Il Muratori tenne l' M di mezzo per iniziale di *Moneta;* ma forse è iniziale di *Mutina*, così conformata anche per ricordare il santo segno della *Croce*, salute unica dell' uman genere.

Nicolò Vescovo di Reggio; e verisimilmente dopo cessata l' impressione delle monete di Reggio stessa. Direi piuttosto che fosse costume di omettere il nome dell' Augusto che concesso avesse il diritto di batter moneta ad un' Autorità Ecclesiastica; poichè anche i Vescovi di Mantova, di Volterra, e di Trieste, ed i Patriarchi d' Aquileia similmente esclusero dalla loro moneta i nomi degl' Imperatori che avean loro concesso il privilegio della zecca (*Zanetti, Zecche d' Ital. t. III p.* 239: *t. V p.* 16: *Oderici Gasp. Dissert. p.* 112, 117). Non trovo chi desse ragione del *fiore di giglio* posto nel ritto delle prime monete di Reggio; nè saprei trovarne alcuna plausibile, quando mai non vi stesse per simbolo dell' *amenità di Reggio giocondo*, oppure in riguardo a' lieti cantici dell'*Alleluia*, che invalsero in queste contrade appunto nell' anno stesso, in ch' ebbe principio la moneta di Reggio, e che celebravansi tenendo in mano un ramo fronduto, e fors' anche fiorito (*Fr. Salimbeni Chronic. sub ann.* 1233).

I *grossi Enriciani di Bologna* vennero impressi pel decorso di oltre un secolo, cominciando dall' anno 1236 e continuando fin verso l' anno 1338, nel quale ebbe principio l' impressione della nuova moneta di Taddeo Pepoli (*Schiassi, de Moneta Bonon. p.* 25, 33); e quindi non ne prestano altro argomento cronologico, se non che il tesoretto di Rosola dovette riporsi sotterra innanzi l' anno 1339. Ma pel riscontro dei matapani de' *quattro Dogi di Venezia*, in serie continuata, e segnatamente di quelli di *Pietro Gradonico*, che in parte trovaronsi a fior di conio, siam quasi certi, che il ripostino di Rosola fosse nascosto innanzi l' anno 1312. Imperocchè in esso abbondavano proporzionatamente i grossi dell' ultimo de' ridetti quattro Dogi, come suole incontrare in simili depositi; onde se fosse stato nascosto un anno o più dopo la morte di Pietro Gradonico, accaduta addì 13 d' Agosto del 1311, pare non avesse dovuto mancare qualche moneta del suo successore Marino Giorgi, o del Doge

susseguente. Anzi vuolsi verisimilmente credere nascosto prima dell' anno 1305, nel quale *i matapani dei Re di Rascia furono sbanditi dalla vicina Bologna* (*Zanetti, Zecche d' Ital. t. IV p.* 360); poichè non è altrimenti credibile, che quel povero montanaro di Rosola serbasse nel suo peculio ben 117 di quelle monete scadenti, e già poste fuori di corso, frammiste a molte di Bologna, e d' altre città, di giusto titolo e peso (6). D' altra parte il tesoretto in discorso non potè di certo esser riposto sotterra se non che un anno o più dopo l' elezione del Doge Pietro Gradonico, avvenuta l' anno 1289; di che ne consegue che quel nascondimento resta limitato entro gli anni decorsi dal 1289 al 1305; anzi più probabilmente entro l' anno 1297, nel quale incominciò a regnare nella Rascia Urosio II, e 'l 1305, in cui le sue monete insieme con quelle de' suoi predecessori sbandite furono dal Comune di Bologna, come detto è di sopra.

Siccome poi consta dall' osservazione, che i nascondimenti di simili tesoretti, or maggiori ed or minori conforme alla condizione di chi gli affidava alla terra, sempre, o quasi sempre, coincidono co' tempi di perturbazioni della pubblica sicurezza in contingenza di guerre, segnatamente civili; così mi rimane ora ad indagare l' avvenimento che potè dare motivo al sotterramento del nostro ripostino di Rosola, e fors' anche d' altro maggiore ivi presso rinvenuto pochi anni prima (*v. la prec. nota* 1). Da prima pensai, che potesse essere stato nascosto in occasione delle guerre, che ebbero luogo tra' Modenesi e Bolognesi nell' ultimo quinquennio del secolo XIII, duranti le quali alcune ville e castella della montagna nostra, di confine alla Bolognese,

---

(6) I matapani di Venezia pesano due grammi ricchi; e quelli di Urosio II non aggiungono a due grammi. Questi, nel secolo XIII, in Verona valutavansi per due denari Aquileiesi, laddove i Veneziani valutavansi due denari e quattro piccioli (*Zanetti, Zecche d' Ital. t. IV p.* 360). I grossi poi di Bologna, di Modena e di Reggio, rinvenuti nel nostro ripostino di Rosola, sono presso che tutti del giusto peso di un grammo e mezzo scarso.

furono più volte prese e riprese, e fra l'altre Montalto vicino a *Rosola*, detta in pria *castello della Rosa* (*Tirab. Mem. Mod. t. II p.* 134-148); ma poscia ben vidi, che in tale supposto non si lascierebbe spazio sufficiente alla diffusione de' *matapani di Urosio II* dai confini della Servia fino ad un rimoto angolo della montagna Modenese, ove trovaronsi in copia sufficiente. Quindi mi pare assai più verisimile, e direi quasi certo, che il ripostino di Rosola nascosto fosse nell' anno 1305, o nel susseguente, pe' gravi timori e sconvolgimenti cagionati dalla guerra insorta tra i fuorusciti Modenesi ed il Marchese Azzo da Este, per la quale parecchie terre e castella della montagna Modenese passarono in potere del Comune di Bologna, che pare averle occupate pel decorso di trent' anni all' incirca (*Tirab. Mem. Mod. t. II p.* 148, 166). Quest' ultima supposizione ne porge un motivo ragionevole del nascondimento di quel peculio, e tutto insieme confronta con tutti gl' indizii cronologici che si raccolgono dal riscontro delle diverse monete che lo componevano.

Da ultimo ne giovi indagare altresì la ragione dell' esservisi rinvenute le sovra descritte monete a preferenza d'altre, che pure ebbero corso nelle nostre contrade a que' giorni. I documenti superstiti, venendo dal secolo X fino al XIV, ne attestano che nel Modenese ebbero corso legale le seguenti monete: *Denarii Papienses, Denarii Lucenses, Denarii Mediolanenses, Denarii Veronenses, Denarii Imperiales* (7), *Imperiales Mutinenses; solidi Imperiales, grossi Imperiales, solidi Bononienses, Imperiales Bononienses, Bolonini grossi, libra Mutinensis, libra Rexana,* ed altre (*Tiraboschi, Mem.*

---

(7) I *denari Imperiali*, a parere del dotto Affò (*Zanetti, Zecche d' Ital. t. V p.* 27 28) altro non erano che i *denari vecchi Milanesi*. Dal riscontro delle nostre carte pare che *Imperialis* sia sinonimo di *Mutinenses, Regienses*, ecc. probabilmente perchè i *denari* e *grossi* nostri fossero di titolo e peso uniformi agl' *Imperiali. Denarii boni inforciati* in una carta del 1142 (*Tirab. cod. Dipl. n.* 372) pare fossero detti i denari di giusto titolo e peso d' ogni specie.

Mod. cod. Dip. n. 168, 178, 185 *bis,* 230, 317, 319, 329, 343, 364, 380, 400, 420; 299, 474; 898, 910, 926, 927, 937, 954, 984). I denari Milanesi e Veronesi, ed i grossi di Parma, di Ferrara, e d'altre città Lombarde, saranno mancati nel ripostino di Rosola probabilmente perchè il suo possessore avrà ritratto il suo peculio con merci od opere dalle parti di Bologna; nel quale supposto renderebbesi ragione eziandio del sovrabbondare in esso tanto sproporzionatamente i grossi di Bologna stessa. In Romagna ed in Bologna ebbero corso i *denarii Veneciae* intorno all'anno 1104 (*Murat. Ant. Ital. t. II col.* 782 E); di che si vede la ragione della presenza de' *matapani di Venezia*, e di quelli altresì dei *Re di Rascia* ad essi somiglianti, nel ripostino di Rosola situata in sul confine del territorio Modenese col Bolognese, e fors' anche in allora soggetta al Comune di Bologna.

Il ripostino di Rosola pertanto, benchè tenue e di tempi non molto da noi rimoti, meritava che se ne tenesse memoria; poichè serve ad illustrare le storie nostre, le zecche d'Italia, e benanche un luogo insigne, non a bastante finor dichiarato, del sommo nostro Poeta Dante Allighieri.

NOTA
SOPRA LA DIVINA COMMEDIA
AL CANTO 17 VERSO 93 DEL PARADISO

letta nell' adunanza del 10 Gennajo 1861

DAL SIG. CAV. PROFESSORE LUIGI VACCÀ
VICE-RETTORE DELLA R. UNIVERSITÀ DEGLI STUDI
IN MODENA

Che la divina commedia, quando pur si consideri come semplice poema, colla mirabile altezza de' suoi concetti e colla bellezza ancor più mirabile della sua forma innamori di se gl' ingegni, nonchè più elevati e più culti, ma i mediocri altresì e quelli che molto innanzi non sono negli studi della nostra letteratura, è cosa talmente notoria, che lungi dal meravigliarci della miriade innumerabile dei comenti e comentatori di Dante, dovremmo invece stupire se ciò non fosse avvenuto o non seguitasse ad avvenire. Nulla frattanto di più naturale di quello che in mezzo a tanta mole e moltiplicità di lezioni ed interpretazioni del sovrano poema capiti tratto tratto chi non abbastanza conoscente del fatto suo creda di esser primo a dir cosa nuova, e dica in iscambio cosa pensata e detta per altri. *Di ciò ebb' io esperienza vera,* io che quantunque non mediocre,

ma infimo, per ingegno e cultura, amo nondimeno assaissimo la lettura della divina commedia, ne sento ed ammiro come posso e findove posso, le bellezze ed i pregj, e ho perfino una qualche volta la pretensione, ditela poi temerità o capriccio, di leggerne ed intenderne certi passi alquanto differentemente da ciò che si leggono ed intendono comunemente. Così era già lungo tempo che io dubitava se l'Allighieri nel verso 142 del duodecimo del paradiso avesse per avventura mai scritto *inneggiar* in luogo di quell' *inveggiar,* che pure da per tutto si legge, quando finalmente, offertamisi l'occasione, pubblicai non ha molto, nell' *Associazione* (giornale ebdomadario, che stampasi a Massa) questi miei dubbi, adducendone le ragioni, che mi parevan migliori, e rimettendomene al giudizio autorevolissimo dell' insigne nostro filologo ed illustratore di Dante M. A. Parenti. E il Parenti mi fu in vero cortese di gentilissima lettera, nella quale non solo confortava del suo assenso i miei dubbi, ma di più mi annunziava come aveva egli stesso tenuto la medesima opinione, dichiarandola in una nota, della quale per altro non sovvenivagli allora nè il dove, nè il quando. Nè io (fosse poi quella nota o edita o inedita, che ancora non so) nè io per verità mi rammaricai, ma sì mi compiacqui di essere stato prevenuto da tale, nelle cui letterarie opinioni mi fia sempre, nonchè gradito, ma glorioso il convenire, siccome affermai già nella mia risposta al filologo modenese, la quale insieme colla lettera di lui vide la luce nel giornale dianzi citato. Mi reputerei pertanto a fortuna che la lezione od interpretazione (se pur merita questo nome) che io credo nuova, e che in brevi parole or esporrò, di un altro passo di Dante, ottenesse la stessa sorte, od almeno non demeritasse totalmente, o egregi colleghi, la vostra approvazione. È il verso 93 del canto 17[mo] del paradiso, di quel magnifico canto, nel quale il poeta prega Cacciaguida di narrargli più aperto ciò che di sua vita futura gli era stato già presagito nell' inferno e

nel purgatorio; e Cacciaguida risponde, e nel rispondere fa dei Signori della Scala, e di Cangrande in ispecie, quegli elogj che Dante, e non altri che Dante, sapeva fare. Il quale, se talento lo prenda di dare altrui o lode o biasimo grande, tocca in verità e nell' una e nell' altro quei segni che anco dopo averli letti e veduti appena sembran possibili. = *Lo primo tuo rifugio* (così Dante si fa dire a questo proposito da Cacciaguida)

Lo primo tuo rifugio, e 'l primo ostello
Sarà la cortesia del gran Lombardo,
Che 'n su la scala porta il santo uccello;
Ch' in te avrà sì benigno riguardo,
Che del fare e del chieder tra voi due
Fia primo quel che tra gli altri è più tardo.
Con lui vedrai colui, che impresso fue,
Nascendo, sì da questa stella forte
Che notabili fien l' opere sue.
Non se ne sono ancor le genti accorte,
Per la novella età, che pur nove anni
Son queste ruote intorno di lui torte.
Ma pria che 'l Guasco l' alto Arrigo inganni,
Parran faville della sua virtude
In non curar d' argento, nè d' affanni.
Le sue magnificenze conosciute
Saranno ancora sì, che i suoi nimici
Non ne potran tener le lingue mute.
A lui t' aspetta ed a' suoi benefici;
Per lui fia trasmutata molta gente,
Cambiando condizion ricchi e mendici;
E porteràne scritto nella mente
Di lui, ma nol dirai; e disse cose
Incredibili a quei che fia presente.

A quest' ultimo verso « *incredibili a quei che fia pre-*

sente » si riferiscono per appunto queste osservazioni; conciossiachè abbia esso verso porto ai chiosatori e ai grammatici materia di supposizioni e di controversie non ancora ben diffinite. E di vero mentre sono tutti d'accordo nell'intendere il troppo chiaro concetto del poeta, il quale volle dire che le imprese e le geste dello Scaligero saranno grandi tanto e stupende da riuscire incredibili perfino a quelli che le vedranno cogli occhi propri, non concordano poi tutti medesimamente nel leggere il verso e nel determinare le parole. Vi ha infatti (e per avventura sono i più) chi giudica il *quei* essere terzo caso del singolare di *quegli*, e però « incredibili a *quei* che fia presente » per essi è quanto dire « incredibili a *colui* che ecc. » Ma ciò non garba nè poco nè punto a quei censori un pò rigidi di nostra lingua, i quali mai non vorrebbero ammettere il pronome singolare *quei* o *quegli* in altro caso fuorchè nel retto, e quindi per non incorrere il dilemma o di attribuire a Dante un solecismo, o di avere in lui un' autorità diversa dalle proprie opinioni grammaticali, considerano il *quei* del riportato verso come il terzo caso del plurale. E perchè poi nel costrutto non manchi la concordanza del pronome col verbo, leggono così « incredibile *a quei, che fien* presente ». Di questo avviso è tra gli altri lo stesso Parenti, come si può vedere in più d' uno de' suoi lavori, e in particolar modo nel N. 5. delle sue esercitazioni filologiche, ove dalla parola *presente* trae occasione di avvertire come il vocabolario della Crusca allegando il verso, di cui qui parliamo, in esempio e della voce *presente* quale aggettivo, e della voce *quegli* qual caso obbliquo e singolare di tal pronome, ha porto la citazione fuori di luogo ed ha commesso un doppio sbaglio, l'errore cioè di credere di numero singolare il *quei* che nel caso nostro sarebbe plurale, e l' altro errore di scambiare in aggettivo il *presente*, che quivi sarebbe in vece avverbio e varrebbe il medesimo che *presentemente* o meglio *presenzialmente*. In conseguenza di che il modenese filologo spiega con queste

precise parole il verso di Dante « *Le cose predette da Cacciaguida in ordine allo Scaligero, saranno incredibili a que' medesimi che vivranno allora, che si troveranno presenzialmente a vederle verificate* ». Ora senza voler qui entrare nella quistione se fosse o no possibile che uscisse mai della penna di Dante la parola *quegli* o *quei* nei casi obbliqui del singolare, sono anch' io persuaso che il *quei* di questo luogo si debba intendere nel numero del più, giacchè inteso così parmi che si rappresenti meglio alla mente, e più la soddisfaccia di quello che inteso nel numero del meno: il che potrebbe quasi condurre il lettore all' idea di un solo anzichè di molti testimoni delle scaligeriane magnificenze. Se non che ci sarà egli per questo, vale a dire per tema di non potere altrimenti accordare il numero del verbo con quello dei nomi, ci sarà, dico, mestieri di variare in *fien* quel *fia* che pur si legge costantemente nella grande pluralità dei testi e di distrarre inoltre dalla sua primitiva natura e significazione di addiettivo il *presente* per trasformarlo in avverbio? Il cielo mi guardi dall' avere meno che in pregio, e molto più dal tenere in conto d'una stiracchiatura, una lezione ed interpretazione proposta e difesa da troppo rispettabili spositori. Ma con tutta la riverenza loro dovuta bene mi crederò lecito d'immaginare una nuova, ch'io direi piuttosto costruzione, che interpretazione o lezione, del divisato verso, lasciandone poi il giudizio agli studiosi del gran poema. La qual costruzione, non proposta, per quanto io mi so, da verun altro, mi fu suggerita da un ufficio, il quale potrebbe attribuirsi al *che* di cotal verso, ed al quale non credo che nessuno abbia finqui posto mente. Mi spiego. Che il relativo *che* abbia i significati tutti del relativo *quale*, e possa supplirlo in tutti i generi, numeri e casi non è chi non sappia; e parimente ci è noto come il puro e semplice *che* significa non di rado il pronome relativo colla preposizione annessa, ed in certi costrutti equivale ai diversi casi voluti dal verbo, al quale

è riferito. Ha infatti talvolta il *che* valore di *nel quale* od *in cui*, ha valore tal altra di *per cui*, ovvero di *su cui*, ovvero di *con cui*, siccome con molti esempi del buon secolo e di ottimi scrittori tornerebbe agevole a dimostrare. Ora il *che* sta pel genitivo *di cui* « Sappi (Boccaccio) niun di costoro colpevole di quello *che* ciascuno se medesimo accusa. Il malo uomo (Fra Giordano da Ripalta) sparge di quello *che* egli è pieno ». E l'Allighieri nel primo dell'Inferno « Vedrai gli antichi spiriti dolenti, *Che* la seconda morte ciascun grida ». E nel primo del Paradiso. « Venir vedràmi al tuo diletto legno, E coronarmi allor di quelle foglie, *Che* la materia e tù mi farai degno ». Ora finalmente, per tacere del resto e venire alla conchiusione, il *che* tien luogo del dativo *a cui* o *a che* « Dio a quegli (Dialoghi di S. Gregorio) Dio a quegli, *che* dà le grandi virtù e le grandi vittorie lascia alcun difetto ». « Messere (Franco Sacchetti) son (li fichi) di quel fico, *che* voi mi mandaste ». « Ricevette (Cavalca) passione da uomini, *che* egli avea molto servito e fatti molti beneficj ». « Io mi crederei (Boccaccio) in breve spazio di tempo recarla a quello, *che* ha già delle altre recate ». E il Petrarca « Ed io son un di que', *che* il pianger giova ». E Dante stesso nell'11mo del purgatorio. « Quest' ultima preghiera, Signor caro, Già non si fa per noi, *che* non bisogna, Ma per color, che dietro a noi restaro ». Ciò posto, e tornando al nostro verso, chi può impedirmi, domando io, dal qualificare il *che* come terzo caso plurale del pronome corrispondente? E per conseguenza invece di spiegare questo passo di Dante come tutti lo spiegano, cioè « disse cose incredibili a colui che sarà presente » oppure « a coloro, che saranno presentemente o presenzialmente » non potrò io spiegarlo (ciò che quanto al senso torna perfettamente il medesimo) in quest' altro modo « disse cose incredibili a coloro, ai quali, egli, o sia Cangrande, sarà innanzi agli occhi o presente » riferendosi così l' addiettivo *presente* allo stesso Cangrande piuttosto

che al suo od a'suoi spettatori? Secondo la mia costruzione chi volesse lasciare il verso tal quale si trova scritto o stampato nel massimo numero dei codici e delle edizioni, non vi si avrebbe a sottintendere che il pronome *egli;* quantunque io per me, credo più verisimile che Dante non abbia neppure omesso questo pronome, ma che in cambio di scrivere il *che* tutto intero ne abbia espunta la *e* per dare accanto al che, così apocopato, luogo alla lettera *e* formante da se sola un'intera parola, intendo dire la *e'* accorciatura di *egli*. E che la faccenda possa essere stata realmente così, apparirà facilissimo chi abbia appena sentore dei codici antichi e dell'antica ortografia, e quindi sappia come allora e si attaccavano andantemente insieme parole di lor natura distinte, e mancavano affatto gli accenti, gli apostrofi ed altrettali amminicoli e perfezionamenti dello scrivere moderno, conforme al quale il pertrattato verso dovrebbe scriversi così « Incredibili a quei, *ch' e'* fia presente ». La quale mia conghiettura tanto più mi capacita quantochè, se vera fosse, chi legge il verso dovrebbe fare sopra la detta lettera o parola *e'* un posa, onde il verso stesso riesce più sostenuto e nervoso: chè certo è differente il leggere « incredibili a quei *che* fia presente » e il leggere « incredibili a quei *ch' e'* fia presente ». Conchiudo pertanto che il verso letto ed inteso qual io lo leggo ed intendo, oltrechè non altera menomamente il concetto del poeta, e si conforma pressochè affatto alla lezione preferita dal massimo numero degli spositori, avrebbe in primo luogo il vantaggio di non lasciare alcun dubbio sopra il *quei,* che sarebbe caso obbliquo e plurale di quegli, nè in 2° luogo ci occorrerebbe di cangiare il *fia* in *fien*, la qual ultima parola è in vero usata rarissime volte nella divina commedia, ove all' opposto incontra spessissimo il *fia;* e non pare quindi probabile che l'Allighieri abbia voluto ripetere una voce a lui meno accetta in così breve giro di versi, leggendosi poco prima « che notabili *fien* l'opere sue »; in terzo luogo non

si torrebbe alla parola *presente* il suo più ovvio e più naturale significato di aggettivo; e finalmente il verso tutto, se già non m'illude il presupposto, acquisterebbe una struttura ed un colore maggiormente dantesco. E qui ha fine, o colleghi prestantissimi, la mia noterella; ma (*) io non voglio nè posso tacermi se prima non vi ho renduto le debite grazie della singolare, ma pur troppo immeritata onorificenza, che vi piacque di conferirmi chiamandomi a dirigere la sezione di lettere in questa R. Accademia. Nè io, lasciate che francamente il dichiari, poteva darvi segno di ossequio e di riconoscenza maggiore di quello che accettando, come feci, l' incarico; conciossiachè, accettandolo, non solamente io abbia posposto il mio al vostro volere, ma debba inoltre lottare duramente colla sinderesi (letteraria, se volete, ma pur sempre sinderesi) la quale del grado non meritato, e non pertanto tenuto, continuamente mi accusa, e debba così bermi a lenti sorsi tutto il rossore di seder primo a questo letterario convito, dove a gran mercè dovrei contentarmi dell' ultimo posto; cosa da stupirne, anzi da sembrare veramente « Incredibile a quei, che son presenti ».

(*) Fu letta dall' Autore nella prima adunanza della Sezione di Lettere dopo che ne fu nominato Direttore.

VOLGARIZZAMENTO

DELL' ODE 11.ª DEL LIBRO 3.° DI ORAZIO

LETTO

nell' adunanza del 17 Aprile 1861

DAL SIG. CAV. PROFESSORE LUIGI VACCÀ

VICE-RETTORE DELLA R. UNIVERSITÀ DEGLI STUDI

IN MODENA

Se dopo avere spesa la giornata o in istudiar processi e difender cause, o in visitare malati, o in perdere il fiato su per le cattedre, o in fare e ricevere, che Dio ce ne salvi, visite e lettere di complimento, o in festeggiare, e, se non basta, ringraziare chi c' importuna, o in ridere sopra cose da piangerne, o in piangere sopra cose da riderne, e taccio del resto; se giunti finalmente alla sera e restituiti a noi stessi tra le solinghe pareti dei nostri gabinetti ci venga fatto di gettare lo sguardo sopra qualche libro di classica letteratura, e di leggere lì per lì non so quanti versi del cantore dell' Eneide o del Venosino, ditemi, colleghi umanissimi, non è egli questo un conforto, un respiro, una specie di rinascimento che veramente *intender non lo può chi non lo prova?* E pure quei libri furono il martello, furono l' incubo della nostra puerizia: tanto è vero che i

giorni più privilegiati e più belli del viver nostro si conoscono sì ma oimè! quando sono già iti. Del che non è punto da meravigliare: imperocchè a proporzione che col procedere dell' età si affina il gusto, e si matura e perfeziona il giudizio, nulla di più naturale che ci venga piacere o dispiacere da ciò per appunto che nell'acerbità degli anni e del senno ci dispiaceva in vece o piaceva. Onde nelle opinioni letterarie ancora, siccome in tante altre ben più serie congiunture della vita, potremmo con tutta verità ripetere spesso di noi medesimi quel gran verso di Dante = Ciò che pria mi piaceva allor m'increbbe. = Or dunque nel riaprire che io faceva poche sere fa l' Oraziano volume mi capitò sotto gli occhi una delle più belle tra le bellissime sue odi, che è l' undecima del terzo libro. Nella quale l' autore incomincia dall' invocare Mercurio e la cetra da questo nume inventata, perchè colla magica virtù del suono lo aiutino a vincere la ritrosia di Lida giovinetta, in cui posto aveva il poeta un amore che non trovava corrispondenza. Ricordati pertanto i trionfi e i miracoli dell' armonioso strumento, e studiandosi egli un pò colle buone, un pò colle cattive di pur condurre la schiva e quasi rubesta fanciulla a fare le sue voglie, vuole che Lida sappia la dannazione e le pene delle Danaidi per l' immanità loro coi propri amanti, e chiude per ultimo l' ode coll' esaltare la fedeltà e l' amore dell' unica non ussoricida sorella, la quale a costo di tirarsi addosso tutta la rabbia e la vendetta del padre ne trasgredisce i comandi e fa salvo il marito. La qual chiusa se possa mai, più che non fa, risplendere di poetica bellezza e traboccare di patetici affetti lascerò che la chiusa stessa vel dica

Una de multis, face nuptiali
Digna, perjurum fuit in parentem
Splendide mendax, et in omne virgo
Nobilis aevum:

Surge, quae dixit juveni marito,
Surge; ne longus tibi somnus, unde
Non times, detur: socerum et scelestas
Falle sorores;
Quae, velut nactae vitulos leaenae,
Singulos (eheu!) lacerant: ego illis
Mollior nec te feriam, nec intra
Claustra tenebo.
Me pater saevis oneret catenis,
Quod viro clemens misero peperci:
Me vel extremos Numidarum in agros
Classe releget.
I, pedes quo te rapiunt et aurae,
Dum favet nox et Venus: i secundo
Omine, et nostri memorem sepulcro
Sculpe querelam.

Il March. Tommaso Gargallo, traduttore a ragione celebratissimo di Orazio, ha volgarizzato così la presente ode

Mercurio, (poichè tua fu la maestra
Virtù del canto, ond' Anfïon a' marmi
Diè moto) e tu con sette corde destra
A intuonar carmi,
Testuggin muta un dì, nè accetta; or grata
A templi e a mense, ovunque fasto splenda,
Sciogli tal suon, cui Lide l' ostinata
Orecchia intenda.
Qual trienne cavalla, e a man, che appressi
Sfugg' ella e a nozze, e per larghissim' erba
Ruzza, a protervi maritali amplessi
Ancora acerba.
Tu seguaci puoi trarti e tigri e boschi,
Rapid' onde arrestar; al lusinghiero
Tuo suon resister non poteo de' foschi
Regni l' usciero

Cerber, benchè da la trilingue bocca
Tabe fluisca, ed aliti fetenti,
E al capo furïal gli formin ciocca
Cento serpenti.

D' involontario riso a Tizio in volto
E ad Issïon strisciò baleno: alquanto
Fer secca l' urna le Danaidi, ascolto
Dando al tuo canto.

De le Vergini il fallo, e la ben nota
Pena deh! Lide apprenda, e l' acque absorte
Da l' imo fondo a l' anfora ognor vota,
E tarda sorte

Ne l' Orco ancor qual serbisi a' delitti.
Empie! (di peggio e che potero?) i cari
Sposi lasciar potero, empie! trafitti
Da crudi acciari.

Degna fra lor sol una de la face
Nuzïal, chiara ad ogni età vegnente,
Fu a lo spergiuro genitor mendace
Splendidamente;

Sorgi, a lo sposo disse, ah! sorgi, eludi
Suocero, e suore inique; o qual periglio
Men sai temer, farà che a sonno chiudi
Eterno il ciglio.

Quai lionesse i vitellin ghermendo,
Ciascuna ahi! sbrana il suo: di lor men dura
Nè te ferir, nè ritenerti intendo
Fra chiuse mura:

E me poi di catene il padre aggravi,
Perchè al miser consorte io fui pietosa;
Me a l' estrema bandisca in alte navi
Libia arenosa.

Tu vanne ovunque il vento e'l piè ti guidi,
Mentre favor Venere e notte appresta;
Vanne augurato, e in memor urna incidi
Nenia funesta.

In questo *volgarizzamento* male per verità si saprebbe che cosa desiderare di più quanto ad eleganza e fedeltà; e forse in *un certo senso* il volgarizzamento è anche troppo fedele; conciossiachè il traduttore obbligandosi a riprodurre nonchè ogni concetto, ma quasi ogni parola del testo, vada ora spezzando i suoi versi, ora gli vada intrecciando, e gli costringa sifattamente nella forma e nella struttura da rendere, se pure io non m'inganno, un pò troppo apparente lo studio e la fatica. Il che non è certamente nell' ode originale, ove la fatica e lo studio sono celati per modo che non solo immaginiamo, ma ci paia quasi di vedere cogli occhi lo spontaneo e rapido sgorgo dei versi dalla penna dell'autore. Il quale venuto specialmente all' ultima parte del canto si è ormai dimenticato e de' suoi amori e di Lida per mettersi unicamente nei panni della povera Ipermestra, che divisa e palpitante tra la soggezione di figlia e gli affetti di sposa si abbandona finalmente agl' impulsi del cuore, e prorompe in quell'apostrofe pietosissima, che tutti avete or dianzi sentita.

Un altro patrizio, il Conte Giovanni Fantoni, salutato già col nome di Orazio italiano (nome ch' egli avrebbe davvero maggiormente meritato se oltre agli estri ed ai metri avesse avuto comuni coll' Orazio latino anche la squisitezza delle forme, l' efficacia del dire e la lima dell' arte) nella sua ode = Figlio del canto, che degli anni ad onta ec. = scritta nel 1790, o in quel torno, a Melchiorre Cesarotti, piglia da principio ad imitare, e traduce poi o quasi traduce nella fine questa medesima ode di Orazio con versi che a me sembrano ritrarre di più dalla bellezza dell'originale, perchè più sciolti, più fluidi, più affettuosi di quelli della traduzione gargalliana. Del che faccio giudici voi stessi qui trascrivendoli.

Empie! potero in ferità maestre
Servir del padre ai tradimenti ascosi;
Empie! potero con le infide destre
Svenar gli Sposi.

Una fra molte al genitor crudele
Splendida seppe preparar menzogna;
L' amante a morte, e se rapir fedele
Alla vergogna.

Sorgi, ella disse, dal fatal riposo
Pria che le cure del mio cuor sian vane;
Sorgi, e deludi, inaugurato sposo,
L' empie germane.

Lorde ahi! le veggo del fraterno sangue
Sull' alta sponda del tradito letto,
Sciolte le chiome, e del marito esangue
Curve sul petto.

Te lunge, e ignoto alle paterne squadre,
E ceppi e strazi affronterò più forte;
Lieta se posso te salvare e il padre
Con la mia morte.

Vanne, e per l' ombre il casto amor ti guidi,
Ove ti reca il piede incerto o il vento;
Vanne, e l' istoria sulla tomba incidi
Del mio tormento.

Questa che passa per una delle più belle odi del Fantoni fu soggetto di critica severa per parte del celebre Paolo Costa inteso a dimostrare la grande superiorità dell' ode di Orazio posta a riscontro con quella del suo toscano imitatore. E sia pure così; ma tuttavia, senza intendermi di mancare di rispetto alla memoria del censore bolognese, parmi ch' egli avrebbe potuto, e forse anche dovuto manifestare queste sue letterarie opinioni in modi più cortesi e con più benigno linguaggio. Che direste voi frattanto, accademici prestantissimi, se fosse venuto a me pure il ghiribizzo di ritentare la versione della divisata Ode oraziana, e leggervi poi appunto sta sera questa mia bella prodezza? Oh! (mi sembra udire a rispondermi) che impertinenza è cotesta tua di prendere con tanta leggerezza un grave consesso accademico poco più poco meno

che per una scuola di umanità o di rettorica? Così usi quel seggio in che troppo bonariamente ti abbiamo posto? così abusi della nostra condiscendenza? Miei Signori, uso od abuso non so che farci: Voi mi avete voluto Direttore, ed io voglio leggervi la mia traduzione; e chi ha fatto il male faccia ora la penitenza tacendo ed ascoltandomi, od anche facendo le viste di ascoltarmi. Intendiamoci bene: *penitenza* dico per rispetto alla mia dappocaggine; mercechè se in cambio di un lavoro dozzinale come può darvelo uno della mia levatura, potessi offerirvi un volgarizzamento degno e ben fatto, nonchè un direttore di sezione, ma so ben dirvi che un arciconsolo della Crusca se ne leccherebbe le dita. E, lasciato il celiare, so dirvi altresì che gli studi tendenti comechessia o teoricamente o praticamente a tener vivo e a diffondere il culto e l'amore della classica nostra letteratura sono e saranno mai sempre da lodarsi e da incoraggiarsi: e il dichiarare di poca importanza studi così fatti, se già sarebbe sconcezza in un giornale qualsisia, ed inesplicabile contrasenso in un giornale letterario, diventa poi, quasi dissi, un delitto in un giornale consacrato alla pubblica istruzione. (*) Ciò premesso, eccovi senza più la mia versione, nella quale ho procacciato di tenermi fedele all' originale fino a quel punto che Orazio stesso mel permetteva con quel suo = *nec verbum verbo curabis reddere.* =

Poichè Anfion da te, facondo iddio,
Tolse il canto, che unì pietra con pietra,
O di Maja figliuol, te invoco anch' io,
E te sua cetra,
Che, un dì muta testudo e inonorata,
Di templi e reggie or sei voce ed onore:
Stura tu con tue corde a Lida ingrata
Orecchi e core.

(*) V. Muratori Fel. pub., cap. VII.

Qual puledretta disdegnosa e schiva
Guizza, pur che la tocchi, e trotta innante,
Tal costei tra salvatica e lasciva
Fa coll' amante.

Ma ingentilir puoi tu roveri e dumi,
O cetra, e puoi far delle tigri agnelli,
Puoi di colpo fermar torrenti e fiumi,
Non che i ruscelli.

Che più? Se il suon di lusinghevol nota
Recar ti giovi alle tartaree bolge,
Tizio sorride, ed Issíon la ruota
Già più non volge.

Del can trifacce anguicrinito intanto
Taccion le bocche d' atra sanie brutte;
E stan di Danao le figliuole alquanto
Coll' urne asciutte.

Delle sempre inondate e non mai piene
Anfore sappia l' eternal conflitto;
Sappia delle danaïdi le pene
Lida e il delitto.

Oh n' àn mercè, sì l' àn giù nello inferno!
Spietate! e che più far potean di male?
Spietate! chè agli amanti un sonno eterno,
Dier col pugnale!

Una, in tante, di nozze una sol degna
Fa santo inganno al genitor spergiuro:
Ella il suo nome ai secoli consegna
Inclito e puro.

Sorgi sorgi, ella dice al suo fedele,
Morte ahi! qui cova ove tu speri amore;
Fuggi e deludi il suocero crudele
E l' empie suore.

Qual dei giovenchi le leene fanno
Squarciano ahi tutte a' lor mariti il seno!
Umana io più di lor no non ti scanno,
Non t' incateno.

Faccia me pure il padre esule e grama,
Me carichi di ferri e di ritorte,
Sol perchè a questo misero, che mi ama,
Non so dar morte.

L' ombra or ti salva e amor; va va con dio,
Va dove il piè, dove ti porta il vento:
Ma deh! scolpisci poi sull' avel mio
Un tuo lamento.

MEMORIE

DELLA SEZIONE D' ARTI

INTORNO
ALL' ARTE DELLA LITOGRAFIA
IN MODENA
MEMORIE STORICHE

DEL SIGNOR PROF. PAOLO GADDI

LETTE ALLA R. ACCADEMIA

nell' adunanza del 29 Gennajo 1859

Fino al declinare del secolo passato, l' arte di moltiplicare gli scritti od i disegni col mezzo della stampa, esercitavasi, o mediante caratteri metallici in rilievo, o mediante disegni variatissimi fatti colla lega metallica dei caratteri, o la mercè delle incisioni eseguite sopra lamine di piombo, di rame, di ferro temprato ad acciajo, od alla perfine, con incisioni oppure intagli rilevati, eseguiti sopra tavole di legni duri. Nel corrente secolo, che dobbiamo riconoscere fecondissimo di nuovi ritrovamenti, o di applicazioni variatissime dei progressi, s' inventarono eziandio mezzi tutt' affatto nuovi per la stampa. E già scritti e disegni, dai più semplici ai più complicati, grandiosi e squisiti, noi vediamo ogni giorno moltiplicarsi colla stampa cavata dalle pietre, dalle lamine di zinco, da cartoni appositamente preparati, e mediante i tanti e svariati metodi Fotografici. Primo ad uscire dal genio inesauribile dell' uomo, e nell' aurora di questo secolo, si fu quel metodo, col quale ottenendosi stampe dalla superficie di un marmo o pietra, ebbesi il nome di Litografia.

Modena, fra le città italiane, molto probabilmente fu la seconda a vedere la stampa litografica. Questo fatto, che aggiunge nuovo titolo di onore alla nostra patria, si deve agli studj ed alle cure di Giuseppe Gaddi, mio fratello. Più volte i pubblici giornali ebbero per lui parole d' encomio, ma da che passò a miglior vita, è dovere dei superstiti lasciare memoria di lui nelle pagine della patria storia. Il registrare simili memorie, a me spettavasi per duplice motivo. Primieramente io lo doveva pel vincolo strettissimo di sangue che a lui mi stringeva come fratello, vincolo che mi pone nella favorevole circostanza di conoscere non pochi particolari, essendo io stato testimonio e spesso assistente ai costanti suoi esperimenti, onde con lui divisi in molti incontri il giubilo della felice riuscita nell' arduo cimento, o gli affanni ed i dolori inseparabili compagni di chi deliberatamente cerca introdurre qualche novità. In secondo luogo poi, confesso avere voi, Onorevoli Colleghi, tutto il diritto che qualcuno vi faccia conoscere quanto a prò di quell' arte fra noi operasse mio fratello Giuseppe, ch' ebbe l' onore di appartenere a questa R. Accademia come socio per la sezione delle Arti, e che quindi fu a parecchi di voi contemporaneo collega.

Il primitivo onore della scoperta dell' Arte Litografica, devesi a Luigi Senefelder nato a Praga nel 1771 e poco dopo trasportato a Monaco Capitale del Regno di Baviera, presso il di lui padre, artista drammatico di quel teatro. Fu egli educato ed avviato agli studj primordiali nel collegio di Monaco, e fosse poi per consiglio del padre, fosse per quella propensione che hanno spesso i figli a ricalcare le orme paterne, Luigi si diede dapprima alla drammatica (1). Per tempo si fece mediocre scrittore e compose parecchi drammi. E come, molto verosimilmente, la soverchia

(1) Vedi, L' Art de la Litographie, par Senefelder. Monaco 1819. — Vedi, Le Litographe, journal des Artistes. Anno 3.° Parigi 1842.

mediocrità di quelle produzioni reso ne avrebbe assai difficile lo smercio, ove ei ne avesse impresa la pubblicazione, oppure si voglia che la deficienza in lui de' necessarii mezzi pecuniarj opponesse potente ostacolo alla stampa di quei drammi, certo si è che si vide nell' impossibilità di porre in luce le sue opere drammatiche. Si diede quindi a cercare il modo di potere da se stesso scrivere e stampare le proprie produzioni, onde indipendente rendersi dalle tipografiche pastoje.

Diresse da prima le sue viste ed il suo genio inventivo, alla incisione sopra lastre di rame, ma fatto avvertito dalla propria esperienza, e ben presto, essere quel mezzo non solo di grave spesa, ma di grande difficoltà, dovendosi incidere lo scritto a rovescio, si rivolse allora alle pietre. La Providenza che in Senefelder aveva preparato ingegno scopritore, lo pose eziandio nella circostanza più favorevole, perchè lungo le rive del fiume Isero, che colle sue acque bagna la città di Monaco, natura a larga mano profuse marmoree lastre le più confacenti agli usi litografici. Ivi invero esistono larghi e grossi strati di pietre a prevalenti principii calcari, quando di colore cinerino, quando di colore giallognolo tendente al paglierino, prive di venature, omogenee nella loro composizione, e suscettibili all' uopo o di splendido pulimento, oppure di essere ridotte nelle superficie loro ad uniforme *granitura*. Senefelder edotto dalla propria esperienza di quanta difficoltà era per esso lui l' incidere lo scritto a rovescio sopra lamine di rame, usando degli ordinarj mezzi posti in opera dagli incisori, pensò che incidendo sulla pietra, per natura tanto più dolce al taglio, di gran lunga più facile gli riuscirebbe giungere allo scopo bramato. Ma tuttocchè realmente meno difficile gli fosse l' incisione sulla pietra, esigevasi nullaostaute l' impiego di tempo assai lungo, e dovevansi superare molte non lievi difficoltà. Di più egli ignorava il come ottenere la stampa dalle sue incisioni sulla pietra, giacchè la pietra incisa, frapposta ai cilindri del torchio calcografico, sarebbesi certamente in mille modi infranta.

Non pago per questo del suo ritrovato e coll' intendimento di operare sulla pietra anzichè l' incavatura, come colla incisione, in iscambio il rilievo dei caratteri, Senefelder aveva già composto un inchiostro con sapone, cera, olio, e nero-fumo, intendendo con questo ottenere il bramato rilievo sulla superficie levigata della pietra.

Buon numero delle grandi scoperte, come nelle scienze così nelle arti, è dovuto al caso. Ed un caso fortuito fu quello appunto che diede l'.ultimo impulso al discuoprimento dell'Arte litografica. Stava Luigi Senefelder operando il pulimento di una pietra, e pronto teneva l' inchiostro di sua invenzione, per fare con questo su quella scritti e disegni in via sperimentale, quando la di lui madre lo invita a scrivere prontamente la lista del bucato. Cerca invano Senefelder attorno a se carta e calamajo, che non essendogli dato nè l' una, nè l' altro rinvenire, corrisponde all' incalzante invito della madre, coll' intingere la penna nel suo inchiostro e scrivere sulla pietra preparata. Ciò fatto, un raggio di luce gli brilla alla mente e pensa: cosa accadrebbe se coll' acqua forte io passassi sullo scritto, e poscia sopra quello vi scorressi coll' inchiostro da stampa? al pensiero tiene dietro il fatto: s' accinge alla prova, cui egregiamente corrisponde il risultamento. Venne egli a conoscere come l' acqua forte corrodesse uniformemente la pietra in tutta la superficie, fuorchè nei luoghi ove aveva tratteggiato col suo inchiostro. Esperimentò poscia se scorrendo sopra gli eseguiti tratti d' inchiostro col nero da stampa, steso sopra pelle rigonfiata di crini e foggiata a modo di *tampone*, premessa la bagnatura della pietra coll' acqua, il nero aderisse soltanto ai punti tocchi dall' inchiostro suo, lasciando immuni le altre parti della superficie, e questo ancora pienamente corrispose. Vide poi come un foglio di carta umettata, sovrapposto alla pietra e calcato con forza, seco asportasse l' impressione dello scritto, togliendo alla pietra la materia nera a forza del tampone deposta sul rilievo. Ed

ecco l' origine della grande scoperta, che fecondata di poi, era serbata in tanti modi a variarsi, ed a porgere i più brillanti successi. I principj però sui quali è fondamentata quest' arte, del pari che l' origine di lei quale io succintamente l' esposi a voi, o Signori, restò occulta e misteriosa all' Italia circa fino all' anno 1820.

Ben presto la fama però, fino da' suoi primordj, portò ovunque la notizia di così utile ritrovamento, per cui non pochi Governi si fecero a chiedere all' alemanna terra natale della litografia, uomini dell' arte, onde ne' proprj Stati introdurla. Fu nel 1811 che un tedesco il quale aveva potuto apprendere alla Bavarese scuola, ma in parte soltanto, l' arte novella, la portò in Italia, e tuttocchè imperfetta la esercitò nella Capitale dell' Italico Regno, voglio dire in Milano.

Il portatore di così rilevante novità, venne col massimo favore accolto presso il Ministero della Guerra, allora nelle abili mani di un nostro illustre Concittadino, il Marchese Achille Fontanelli. Affidò il Fontanelli al litografo tedesco la moltiplicazione delle lettere circolari, ed il tedesco per sua parte eseguiva le ricevute ordinazioni, gelosamente chiudendosi nel suo misterioso laboratorio. Quale impiegato presso la Segreteria di quel Guerresco Dicastero, trovavasi allora mio fratello Giuseppe, il quale ammirava i prodotti del nuovo metodo di stampa, ed avrebbe pure amato di conoscerlo, ma non gli fu mai dato penetrare nella litografica officina. Il regno Italico intanto soggiaceva a politici rimpasti, e gl' impiegati che fuori di quel regno avevano tratti i loro natali, allo scioglimento di quella monarchia, pressochè tutti ritornavano alla Patria loro. Così fu di mio fratello Giuseppe, che nel dì 29 Maggio 1814 abbandonò la Capitale Lombarda, e con lettera di speciale raccomandazione per l' Estense Governo, si restituì in Modena.

Appena giunto in Patria, venne impiegato presso le RR. Finanze, e collo zelo dell' uomo leale, attese sempre al

proprio dovere. Volgeva ciò non pertanto incessantemente in suo pensiero l'arte novella, e tutte le ore a lui libere, erano con ardore consacrate ai replicati tentativi, che lo dovevano poi condurre al discuoprimento dell'arte prodigiosa. Partendo da Milano, seco portò un pezzo di pietra litografica, per ispeciale concessione ottenuta, a fronte di larga ricompensa, dal Bavarese litografo, pezzo non più grande in superficie di 20 centimetri quadrati. Ecco tutto il corredo ricevuto, ecco il filo che doveva guidarlo per uscire dall' intricato labirinto. Diresse egli immediatamente ogni suo studio alla composizione di un inchiostro da usare, disegnando o scrivendo tanto direttamente sulla pietra, quanto prevalendosi del metodo detto del *trasporto;* di quel metodo cioè che consiste nel disegnare o scrivere sopra di una carta chimicamente preparata, quale umettata nella sua faccia posteriore, applicata poscia sulla pietra calda, gode della prerogativa di abbandonare il disegno o scritto, e consegnarlo alla pietra, nella cui superficie, l'inchiostro chimicamente si fissa, nella stessa guisa che se fosse direttamente applicato la mercè della penna. Sarebbe assai difficil cosa l'immaginare quanti replicati tentativi abbia dovuto fare Giuseppe Gaddi, per toccare la desiata meta, ma ben più malagevole sarebbe la pretesa di descrivere tutti gli esperimenti in quella circostanza eseguiti. Io posso assicurare che mio fratello in quell' occasione esaurì appieno l'antico motto *tentando e ritentando.* E fu propriamente in conseguenza delle tanto svariate e reiterate prove, ch'egli alla perfine giunse a farsi un inchiostro, il quale applicato in qualsiasi modo alla superficie levigata di una pietra litografica, compenetrava la di lui superficie unendosi in modo di chimica combinazione colle molecole della pietra a segno tale, che per ottenerne la cancellazione era d'uopo assai profondamente intaccare la pietra colla pomice. Ogni qualvolta poi lo scritto od il disegno erasi eseguito o trasportato sulla pietra, l'inchiostro ivi fissato, rendevasi insolubile

nell' acqua e quindi indelebile a quel dissolvente. Di più ancora l' inchiostro stesso serbava ogni e migliore sua affinità al nero da stampa, per cui bagnata la pietra con acqua e scorrendo su quella coll' indicato nero, aderiva questo al disegno od allo scritto, ed immune restava dal ricevere la tinta, la superficie della pietra non tocca dall' inchiostro.

Nè pensieri e fatiche minori sostenne il fratello mio per rinvenire il meccanismo più conveniente a prestarsi per torchio litografico. Le prime prove da esso lui fatte, risposero nella maniera che potevasi attendere dai mezzi di cui egli poteva disporre. Una pelle tesa colle mani di un assistente sopra il piccolo brano di pietra per l' una parte, e per l' altra un pezzo di bosso a modo di manubrio con forza fatto da esso lui strisciare sulla tesa pelle, ecco il primo torchio, che merita certamente il nome di semplicissimo. In seguito poi immaginò parecchi torchi più o meno complicati, i quali man mano corrispondendo allo scopo cui erano diretti, furono finalmente portati al bramato grado di perfezione. Quello che appieno corrispose, agiva precipuamente mediante una specie di coltello di legno che a talento potevasi alzare ed abbassare, immobilmente fissandolo poi giusta il grado voluto di pressione. Una ruota messa in movimento, attorno al proprio asse raccoglieva le robuste coreggie che trascinavano, su di un ben fissato piano, il carro su cui posava la pietra. Un telajo nel cui vano era tesa una pelle, si sopraponeva alla pietra approntata per la stampa, onde forzatamente passato il carro sotto il coltello, ottenevasi l' abbandono dell' inchiostro da stampa dalla superficie della pietra, e la di lui fissazione sulla carta. E merita riflessione il sapersi come conosciutasi assai più tardi la costruzione del torchio usato dal Senefelder, si trovasse assai poco diverso da quello ideato dal Gaddi. E quì mi piace eziandio fare noto come in quel tempo, cioè circa nel 1815, conobbe Gaddi il bisogno di usare penne le quali permettessero un finissimo

tratteggiamento, al che male prestandosi le penne d'oca o di corvo, ideasse penne di acciajo costruendosele egli stesso con molla da orologio. Pel qual fatto Gaddi fra noi fu uno dei primi a conoscere l'eccellenza delle penne metalliche, eccellenza oggi cerziorata dalle perfezionatissime e moltiplicate lavorazioni di quelle, e dall' uso loro resosi pressocchè universale.

Fattosi famigliare al metodo di stampa litografica a penna, rivolse il pensiero al metodo della incisione. In questo fu egli più prestamente fortunato in guisa che, potè imprendere nel 1817 la pubblicazione di dodici stampe tratte dalla raccolta del Romano Pinelli. Fu in questo stesso anno che incise in pietra, con molta diligenza ed accuratezza, la Mappa Finanziaria degli Estensi Dominj, destinata principalmente a segnare i confini dei circondarj doganali, e gli Uffizj daziarj. Egregio lavoro, avuto riguardo ai primordj dell'arte, che per colmo di sventura e per impreveduta causa accidentale, non potè vedere la luce, giacchè cavati appena tre o quattro esemplari s'infranse la pietra. Una di quelle copie, forse l'unica che esista trovasi presso di me, e rimane a prova della mia asserzione intorno al merito di quel lavoro, considerato sempre come primo saggio di un'arte nuova. Intanto l'A. R. di Francesco IV rimunerava le onorate fatiche di mio fratello, e lo incoraggiava a cose maggiori, accordandogli, con Sovrano Chirografo dato nel dì 3 Ottobre 1817, privilegio di privativa nello Stato pel corso di otto anni, non che, per altrettanto tempo, l'uso gratuito di quattro stanze nel fabbricato annesso alla Chiesa di San Vincenzo.

Perfezionati i metodi di stampa coll'inchiostro e colle incisioni, metodi che fra le tante applicazioni ebbero pur quella di prestarsi nel migliore desiderabile modo alla stampa della musica, rivolse Gaddi il pensiero suo al metodo dei disegni colla matita, metodo dal quale si ottengono effetti bellissimi in qualsiasi genere di disegno. Ridotta la superficie

della pietra, la mercè dell' arena di mare, a granitura quando finissima, quando più o meno grossolana, cominciò egli dall' eseguirvi sopra disegni con matite diverse da esso lui composte. In quell' incontro la cosa fu anche più difficile ad essere ritrovata, giacchè le particelle staccantesi dalla punta della matita coll' atto del disegno, aderivano bensì ai piccoli rialzi della superficie della pietra granita, ma come la matita per se è secca, così difficilmente la sostanza chimica della matita, poteva combinarsi colla superficie della pietra, nè mai in quel modo con cui vi agiva prontamente un liquido scorrevolissimo, quale erasi l' inchiostro litografico. Anche in questo incontro, chi sarebbe mai capace di ridire le mille e mille prove fatte per mesi ed anni? i molti e gravi pensieri cagionati dagli infruttuosi esperimenti? E già le tante volte avrebbe abbandonata l'idea di riuscita felice, se non l' avessero trattenuto, dall' un lato il punto d' onore, dall' altro il forte volere. Onde superate finalmente tutte le difficoltà, le sue gravi cure furono a larga mano ricompensate e coronate dal più felice risultamento. Venuto di questa maniera il Gaddi in possesso eziandio della stampa litografica dei lavori eseguiti colla matita, si diede ben tosto a riprodurre paesaggi e figure d' ogni genere, non meno che stampe le più classiche, come il Cavallo del Morghen, la Galatea del Longhi. Fu al seguito di così notevoli perfezionamenti che questa nostra Accademia lo onorò nel dì 15 Luglio 1821 del diploma di Socio nella Sezione di Arti.

Non contento dei risultamenti ottenuti nei sopra indicati tre metodi di stampa litografica, ne tentò egli uno tutto nuovo e fino allora non immaginato da altri, passando così dal campo dell' imitazione di cose incognite, a quello dell' invenzione. Il nuovo metodo consisteva nello stampare colle pietre, usando colori ad olio, moltiplicando cioè i dipinti tanto sulla carta o sui cartoni, quanto sopra tele. Anche in questo egli riuscì felicemente, che anzi i di lui

saggi furono dagli esperti e competenti giudici, stimati meritevoli di essere presentati alla A. R. di Francesco IV. Tanto furono al Principe quei saggi graditi, che oltre all'avere steso per l'inventore, onorifico ed incoraggiante Chirografo, e perchè lo stesso potesse poi onninamente donarsi all' ulteriore perfezionamento dell' arte novella, nel giorno 9 Aprile 1823 assegnavagli una vitalizia pensione, esonerandolo dall' impiego fino allora coperto presso le RR. Finanze.

Nell' anno 1824 applicò la litografia alla fabbricazione delle carte da giuoco, e nell' anno 1828 pubblicò l' atlante composto di 224 figure illustrative il trattato delle fasciature, opera del preclaro Chirurgo operatore Modonese, il fu Prof. Giambattista Manfredini. E poichè l' arte *litografica* in Italia era sempre da pochissimi studiata e coltivata, stantechè, oltre all' essere circondata da gravi difficoltà, almeno in gran parte ammantavasi ancora del velo del segreto, così la Litografia Modenese che si era elevata ad un bel grado di perfezione, aveva divulgata in Italia la sua fama.

In conseguenza di ciò nel 1828, mio fratello ebbe ufficiale invito di recarsi a Roma onde dirigere in quella Metropoli un istituto litografico, presso l' Ospizio Apostolico di S. Michele a Ripa grande, stabilimento nel quale tutta rifulgendo la Pontificia munificenza, del pari alla filantropia e protezione agli artisti, si educano a centinaja giovani nell' esercizio di tutte quante le arti. Ed anche in quell'incontro il Regio favore non gli venne meno, poichè ottenne l' invocato permesso di assentarsi da Modena, congiunto al godimento della sua pensione, per 6 mesi. Spirava il semestre ed il Gaddi si sarebbe restituito in Patria, se Monsignore Capaccini Visitatore Apostolico e Preside del nominato istituto artistico, conosciuto il bisogno di ulteriore dimora del Gaddi in Roma, col mezzo dell' E. del Signor Conte Cecopieri, incaricato per gli affari Estensi in Roma, non avesse avanzata al Trono dimanda per una proroga di altri 6 mesi. Anche a questa acconsentì il Principe, onde trascorso eziandio

questo secondo periodo di tempo, istituito in quella dominante uno stabilimento litografico, ritornò il Gaddi in Patria nel dì 6 Gennajo 1829.

Nell' anno 1830 applicò i disegni litografici ad ornare i capelli di trucciolo, per la quale cosa si recò e dimorò alcuni mesi nella città di Carpi, ove la lavorazione del trucciolo è a tanta perfezione portata da rendere tributarj nell' acquisto di quei capelli a quella nostra città, non solo l' antico ma benanche il nuovo mondo. Ideò egli in quella circostanza un apparecchio amidaceo che steso sulle conteste treccie del trucciolo, le rendeva dell' aspetto, della consistenza, e della levigatezza di un cartoncino, quando candidissimo, quando ceruleo, roseo, giallognolo, od in qualsiasi altra tinta colorato. Così preparati i tessuti di trucciolo, ricevevano a perfezione la stampa litografica, alla quale di poi facevasi succedere la miniatura a colori, de' fiori, de' festoni, de' nastri, delle figure, o di qualunque altro disegno su quelli fosse stato impresso. E per giungere a quel punto, immaginò e portò ad eseguimento le macchine ed i necessarj ordigni. Fu nel 1830 ancora che eseguì con molta esattezza cento undici figure parte interposte, al testo, parte formanti tavole nel testo inserite, pel Museo Lapidario Modenese, descritto e pubblicato dall' illustre direttore di quello, l' eruditissimo Sig. Presidente Dottore Carlo Malmusi. Continuò poscia il Gaddi nell' esercizio dell' arte sua in patria, fino a tanto che glielo permisero le forze.

Affranto difatto dalle tante fatiche sostenute e non poco abbattuto nel morale per le avversità riscontrate, si vide suo malincuore astretto nell' anno 1840, a rinunciare all' esercizio dell' arte prediletta, che pel corso di ben 26 anni era stata la sua aspirazione, ed il prepotente suo pensiero. D'altra parte l' arte stessa in Francia, in Germania, in Inghilterra, aveva fatti tali progressi da non reggere le produzioni della Modenese Litografia, al confronto delle stupende che da quelle splendidissime officine uscivano. Fu appunto nel 1840,

che Giuseppe Gaddi, con quel cordoglio con cui l'uomo staccasi dagli oggetti a lui più cari, rinunciò torchio, pietre e gli attrezzi tutti, all'abilissimo litografo Signor Pio Gustavo Goldoni, in quell'epoca restituitosi in Patria. E ciò fu con vantaggio dell'arte e del patrio decoro, poichè nelle mani di questo distinto artista, la Modenese Litografia serba il prisco onore, e rivaleggia colle straniere.

Altre officine litografiche furono istituite in Modena ad epoche diverse presso il Dicastero delle RR. Truppe. Nel 1827 sotto la direzione dell'esimio Colonnello e Topografo distintissimo, Giuseppe Carandini, la litografia venne esercitata in servigio dell'uffizio del Genio militare. Pochi anni or sono per impulso del dotto Colonnello Conte Guerra, fu data ad uso del corpo delle RR. Artiglierie; e di recente, per volontà dello stesso, si esercitò presso la R. Accademia Militare Estense. Sono queste, o Signori, le storiche vicende della nuova e bell'arte litografica nella nostra Modena.

Giuseppe Gaddi può chiamarsi inventore dell'arte litografica in Italia? Colleghi onorevoli, per quanto possa in me l'amore fraterno, non debbo tuttavolta illudermi al segno di fregiare il mio fratello di un titolo cotanto onorifico. Dirò bensì, ed in questo mio pensamento spero il vostro ambito concorso, ch'egli può chiamarsi il primo fra gli Italiani che abbia studiata quest'arte, e che prima d'ogn'altro in Italia sia giunto a toglierla dal segreto, dietro la sola cognizione che, col mezzo di una pietra e di un inchiostro, potevasi ottenere la moltiplicazione delle stampe.

USO DEL MICROSCOPIO

DIRETTO

A SVELARE LA PRESENZA DEL COTONE

NEI FILATI, NEI TESSUTI, E NEI FELTRI

MEMORIA

DEL SIGNOR PROFESSORE PAOLO GADDI

LETTA ALLA R. ACCADEMIA

nell' adunanza del 29 *Aprile* 1858

Il vivere sociale cui l' uomo per la nobilissima sua natura è destinato, lo pone nella necessità di fare uso di tante e svariate cose, le quali si riferiscono più o meno alla condizione che gli è assegnata, o ch' egli seppe procurarsi in società. Fra quelle tante cose meritano distinto posto le materie vestiarie. Formano queste la base fondamentale degl' indumenti, che per l' uomo sono protezione all' organismo, ornamento al corpo. L' economista perciò vede nelle materie stesse variamente lavorate, rami diversi d' industria e di commercio, ed il medico vi scorge elementi relativi all' igiene individuale. Perciò il medico classifica le materie vestiarie giusta il grado di loro salubrità.

Fino a tanto che la coltivazione del bombace era ristretta ai luoghi suoi natali, cioè all' Asia, assai limitato erane l' uso nella fabbricazione dei tessuti diversi. Diffusasi successivamente quella coltivazione a molte parti d' Europa, non esclusa l' Italia meridionale, la copia stragrande della

raccolta di quel prodotto, prestò facile mezzo alla moltiplicazione dei tessuti di lui, e le agevoli e rapide comunicazioni terrestri e marittime lo diffusero a profusione nei luoghi anche i più reconditi.

Prima che di tanto uso fossero per vestimenti i tessuti di bombace, le materie vestiarie più usuali traevansi dalla canapa, dal lino, dalle lane, e dalla seta. L' aumentata produzione del cotone ribassò sensibilmente il suo costo, ed in iscambio il prezzo delle altre indicate materie, si elevò d' assai, sia perchè la produzione loro si conservò costante, oppure di poco s' accrebbe, nè mai in proporzione dell' aumento sostenuto dal cotone, sia perchè il lusso, che progressivamente cresce nei popoli, ne aumentò di molto l' uso ed il consumo. In conseguenza quindi di questo fatto pienamente confermato, l' industria, o se meglio piaccia denominarla malizia, cerca oggi d' introdurre quanto più può di bambagia mescolandola fraudolentemente, quando al lino od alla canapa, quando alla lana od alla seta. E l' inganno certamente addiviene doppiamente grave, stantecchè l' onesto compratore sborsa per l' umile cotone, quel prezzo che competerebbe alle altre più pregiate materie. Di più, in tutta buona fede egli indossa, a cagion d' esempio, una camicia di bombace tanto poco confacente alla salute, in iscambio di una di lino o canapa di gran lunga più salutari. E a danno sempre delle popolazioni, gli stessi *gabellieri* tratti in errore, aggravano le imposizioni daziarie, classificando, fra i tessuti di lino o canapa, di lana o seta, manifatture che sono o di pretto cotone, con molt' arte ridotte a false apparenze, od almeno commiste a cotone.

Per simili ragioni è da molto tempo sentito il bisogno di rinvenire la maniera onde smascherare la frode a trionfo sempre della giustizia e della verità, ed a questo fine appunto sono dirette queste mie poche osservazioni.

Tre sono i metodi che si possono usare per iscuoprire la presenza del cotone nei filati, tessuti, e feltri. Consiste il

primo nel servirsi di chimici reagenti, i quali comportandosi diversamente a seconda dei principii costitutivi di quelle materie, ne disvelano la natura loro. Questo metodo però non può essere agevole a tutti esigendosi ben molte cognizioni di chimica per condurci in guisa da scuoprire la verità.

Il secondo metodo è assai più facile e semplice; per usarlo null' altro occorre che una candela accesa. Ridotti in filaccica i tessuti, e bruciati i fili sulla fiamma della candela, il cotone arde prontamente con luce rossiccia, spandendo l' odore presso a poco della carta bruciata, e lasciando un residuo carbonoso in parte, ed in parte cinereo disposto a filamenti. La lana e la seta ardono con minore prontezza, si gonfiano, crepitano, ed espandono un denso fumo dell' odore delle penne bruciate, ed il residuo carbonoso forma un corpo nero come di sostanze fra loro fuse in massa. I fili di canapa e di lino ardono un poco meno rapidamente del cotone, più prontamente però della lana e seta. La fiamma è più bianca di quella del cotone, l' odore di carta bruciata meno intenso, ed il residuo carbonoso-cinerino, serba meno la disposizione a fili. Questo metodo quindi ove serva, se pur si voglia, a distinguere il cotone dalla seta e lana, non basta certamente a distinguerlo dal lino o dalla canapa, mai poi lino e canapa fra di loro. Aggiungasi ancora, come nei feltri, avuto riguardo alla inestricabile loro massa, riesca impossibile il potere meccanicamente segregare i materiali che li costituiscono, onde per questi la prova sarebbe ineseguibile.

Il terzo metodo, a parer mio, è il più sicuro ed anche il più facile a praticarsi, ed è quello che può dirsi alla portata di tutti. Consiste questo nel valersi della osservazione microscopica. E già i progressi della microscopìa operati segnatamente dietro gli addottrinamenti dell' illustre nostro concittadino il Cav. Prof. Amici, mentre hanno resi semplici e potenti i microscopj, li hanno resi del pari di

costo assai modico. Onde è ben difficile che in una città, oltre agl' istituti scientifici, non siano proveduti di buoni microscopj ben anche parecchi cittadini.

Persuaso quindi che la mia proposta possa essere facilmente abbracciata, ho dato opera alle mie osservazioni. E prima di tutto intendo dividersi le materie prime, con cui oggi nell' uso quasi generale si fanno i filati, i tessuti, ed i feltri, in due categorie, cioè in quelle venienti dal regno organico vegetabile, ed in quelle che si traggono dal regno organico animale. Alle prime appartengono la canapa, il lino, ed il cotone, alle seconde la lana e la seta, e pei feltri i peli di coniglio, lepre, camelo e castoro.

Potrebbe però opporsi che l' osservazione microscopica delle particelle primitive costituenti questi materiali fondamentali degli indumenti diversi, non può aversi per veritiera, stantechè i bagni variati in cui quei materiali s'intingono per essere colorati ed approntati per la lavorazione loro, possono alterare le forme originarie da natura impresse a quelle parti esilissime, guastandone l' anatomica disposizione, e decomponendone eziandio la chimica composizione. A togliere però di mezzo simile obiezione, ho assoggettate tutte e singole le accennate materie, alla ebollizione nell' acqua pura, poscia nell' acqua mediocremente acidulata quando con acidi organici, quando con acidi inorganici, quindi nell' acqua modicamente alcalinizzata, quando colla potassa, quando colla soda, e così nell' acqua alluminosa, e finalmente nell' acqua avente in dissoluzione il concino. Di più, ho praticate le ora accennate esperienze aggiungendo all' acqua diverse materie coloranti. E dalle risultanze di questi sperimenti reiterati io mi sono assicurato, che le forme primitive dei materiali vestiarj, non si alterano, e che soltanto, qualora le materie coloranti usate per conciliare i colori diversi, diano tinte scure, opache, o nere, i materiali vestiarj sopra indicati, nell' acquistare quella tinta, perdono la diafaneità, e si mostrano,

osservati col microscopio, come corpi opachi. Conviene però a questo riguardo riflettere, che se nello sperimentare si usano acque soverchiamente acidulate od eccessivamente alcalinizzate, in realtà alcuni dei materiali si alterano, si scompongono, e per fino si sciolgono. Ma il bello ed il buono dell' arte tintoria, come ognuno comprende, appunto sta nell' agire in guisa, che i tessuti od i filati in genere, non vengano menomamente alterati nella loro molecolare composizione, nè affievoliti nella loro consistenza.

Si potrebbe opporre ancora, che sotto le operazioni meccaniche della pettinatura o della cardatura cui soggiaciono alcuni materiali per meglio servire alle manifatture, si alterano le forme primitive. Al che rispondo, che per quanto sottili ed aguzze siano le punte dei pettini, per quanto esili ed appuntiti siano gli uncini delle scardasse, non giungono mai a ledere la forma primitiva degli elementi costituenti le materie vestiarie, o se accade che qualche fibrilla per avventura venga ferita, questa in forza della sua esilità si tronca, e cade mista alla polvere in cui si riducono le parti estranee.

Per le quali cose manifesto si rende, come l' ispezione microscopica necessariamente palesi le vere forme primitive, e che per questo i caratteri che l' occhio armato scorge nelle parti elementari essendo immutabili, l' ispezione suddetta diventa la migliore e più sicura guida ai giudizj.

Due sono i metodi da me impiegati nel praticare le osservazioni, l' uno cioè per via secca, l' altro per via umida. Il primo consiste nel raschiare con un coltello a larga lama i fili, i tessuti, ed i feltri, e raccoglierne il polviglio risultante sopra lastra di cristallo. Conviene che il polviglio sia in poca quantità ed assai diradato, onde non si formino masse, le quali non lascierebbero scorgere le particelle distintamente. La lastra di cristallo così disposta si sottopone alla osservazione microscopica. Il secondo metodo poi sta nel ridurre i tessuti a filaccica, nel decomporre i feltri col

diradamento negli elementi loro costituenti, e nel disfare l' attortigliamento nei filati. Disposte di questa guisa le cose, si assoggetta il tutto ed in vasi distinti alla macerazione in quantità sufficiente di acqua pura. I fili dell' orditura vogliono essere serbati distinti da quelli della tessitura, e la macerazione va prolungata per un numero di giorni a seconda della stagione. Nella corrente in cui il termometro R. segna 16° sopra lo zero, potranno bastare dieci giorni. Durante la macerazione conviene agitare i fili o la materia dei feltri, onde liberarli, il più che sia possibile, dalle sostanze eterogenee. Qualora poi vogliasi istituire l' osservazione, altro non resta a farsi che prendere un filo od un brano di feltro, e postolo sopra lastra di cristallo, con due punte di acciajo ben acute lacerarlo e decomporlo negli elementi suoi primitivi. Operata questa meccanica separazione, si lascia cadere sulle fibrille una goccia d' acqua pura, e tosto si sottopone la lastra così apparecchiata al microscopio.

Premesse le quali cose, vengo ora ad assegnare ai materiali sopra indicati i relativi caratteri microscopici, coll' avvertimento che, siccome le indagini mie tendono a colpire il cotone onde scevrarlo dalle altre materie, così mi riserverò ad esporre per gli ultimi i di lui caratteri microscopici. Avverto in pari tempo, che le risultanze di cui io qui faccio cenno, sono state da me ottenute la mercè di un ingrandimento portato dai 200, ai 250 diametri, osservando li oggetti ora per trasparenza, ora sopra fondo nero, e quindi alla maniera dei corpi opachi.

La *Canapa,* quale è usata pei tessuti diversi, si compone delle fibrille del libro della *Canabis sativa*, fibrille originariamente congiunte fra loro da tessuto celluloso, ma diradate poscia dal processo chimico della macerazione. È pianta originaria dell' India e naturalizzata in Europa. La canapa dopo la pettinatura, osservata col microscopio, si mostra un complesso di fibrille rettilinee, parallele, cilindriche ma a

superficie longitudinalmente rigata, raccolte in fasci, qualche volta fra loro disgiunte, diafane, di aspetto che si direbbe vitreo, e di grossezza non uniforme. A quando a quando nel loro interno mostrano delle lineette trasversali qualche poco opache, granellose che in qualche punto impegnano tutta la grossezza della fibra, ed in altri, circa la sola metà. A viemmeglio rilevare questo carattere, che forma il distintivo fra canapa e lino, giova il fare l'osservazione sopra fondo nero, nel quale incontro le lineette trasversali o sepimenti, si mostrano opachi bensì, ma più bianchi. La superficie delle fibrille della canapa, oltre alla rigatura longitudinale, offre delle scabrezze costituite dalla sostanza propria delle fibre stesse rialzata di tratto in tratto. La luce nell'attraversare queste fibre le mostra di colore leggermente verdognolo. Coll' imbianchimento la mercè della lisciviazione, si fanno più esili, dimettono il verdastro, e quelle che presentavano i sepimenti granellosi trasversali, nel farsi vieppiù diafane li perdono in gran parte. Con ciò diventano più belle ed anzichè serbarsi di aspetto vitreo, assumono il cristallino. Le fibrille poi tolte dai fili che fecero parte di un tessuto, divengono di facile divisione le une dalle altre, onde non conservano più l'originaria disposizione fascicolata.

Il *Lino* preparato per farne filati o tessuti, altro non è che il libro del *Linum usitatissimum*, ridotto anch' esso dalla forza decomponente della macerazione alle fibrille sue più semplici, e liberate colla pettinatura dalle materie parenchimatose. Assoggettato a microscopica indagine si mostra il lino l' aggregato di fibrille longitudinali, parallele, cilindriche, tutte rivestite da un intonaco diafano corrugato e come lacerato a brani, per cui ove manca un brano d' intonaco, ivi si scorge il cilindretto diafano costituente la fibrilla del lino. Queste fibre sono di grossezza pressocchè uniforme, trasparenti, di colore leggermente tendente a quello dell' avellana. Comparativamente alle fibrille della canapa,

quelle del lino sono più sottili, più uniformi, e per loro distintivo caratteristico si può assegnare, che quelle pochissime fibre del lino le quali hanno sepimenti trasversali, li presentano esilissimi e lineari, costituiti di materia diafana, non granulata, e che in iscambio qua e là qualche cilindretto diafano del lino, è intorbidato da depositi irregolari di materia granellosa diafana anch' essa, disposta senza regola in direzione longitudinale. L' imbianchimento rende le fibre del lino sempre più diafane e cristalline, perdono ogni colore e così ogni materia granellosa, come dimettono eziandio l' intonaco trasparente e lacero che loro lasciò la macerazione, e che conservarono fino a tanto che soggiacquero alla lisciviazione.

La *Lana*, materiale organico animale cotanto usato per farne svariatissimi filati e tessuti, consiste nel pelo, produzione epidermica delle papille pilifere della cute dei lanuti ruminanti pecorini spettanti alla specie *ovis* od *aries*. La lana per essere resa in filo ha d' uopo di essere da prima lavata con lavacri diversi, quindi cardassata, dopo le quali operazioni chimico-meccaniche, osservata cogli ottici ingrandimenti si presenta coi seguenti caratteri. È formata dall' ammasso di peli di grossezza ineguale, alcuni esilissimi, altri più grossi fino del doppio, a larghe flessuosità ed a forma di allungatissimi coni, per cui facendoli scorrere, segnatamente i più grossi, per lungo tratto sotto il campo dell' objettivo, offrono un estremo più grosso dell' altro, e spesso accade di vedere terminare la parte più sottile in acuta punta. Alcuni, fra i peli più grossi, si mostrano tubulati, ed in alcuni tratti del tubo è depositata materia opaca e granellosa. La superficie di questi peli è scabra e rugosa, e quando sono naturalmente bianchi si palesano diafani anche nelle scabrezze, mostrando sempre manifestamente le apparenze della sostanza cornea. Quando la lana è nera naturalmente, o resa tale dall' arte tintoria, conserva tutti i descritti caratteri, soltanto perdendo la diafaneità. I peli della lana lavorata,

presentansi coi caratteri sopra espressi, ma sono resi assai più liscj nella superficie, la quale conserva bensì le rugosità, ma perde colla lavorazione le scabrezze più sporgenti. Il pelo di capra si distingue di leggieri dalla lana pecorina, poichè è alquanto più grosso, più irto, meno flessuoso, più manifestamente conico verso la punta, e meno diafano.

Non sono molti anni che l' industria ha suggerita la fabbricazione di feltri sottili, soffici, ed estesi tanto in superficie, da emulare e sorpassare le misure in lunghezza e larghezza degli ordinarj drappi o panni, usati per farne vestimenta, onde si fanno realmente indumenti parziali o totali con simili feltri. Gli elementi costituenti di questi, si risolvono in un compresso ammasso di peli pecorini confusamente gettati, dalla quale confusa giacitura ne risulta poi la fortuita loro connessione. Pei feltri però usati dall' arte nella confezione dei cappelli, di rado entra la lana. È questa solo usata come base o fondamentale orditura pei feltri grossolanissimi. In via ordinaria i peli usati nella fabbricazione dei feltri pei cappelli sono quelli di Camelo, Coniglio, Lepre, e Castoro.

Il *pelo del Camelo, Camelus Bactrianus* osservato col microscopio, si presenta coi caratteri in genere della lana. Si distingue però da questa, per essere il pelo del Camelo una mescolanza di peli aventi due caratteri distintivi proprj. I peli della prima categoria, che prevalgono eziandio in numero, sono esilissimi, diafani, flessuosi, ed hanno all'esterno delle rugosità, meno espresse però di quelle della lana pecorina. I peli della seconda categoria, in numero assai minore, sono il triplo più grossi dei primi, quasi rettilinei, neri e perciò non trasparenti. Il colore dei peli della prima specie, veduti in massa, è cinerino scuro. In generale poi nella superficie del pelo di camelo si vede depositata in grande quantità, materia eterogenea, e la di lui lunghezza non raggiunge mai quella della lana degli animali del genere *ovis*.

Bello oltre ogni dire, osservato con buon microscopio, si è il *pelo del Coniglio.* Nella fabbricazione dei feltri, è preferito quello del *Coniglio di Francia,* animale che forma soltanto una varietà del *Lepus Cuniculus* a noi comune. Non accadrà mai errore di scambio nel conoscerlo, poichè egli si presenta dei colori a tutti noti, di forma conica, e vedendone molti fra loro schierati, se ne scorgono alcuni di grossezza varia, e qualcuno ve n'ha, che raddoppia ben anco la grossezza ordinaria. Il pelo del coniglio è diafano, diafaneità che a certo grado conserva ancora se naturalmente scuro. A prima vista sembra paragonabile ad un filo metallico girato a spira, come suolsi fare per avere i così detti *vermi elastici.* Ma bene considerato rilevasi che si compone di un astucchio corneo trasparente, pieno di materia eguale, che però a brevissimi intervalli si alterna con diaframmi oscuri di materia granellosa e compatta. Alcuni peli hanno la superficie liscia, altri nodosa, alcuni altri in fine l' hanno dentata. Le nodosità e le dentellature corrispondono al diaframma oscuro, e dove il pelo è diafano, ivi corrisponde il restringimento. Per ciò si mostrano come rigati trasversalmente, somigliando in minime proporzioni il grosso pelo dell'istrice.

Bello a vedersi è ancora il *pelo del Lepre, Lepus timidus.* Varia il colore suo dal cinereo, al bianco, al giallognolo, e varia eziandio in grossezza. Il più sottile è flessuoso, il più grosso è rettilineo. È trasparente, e mostrasi formato dell'astucchio corneo che serra all'interno sepimenti trasversali più scuri, granellosi e paralleli. Tra sepimento e sepimento, vi resta uno spazio minore di quello che si osserva nel pelo di coniglio, per cui si ha in questo un carattere distintivo. In alcuni peli fra i più sottili, nel loro interno si osserva un ordine solo di rigature trasversali che giungono fino all' astucchio e con quello si identificano. In altri l' astucchio è tutto diafano, ed i sepimenti interni, l' uno all' altro vicinissimi, non si confondono con quello. Nei peli più grossi

all' interno si contano fino a quattro ordini di rigature trasversali l' una accanto all' altra, onde sono poco trasparenti, e si mostrano quasi oscuri.

Il *pelo del Castoro, Castor Fiber,* è di colore rossiccio in alcune parti assai sbiadito. Si presenta al microscopio più sottile di quello di coniglio e di lepre; è di forma conica rettilinea e la punta del cono è assai esile ed allungata. Anche il pelo di castoro ha grossezza variata, essendovene alcuni che sono più del triplo in grossezza di altri. Nel pelo del castoro non vedonsi le striscie trasversali come nei peli di coniglio e lepre. Sono assai trasparenti e nel loro interno si mostrano tubulati. La tubulatura nei più sottili si scorge a stento, mentre nei grossi è bene manifesta, essendo piena di materia granellosa più scura. La loro superficie, in generale, è liscia e pulita.

La *Seta,* è l' umore elaborato da organi proprj e depositato nei serbatoj sericiferi del *Bombyx mori*. I serbatoj sono due ed hanno i loro condotti escretori che si sommano in uno solo, quale poi si schiude con apertura elittica trasversale detta la *filiera,* in prossimità alla bocca del baco. L' umore serico al contatto dell' aria, si solidifica e forma un filo doppio. Il filo originario della seta presentasi o di colore dorato più o meno tendente all' arancio, o di colore argenteo. È diafano, liscio, omogeneo, flessuoso, e dell' apparenza di un glutine, o di albumina, o di gelatina rappigliata. Osservando il filo della seta col microscopio, si vedono in esso quattro linee oscure, cioè due esterne formanti i confini, e due interne a contatto e saldate. Fra le linee oscure vedonsi due spazj trasparenti più illuminati nel mezzo, illuminazione che decresce discendendo verso le linee scure. Ottiche apparenze queste che certificano la conformazione del filo di seta, originariamente costituito di due cilindri a contatto, e saldati fra loro. La saldatura però non è tale da chiudere sempre ogni vano, onde in alcuni tratti passando i raggi luminosi, scorgesi possibile la decomposizione

del filo in due. La bollitura nell' acqua facilita questa disunione, il che fa sì che quando ciò avvenga, il filo raddoppia l' originaria sua lunghezza. Anche la cardassatura può meccanicamente operare questa divisione. Per le quali cose si conosce come il taglio trasversale di un filo di seta originario, cioè indecomposto, possa paragonarsi al numero 8 di cifra arabica, e quello del mezzo filo alla cifra arabica dello o. Nei diversi filati o tessuti di seta, ch' io ho fatto soggetto delle mie osservazioni, tanto a secco quanto colla bollitura in acqua, e colla macerazione, ho costantemente osservato il filo serico conservare, quando la congenita doppiezza, quando l' essersi fatto semplice, circostanza notabile onde discernere la seta dal cotone specialmente.

Stabiliti di questa guisa i caratteri microscopici competenti alle diverse materie vegeto-animali che la base formano dei filati, tessuti e feltri, di cui oggi giorno si serve l' uomo nella formazione de' proprj indumenti, vengo ora a determinare i caratteri microscopici del cotone, dal confronto de' quali cogli altri già esposti, si potrà avere un criterio sicuro, per iscuoprirlo anche misto ad altri materiali.

Il *bombace* o *cotone* in falda è l' aggregato confuso di filamenti, cadauno de' quali è il funicolo ombelicale dei semi del *Gossypium herbaceum*. Usando del solito ingrandimento, ogni filamento di cotone presenta l' aspetto di una lunga fettuccia increspata, diafana e trasparentissima, di un materiale da reggere al confronto di una pellucida gelatina rappigliata, i cui margini sono rigonfiati ed ondulati. I margini, ora indicati, racchiudono uno spazio per tutta la loro lunghezza, spazio che qua e là presenta degli increspamenti. Le leggi ottiche dánno, per cadaun margine rigonfiato, due linee oscure cui è interposta una linea illuminata, ed il piano esistente fra le due linee oscure interne gode di minore illuminazione. Gl' increspamenti che trovansi sopra questo piano si manifestano con punti e lineette più scure in direzioni svariate. La sezione trasversale di un filamento

di cotone non è da paragonarsi alla sezione del filo di seta. In questa, si è detto potersi paragonare ad un otto delle cifre arabiche. Nel cotone ella rappresenta due zeri uniti da una sbarra trasversale O=O. La conformazione ora esposta, propria dei filamenti del cotone, riceve poi la maggiore conferma, dall' essere i fili di frequente attortigliati sopra loro stessi, oppure ravvolti a spira, onde, veduti nei punti prospettici diversi, assai bene scorgesi, ed il rialzo dei margini, e la depressione della strisciolina interposta. Le diverse lavorazioni cui si assoggetta il cotone, e la svariatissima colorazione che gli si fa sostenere, non alterano in conto alcuno le forme esposte, soltanto egli perde la diafaneità, quando gli vengono date tinte scure.

Dalle cose ch' io qui brevemente esposi emerge, che opportunamente confrontati fra loro gli elementi morfologici di cui ho assegnati i caratteri, dietro una pratica del microscopio facile ad acquistarsi, agevole sarà distinguere quando sia che nei filati, nei tessuti, nei feltri sia stato intromesso del cotone. A maggiore delucidazione di quanto ho esposto intorno a questo argomento, che oggi forma materia di sociale interesse, credo opportuno l' unire una tavola illustrativa, non tacendo però, che la somma difficoltà che gli artisti incontrano nel disegnare sulla carta quanto si osserva nel campo visivo del miscroscopio, non ha permesso che i disegni ch' io unisco abbiano per intiero la necessaria verità. La fotografia, applicata al microscopio, avrebbe certamente appieno soddisfatto al mio vivissimo desiderio.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1.ª Fibre di canapa greggia.
Fig. 2.ª Fibre di canapa dopo essere stata lavorata ed imbiancata.
Fig. 3.ª Fibre di lino.
Fig. 4.ª Fibre di lino lavorato ed imbiancato.
Fig. 5.ª Lana greggia.
Fig. 6.ª Lana lavorata.
Fig. 7.ª Pelo del Camelo.
Fig. 8.ª Pelo del Coniglio.
Fig. 9.ª Pelo del Lepre.
Fig. 10.ª Pelo del Castoro.
Fig. 11.ª Filo originario di seta negli strati del bozzolo.
Fig. 12.ª Seta lavorata.
Fig. 13.ª Cotone in Falda.
Fig. 14.ª Cotone lavorato.

of.e Paolo Gaddi. Modena Lit. Goldoni.

INDICE

DELLE MATERIE CONTENUTE NEL TOMO TERZO

Memorie della sezione di Lettere

Memorie della sezione d' Arti

MODENA

TIPOGRAFIA DEGLI EREDI SOLIANI